LIBRATE
REC'D MAR 9 1956

ARCHIV FÜR METEOROLOGIE, GEOPHYSIK UND BIOKLIMATOLOGIE

HERAUSGEGEBEN VON

DOZENT DR. W. MÖRIKOFER
PHYSIKALISCH-METEOROLOGISCHES OBSERVATORIUM DAVOS

PROF. DR. F. STEINHAUSER
ZENTRALANSTALT FÜR METEOROLOGIE UND GEODYNAMIK WIEN

SERIE A
METEOROLOGIE UND GEOPHYSIK

BAND 9, 1. HEFT
MIT 64 TEXTABBILDUNGEN
(ABGESCHLOSSEN AM 1. DEZEMBER 1955)

UNITED STATES AIR FORCE
CAMBRIDGE RESEARCH CENTER
GEOPHYSICS
RESEARCH LIBRARY

WIEN
SPRINGER-VERLAG
1956

Arch. Met. Geoph. Biokl. A.

Serie A, Band 9 **Inhaltsverzeichnis** Heft 1

Seite

Wippermann, F. Numerische Untersuchungen zur zeitlichen Änderung der Spektralverteilung kinetischer Energie für eine zweidimensionale, divergenz- und reibungsfreie Strömung. (Mit 9 Textabbildungen) 1

Duvedal, T. Relation between Horizontal Advection, Total Amount of Cloudiness and Precipitation 19

Staley, D. O. The Diurnal Temperature Wave for Quadratic and Exponential Variation of the Austausch Coefficient. (With 2 Figures) .. 25

Dreisbach, K. Die vertikale Verteilung der großen Kerne in der unteren Troposphäre und ihr Zusammenhang mit dem elektrischen Potentialgefälle. (Mit 8 Textabbildungen) 36

Xanthakis, J. Study of the Mean Monthly Air Temperatures During the Successive Sunspot Cycles. (With 13 Figures) 54

Pierce, E. T. The Influence of Individual Variations in the Fieldchanges due to Lightning Discharges upon the Design and Performance of Lightning Flash Counters. (With 5 Figures) 78

Dütsch, H. U. Das atmosphärische Ozon als Indikator für Strömungen in der Stratosphäre. (Mit 12 Textabbildungen) 87

Eckel, O. Beitrag zum Studium des Wärmeumsatzes in Seen. (Mit 5 Textabbildungen) 120

van Dijk, W. An Investigation of the Vergence Field of the Wind and Ocean Currents of the Indian Ocean. (With 10 Figures) 158

Buchbesprechungen 178

Advances in Geophysics, Vol. 2 (F. Steinhauser). — Riehl, H., M. A. Alaka, C. L. Jordan und R. J. Renard, The Jet Stream (Meteorological Monographs: Vol. 2, No. 7) (F. Steinhauser). — Ludlam, F. H. und R. S. Scorer, Further Outlook (F. Steinhauser). — Mothes, H., Über die Auswirkung von Schlechtwetter-Fronten im Klagenfurter Becken (Beihefte zu Carinthia II. Naturwissenschaftliche Beiträge zur Heimatkunde Kärntens: 1. Heft) (L. Kletter). — Kober, L., Bau und Entstehung der Alpen, 2. Aufl. (F. Steinhauser).

Das

„Archiv für Meteorologie, Geophysik und Bioklimatologie"

erscheint in zwangloser Folge in zwei parallelen Serien:

Serie A Meteorologie und Geophysik: Allgemeine, theoretische und synoptische Meteorologie, Geophysik der Atmosphäre, des Meeres und des festen Erdbodens.

Serie B Allgemeine und biologische Klimatologie: Allgemeine und medizinische Klimatologie, Agrar- und Mikroklimatologie, Meteorobiologie. Strahlungsforschung.

Die beiden Serien können unabhängig voneinander bezogen werden. Die Hefte werden einzeln berechnet und zu Bänden von 400 bis 500 Seiten vereinigt.

Das Archiv soll wissenschaftlich einwandfreie Arbeiten von allgemein fachlichem Interesse veröffentlichen. Es werden deshalb nur Originalarbeiten aufgenommen, die neue Erkenntnisse bringen, und zwar Aufsätze größeren Umfanges wie auch kleine Mitteilungen. Gelegentlich wird auch durch Sammelreferate über die neuesten Ergebnisse einzelner Spezialgebiete ein Überblick über den jeweiligen Stand eines bestimmten Problems gegeben werden, wobei besonders durch Hervorheben der noch ungelösten Fragen der weiteren Forschung Anreiz geboten werden soll. Schließlich werden auch kritische Buchbesprechungen auf bedeutende Neuerscheinungen aus unserem Wissensgebiet hinweisen.

Die Verfasser werden gebeten, den Text möglichst knapp zu fassen und historische Einleitungen tunlichst zu vermeiden. In den beigegebenen Tabellen ist die Wiedergabe unverarbeiteten, umfangreichen Beobachtungsmaterials zu vermeiden; auch sollen die Resultate im allgemeinen nicht durch Tabellen und Kurven gleichzeitig wiedergegeben werden. Die Tabellen sollen eine Überschrift tragen.

Die Arbeiten können in deutscher, englischer oder französischer Sprache erscheinen. Es soll ihnen eine Zusammenfassung in mindestens zwei Sprachen vorangestellt werden. Eine Zusammenfassung ist auf jeden Fall vom Verfasser mitzuliefern, ihre Übersetzungen werden nötigenfalls vom Verlag besorgt. Die Literaturhinweise erfolgen durch im laufenden Text in Klammern eingefügte Nummern, die genaue Zitate bezeichnen, die in einem Literaturverzeichnis am Ende der Arbeit zusammenzustellen sind.

Die Manuskripte sind möglichst in Maschinenschrift auf einseitig beschriebenen, fortlaufend paginierten Blättern abzufassen. Abbildungsvorlagen sind in so sauberer Wiedergabe einzusenden,

Fortsetzung auf der III. Umschlagseite

551.511

(Deutscher Wetterdienst, Zentralstelle Frankfurt/Main, Forschungsabteilung)

Numerische Untersuchungen zur zeitlichen Änderung der Spektralverteilung kinetischer Energie für eine zweidimensionale, divergenz- und reibungsfreie Strömung[1]

Von

F. Wippermann

Mit 9 Textabbildungen

Zusammenfassung. Eine schrittweise Integration der Vorticitygleichung für den barotropen Fall ermöglicht eine Berechnung der Spektralverteilung der kinetischen Energie zu bestimmten Zeitpunkten. Es wird die Frage einer quasistationären Spektralverteilung untersucht; hierbei stellt sich für einige beliebige Ausgangsspektralverteilungen nach etwa 4 Tagen jeweils die in der Atmosphäre beobachtete Form des Doppelmaximums ein. Eine Untersuchung des Trends der über alle Wellenlängen gemittelten zeitlichen Änderung der Energie spricht ebenfalls dafür, daß die in der Natur beobachtete Spektralverteilung einer quasistationären entspricht. Es werden Oszillationen im Energietransfer zwischen Grundstrom und Störungen festgestellt; die Periode dieser Oszillation liegt in mittleren Breiten zwischen 3½ und 4 Tagen und hängt im wesentlichen von der Größe der Erdumdrehung ab. Der Gleichgewichtszustand horizontaler Strömungsfelder wird unter Berücksichtigung der Existenz derartiger Oszillationen betrachtet. Vor- und Nachteile des die Fourierkomponenten benutzenden Integrationsverfahrens werden dargelegt.

Summary. A integration by steps of the vorticity equation for the barotropic case makes the calculation of the spectral distribution of the kinetic energy at determined moments possible. The question of a quasi-stationary spectral

[1] Diese Untersuchung wurde vom Research and Development Command United States Air Force über das europäische Amt unter Kontrakt No. AF 61 (514)—735—C unterstützt.

Die Rechnungen wurden mittels des Automaten BESK in Stockholm durchgeführt. Sie wurden durch ein Abkommen zwischen der Leitung des Deutschen Wetterdienstes und dem Institut för Meteorologi Stockholms Högskola (Prof. C. G. Rossby) ermöglicht.

distribution is investigated. Starting from several spectral distributions chosen at will, after about 4 days, the form of a double maximum appears which is observed in the atmosphere. An investigation of the trend of the time variation of energy as mean value about all wave-lengths also leads to the conclusion that the spectral distribution observed in nature corresponds to a quasi-stationary one. Oscillations in energy transfer between basic current and perturbations are stated; in middle latitudes, the period was found between $3\frac{1}{2}$ and 4 days depending, in the first place, on the amount of the earth's rotation. The equilibrium state of horizontal current fields is discussed under consideration of the existence of such oscillations. Advantages and disadvantages of the integration method using the Fourier components are demonstrated.

Résumé. Une intégration par étapes de l'équation de vorticité pour le cas barotrope rend possible un calcul de la répartition spectrale de l'énergie cinétique à certains moments. On étudie la question d'une répartition spectrale quasi stationnaire; alors apparaît, pour quelques états initiaux quelconques, au bout de quatre jours environ la forme à double maximum observée dans l'atmosphère. Une recherche de l'évolution dans le temps de la variation moyenne de l'énergie pour toutes les longueurs d'onde semble indiquer que la répartition spectrale observée dans la nature est quasi stationnaire. On constate des oscillations dans le transfert d'énergie entre le courant de base et les perturbations; la période de ces oscillations, sous les latitudes moyennes, est de $3\frac{1}{2}$ à 4 jours et dépend essentiellement de la valeur de la rotation de la Terre. On considère l'état d'équilibre de champs de courants horinzontaux en tenant compte de l'existence de telles oscillations. On expose enfin les avantages et les inconvénients du procédé d'intégration utilisant les composantes de Fourier.

I. Problemstellung

Die Anwendung des barotropen Modells in der numerischen Wettervorhersage und die damit zu erzielenden relativ guten Resultate rechtfertigen die Auffassung, daß ein Studium der zeitlichen Veränderung der Spektralverteilung kinetischer Energie einer nur zweidimensionalen, divergenz- und reibungsfreien Strömung bereits Wesentliches über das Verhalten atmosphärischer Bewegungsvorgänge erkennen läßt.

In der Nichtlinearität der hydrodynamischen Bewegungsgleichungen kommt jenes häufig als Wechselwirkung zwischen einzelnen Teilen bezeichnete Verhalten von Strömungen zum Ausdruck, wovon im Falle der Atmosphäre den Meteorologen vornehmlich die Wechselwirkung zwischen einem Grundstrom und den ihm überlagerten Störungen, also diejenige zwischen zonaler und meridionaler Zirkulation interessieren. Eine derartige Wechselwirkung zwischen Grundstrom und überlagerten Störungen einer bestimmten Wellenlänge ist jedoch nur dann möglich, wenn gleichzeitig noch Störungen einer zweiten Wellenlänge beteiligt werden. FJÖRTOFT (1953) hat gezeigt, daß zeitliche Änderungen im Spektrum der kinetischen Energie nur möglich sind unter gleichzeitiger Beteiligung von mindestens 3 verschiedenen Wellenlängen. Der Energiebetrag der beiden äußeren ändert sich gleichsinnig auf Kosten oder zugunsten desjenigen der eingeschlossenen Wellenlänge, derjenige mit

geringster Wellenzahl jedoch stärker als derjenige mit der höchsten. Infolge derartiger Wechselwirkungen zwischen allen möglichen Wellenlängen findet eine stete Ausbreitung unter gleichzeitiger Verflachung der spektralen Verteilung kinetischer Energie zum kurzwelligen Ende hin statt.

Da unterhalb einer bestimmten Wellenlänge die Strömungsvorgänge vom Standpunkt des synoptischen Meteorologen aus uninteressant sind, ist man berechtigt, das Spektrum an dieser Stelle abzuschneiden und den kurzwelligen Anteil von der weiteren Betrachtung auszuschließen. Hierdurch bleibt der Gesamtbetrag der kinetischen Energie des betrachteten Restspektralbereiches natürlich nicht mehr konstant, denn einmal fließt ständig Energie in den abgeschnittenen Teil des Spektrums, zum andern bleibt auch die Rückwirkung der Komponenten dieses Teiles auf den betrachteten Spektralbereich unberücksichtigt. Es ist daher nicht zu erwarten, daß eine stationäre Verteilung im betrachteten Bereich existiert, bei der die Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Komponenten sich gerade aufheben und die Spektralverteilung zeitlich ungeändert lassen. Auf der anderen Seite besteht die Möglichkeit, daß eine quasistationäre Spektralverteilung existiert. Hierunter soll eine solche verstanden werden, die nur noch ganz geringfügige zeitliche Änderungen aufweist, welche man wiederum als Effekt des Abschneidens des Spektrums auffassen kann.

Die der folgenden Untersuchung zugrundeliegende Aufgabe ist es, unter Berücksichtigung atmosphärischer Bedingungen (Form, Größe und Rotationsgeschwindigkeit der Erde) ausgehend von beliebigen Anfangsspektralverteilungen zu prüfen, ob sich eine charakteristische Verteilung einstellt, die als quasistationär angesprochen werden kann. Hierzu ist es erforderlich, die zeitlichen Veränderungen irgendwelcher zur Zeit $t = 0$ vorgegebener Strömungsfelder durch Integration der Bewegungsgleichungen (hier in Form der Vorticitygleichung) zu berechnen, zu den interessierenden Zeiten daraus die spektrale Verteilung der kinetischen Energie zu bestimmen und deren zeitliche Änderung zu studieren.

II. Darstellung der Anfangsfelder, Randbedingungen und Integrationsmethode

Da die Integration der Vorticitygleichung (ψ = Stromfunktion)

$$\nabla^2 \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}\frac{\partial}{\partial y}\nabla^2\psi + \frac{\partial \psi}{\partial y}\frac{\partial}{\partial x}\nabla^2\psi - \beta\frac{\partial \psi}{\partial x} \qquad (1)$$

für beliebige Anfangsfelder nur numerisch möglich und man daher zum Übergang von der Differentialgleichung (1) auf die entsprechende Differenzengleichung gezwungen ist, kann das jeweilige Ausgangsfeld durch Angabe der Funktion an einem Punktgitter dargestellt werden. Um aber ständige zweidimensionale harmonische Analysen zur Bestimmung der Spektralverteilung der kinetischen Energie zu vermeiden, wird die Darstellung des Anfangsfeldes in Fourierkomponenten gewählt. Der Übergang zur diskontinuierlichen Funktion im Differenzenverfahren ist hierbei ein Übergang zur geglätteten Funktion. Die Glättung wird durch die Be-

grenzung der Anzahl der Fourierkomponenten, also durch das Abschneiden des Spektrums bewirkt.

Um möglichst einfache Randbedingungen zu haben, wählen wir als Bereich einen die Erde umgebenden zonalen Gürtel. An den begrenzenden Breitenkreisen soll die meridionale Geschwindigkeitskomponente verschwinden

$$\left.\frac{\partial \psi}{\partial x}\right|_{y=0} = 0, \left.\frac{\partial \psi}{\partial x}\right|_{y=D} = 0. \tag{2}$$

Um den Einfluß dieser willkürlichen Randbedingungen weitgehend auszuschalten, ist der zonale Gürtel möglichst breit zu wählen. Die Breite werde mit

$$D = 56{,}6 \text{ Breitengraden} = 6283 \text{ km},$$

so daß

$$l = \frac{2\pi}{D} = 1{,}0 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^{-1}$$

angenommen. Wählt man als südliche Begrenzung die Breite $\varphi = 22{,}8°\,\text{N}$, als nördliche $\varphi = 79{,}4°\,\text{N}$, so liegt die Mitte des Kanales auf $\varphi = 51{,}1°\,\text{N}$. Schließen wir die Existenz von Wellen mit einer Länge des Breitenkreisumfanges in 51,1°N aus und lassen erst eine doppelte Welle zu, so ist die Länge des Kanales

$$L = 180 \text{ Längengrade} = 12566 \text{ km}$$

$$k = \frac{2\pi}{L} = 0{,}5 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^{-1}.$$

Aus Gründen der Einfachheit sollen kartesische Koordinaten verwendet werden derart, daß die positive x-Achse nach Osten, die y-Achse nach Norden weist. Wenn die Rechnung auch nur in einer die Erde in 51,1°N tangierenden Fläche durchgeführt wird, so wird die Kugelgestalt der Erde doch durch die Veränderung des Coriolisparameters mit der geographischen Breite $\beta = \partial f/R\partial\varphi = \partial f/\partial y$ berücksichtigt.

Das Ausgangsfeld $\psi(x, y, t_0)$ sei gegeben durch die Koeffizienten einer Fourierreihe

$$\psi(x,y) = -Uy + \sum_{\mu=0}^{\infty}\sum_{\nu=0}^{\infty} \sin \nu l y \,(A_{\mu\nu} \sin \mu k x + B_{\mu\nu} \cos \mu k x), \tag{3}$$

welche die Randbedingungen (2) befriedigt. Der zeitliche Verlauf von ψ soll schrittweise berechnet werden mit

$$\psi(t + \Delta t) = \psi(t - \Delta t) + 2\frac{\partial \psi}{\partial t}(t)\,\Delta t, \tag{4}$$

wobei zur Berechnung der Tendenz $\partial\psi/\partial t$ die Vorticitygleichung (1) zu integrieren ist. Verwendung von (3) in (1) ergibt:

$$\nabla^2 \frac{\partial \psi}{\partial t} = \sum_{\mu=0}^{\infty}\sum_{\nu=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} F(\mu, \nu, m, n)\, G(A_{\mu\nu}, B_{\mu\nu}, A_{mn}, B_{mn}) \cdot \sin(\nu \pm n) l y \begin{matrix}\sin \\ \cos\end{matrix} (\mu \pm m) k x$$

$$+ U \sum_{\mu=0}^{\infty}\sum_{\nu=0}^{\infty} \mu k(\mu^2 k^2 + \nu^2 l^2)(A_{\mu\nu} \cos \mu k x - B_{\mu\nu} \sin \mu k x) \sin \nu l y$$

$$- \beta \sum_{\mu=0}^{\infty}\sum_{\nu=0}^{\infty} \mu k (A_{\mu\nu} \cos \mu k x - B_{\mu\nu} \sin \mu k x) \sin \nu l y, \tag{5}$$

wobei F und G hier der Kürze halber nicht näher angegebene Funktionen der angeführten Größen sind.

Die Integration der Poissongleichung erfolgt durch Multiplikation mit dem negativen Reziprokwert der Summe der Quadrate der jeweiligen Wellenzahlen.

Hier wird der wesentliche Unterschied deutlich zwischen dieser Fourierkoeffizienten verwendenden Methode und derjenigen, in der die Felder durch Angaben der Werte an bestimmten Gitterpunkten dargestellt werden und die Lösung iterativ (Relaxationsverfahren) erhalten wird. Bei der ersteren liegt der überwiegende Anteil der Rechenarbeit in der Bildung der inhomogenen Terme durch Auswertung der vierfachen Summen, die Integration ist nur eine Multiplikation. Bei der zweiten Methode erfordert die Bildung der inhomogenen Terme nur einen geringen Rechenaufwand (Differenzenbildungen und Multiplikation), während der überwiegende Teil der Rechenarbeit in der iterativen Lösung der Poissongleichung steckt. Hierin liegt ein merklicher Nachteil der Methode mit Fourierkoeffizienten, da sie es nur unter einer Verdoppelung des Rechenaufwandes gestattet, die schrittweise Berechnung der Feldgröße genauer zu erhalten durch die jedem Schritt vorangehende Verbesserung des inhomogenen Termes infolge einer Extrapolation über den halben Zeitschritt (Bolin [1]).

Stellt man die Tendenz $\partial\psi/\partial t$ ebenfalls in einer (3) entsprechenden Reihe dar

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \sum_{\mu=0}^{\infty} \sum_{\nu=0}^{\infty} \sin \nu l y (A^*_{\mu,\nu} \sin \mu k x + B^*_{\mu,\nu} \cos \mu k x), \tag{6}$$

so ist durch Koeffizientenvergleich mit dem Integrationsergebnis von (5) die zeitliche Änderung $A^*_{\mu,\nu}$, $B^*_{\mu,\nu}$ der Koeffizienten $A_{\mu,\nu}$, $B_{\mu,\nu}$ zu ermitteln mit

$$\begin{aligned}
A^*_{\nu,\mu} &= -\mu k \left(U - \frac{\beta}{\mu^2 k^2 + \nu^2 l^2}\right) B_{\mu,\nu} \\
B^*_{\nu,\mu} &= -\mu k \left(U - \frac{\beta}{\mu^2 k^2 + \nu^2 l^2}\right) A_{\mu,\nu} \\
A^*_{\nu+n,\,\mu+m} &= -r q_2 (A_{\mu,\nu} A_{mn} - B_{\mu,\nu} B_{mn}) \\
A^*_{\nu+n,\,\mu-m} &= r q_1 (A_{\mu,\nu} A_{mn} + B_{\mu,\nu} B_{mn}) \\
B^*_{\nu+n,\,\mu+m} &= -r q_2 (A_{\mu,\nu} B_{mn} + B_{\mu,\nu} A_{mn}) \\
B^*_{\nu+n,\,\mu-m} &= -r q_1 (A_{\mu,\nu} B_{mn} - B_{\mu,\nu} A_{mn}) \\
A^*_{\nu-n,\,\mu+m} &= -r q_1 (A_{\mu,\nu} A_{mn} - B_{\mu,\nu} B_{mn}) \\
A^*_{\nu-n,\,\mu-m} &= r q_2 (A_{\mu,\nu} A_{mn} + B_{\mu,\nu} B_{mn}) \\
B^*_{\nu-n,\,\mu+m} &= -r q_1 (A_{\mu,\nu} B_{mn} + B_{\mu,\nu} A_{mn}) \\
B^*_{\nu-n,\,\mu-m} &= -r q_2 (A_{\mu,\nu} B_{mn} - B_{\mu,\nu} A_{mn})
\end{aligned} \tag{7}$$

worin

$$q_1 = \mu n + m\nu; \quad q_2 = \mu n - \nu m$$

und

$$r = \frac{kl}{4} \frac{(mk)^2 + (nl)^2}{[(\nu \pm n)l]^2 + [(\mu \pm m)k]^2}$$

mit den der jeweiligen Wellenzahl entsprechenden Vorzeichen. Die

Extrapolation (4) kann nun unmittelbar auf die Koeffizienten angewendet werden

$$A_{\mu\nu}(t+\Delta t) = A_{\mu\nu}(t-\Delta t) + 2\,\Delta t\, A^*_{\mu\nu}(t)$$
$$B_{\mu\nu}(t+\Delta t) = B_{\mu\nu}(t-\Delta t) + 2\,\Delta t\, B^*_{\mu\nu}(t),$$

wodurch man Gitterfunktionen für die Koeffizienten $A_{\mu\nu}(\tau\Delta t)$ bzw. $B_{\mu\nu}(\tau\Delta t)$ für $\tau = 0, 1, 2, 3, \ldots\ldots$ erhält.

Die kinetische Energie der Strömung

$$\overline{K} = \frac{1}{2}\int_0^D \int_0^L (\nabla\psi)^2 dy\,dx$$

läßt sich mit (3) unter Berücksichtigung der Orthogonalitätsbedingungen für die trigonometrischen Funktionen in die auf die einzelnen Wellenzahlen entfallenden Anteile aufspalten.

$$\overline{K} = \sum_{\mu=0}^{\infty}\sum_{\nu=}^{\infty} K_{\mu\nu} = \frac{1}{8}\sum_{\mu=0}^{\infty}\sum_{\nu=0}^{\infty}(\mu^2k^2+\nu^2l^2)(A^2_{\mu\nu}+B^2_{\mu\nu}) \qquad (9)$$

Es werden also mit Berechnung der $A_{\mu\nu}(\tau\Delta t)$ und $B_{\mu\nu}(\tau\Delta t)$ für $\tau = 0, 1, 2, 3, \ldots\ldots$ auch die $K_{\mu\nu}(\tau\Delta t)$ für $\tau = 0, 1, 2, 3 \ldots\ldots$ erhalten.

III. Programmierung, numerische Stabilität, Fehler

Die Berechnung der $K_{\mu\nu}(\tau\Delta t)$ für $= 0, 1, 2, 3, , \ldots\ldots$ ist eine nur mittels eines schnellen elektronischen Rechenautomaten ausführbare Aufgabe, stellt aber, insbesondere durch Auswertung der vierfachen Summe in (5), ein für derartige Geräte adäquates Problem dar.

Die im Folgenden mitgeteilten Rechnungen wurden mittels der Anlage BESK in Stockholm durchgeführt.

Das erforderliche Programm unterteilt sich in ein Lösungsprogramm, in welchem die Bildung der rechten Seite von (5) sowie die anschließende Integration der Poissongleichung durchgeführt wird, ein Transformationsprogramm, welches das zeitliche Fortschreiten gem. (8) und Umstellungen im Speicher regelt, ein Energieprogramm, welches für bestimmte Zeitschritte die Berechnung der spektralen Verteilung der kinetischen Energie gem. (9) gestattet, ein Ausgabeprogramm sowie ein Kopfprogramm, das Einsetzen und Ende der verschiedenen Unterprogramme bestimmt. Die Eingabe der Programme erfolgt unter Benutzung des Standardprogrammes A 12, diejenige der Daten (nur wenige Fourierkoeffizienten) in der Form von Korrekturen. Die Teilprogramme beanspruchen an Befehlen:

Lösungsprogramm	447
Transformationsprogramm.....	89
Energieprogramm	75
Ausgabeprogramm	87
Kopfprogramm	63
A 12 (Programmeingabe, Verkehr: Trommel-Schnellspeicher usw.) ..	96
	857

Die Auswertung von (5) nötigt zur Beschneidung des Spektrums bei einer Wellenzahl $\mathring{\mu}$ bzw. $\mathring{\nu}$, was etwa dem Übergang zu endlichen Differenzen (durch Einführung eines Punktgitters mit der Maschenweite Δx) bei jener anderen Methode entspricht, bei der man die Lösung der Poissongleichung (5) iterativ durch Relaxation erhält. Bei Verwendung dieser letzteren Methode ist das Kriterium dafür, daß die Lösung der Differenzengleichung für $\frac{\Delta x \to o}{\Delta t \to o}$ gegen die Lösung der Differentialgleichung konvergiert, wie auch dafür, daß die Fehlerfortpflanzung sich stabil verhält (Hinkelmann, Schwarzenberger [4])

$$\Delta t \leqq \frac{\Delta x}{v_{max}}. \tag{10}$$

Die Ableitung eines zu (10) analogen Kriteriums für die Bedingung zwischen Δt, $\mathring{\nu}$, $\mathring{\mu}$ und v_{max} steht noch aus. Es kann aber vermutet werden, daß die Grenzwellenlänge $\mathring{L} = \mathring{L}/\mathring{\mu}$ bzw. $\mathring{D} = \mathring{D}/\mathring{\nu}$ angegeben werden kann als diejenige des Wellenzuges, der noch durch eine möglichst kleine Anzahl α von Linienelementen Δx angenähert werden kann, so daß

$$S = \int_0^{\mathring{L}} ds \text{ (bzw. } s = \int_0^{\mathring{D}} ds) = \alpha \, \Delta x \tag{11}$$

und damit

$$\mathring{L} = \gamma \, \Delta x \text{ bzw. } \mathring{D} = \gamma \, \Delta x. \tag{12}$$

Mit einem Wert $\gamma = 6$ erscheint dies noch genügend genau möglich. Die praktischen Rechnungen haben erwiesen, daß bei den vorgenannten Werten L und D und Zeitschritten $\Delta t = 1^h$ die Grenzwellenzahlen

$$\mathring{\mu} = 7 \,, \mathring{\nu} = 4$$

eine numerische Stabilität sicherten. Dies entspricht γ-Werten von 5,98 im ersten, 5,19 im zweiten Falle. Aus Gründen der Rechenersparnis wurde dann $\mathring{\mu}$ auf 6 gesenkt, d. h. als kürzeste Wellenlänge wurde in zonaler Richtung $\mathring{L} = 2.094{,}50$ km, in meridionaler Richtung $\mathring{D} = 1.570{,}75$ km gewählt.

Die Extrapolation (8) bedingt die Kenntnis der Koeffizienten $A_{\mu\nu}$ (bzw. $B_{\mu\nu}$) zur Zeit $t - \Delta t$, sowie die Koeffizientenänderung $A^*_{\mu\nu}$ (bzw. $B^*_{\mu\nu}$) zur Zeit t. Da zu Beginn der Rechnungen nur $A_{\mu\nu}(t)$ bzw. $B_{\mu\nu}(t)$ und $A^*_{\mu\nu}(t)$ bzw. $B^*_{\mu\nu}(t)$ bekannt sind, ist man zur Verwendung nichtzentrierter Differenzen genötigt. Damit hierbei die sogenannte „schwache Instabilität" vermieden wird, ist es erforderlich, die Koeffizienten $A_{\mu\nu}(t_o + \Delta t)$ bzw. $B_{\mu\nu}(t_o + \Delta t)$ möglichst gut anzunähern. Dies wurde erreicht durch Verwendung von halben wie auch Viertel-Zeitschritten.

$$\begin{aligned}
A_{\mu\nu}(t_o + \tfrac{1}{4}\Delta t) &= A_{\mu\nu}(t_o) + \tfrac{1}{4}\Delta t \, A^*_{\mu\nu}(t_o) \\
A_{\mu\nu}(t_o + \tfrac{1}{2}\Delta t) &= A_{\mu\nu}(t_o) + \tfrac{1}{2}\Delta t \, A^*_{\mu\nu}(t_o + \tfrac{1}{4}\Delta t) \\
A_{\mu\nu}(t_o + \Delta t) &= A_{\mu\nu}(t_o) + \Delta t \, A_{\mu\nu} \quad (t_o + \tfrac{1}{2}\Delta t) \\
A_{\mu\nu}(t_o + 2\Delta t) &= A_{\mu\nu}(t_o) + 2\Delta t A^*_{\mu\nu} \quad (t_o + \Delta t) \\
A_{\mu\nu}(t_o + 3\Delta t) &= A_{\mu\nu}(t_o + \Delta t) + 2\Delta t \;\; A^*_{\mu\nu}(t_o + 2\Delta t)
\end{aligned}$$

usw. gem. (8), entsprechendes gilt für $B_{\mu\nu}$.

Es ist ersichtlich geworden, daß bei Verwendung eines Zeitschrittes $\Delta t = 1^h$ nur ein verhältnismäßig kleiner Spektralbereich mit 32, praktisch nur 28 Wellenzahlen ($\mu = 0$ kennzeichnet den Grundstrom) am langwelligen Ende berechnet werden kann.

Die beiden wesentlichsten Fehler sind einmal die die Werte erhöhenden Truncationsfehler infolge des endlichen Zeitschrittes, zum anderen die die Werte erniedrigenden Verluste infolge Nichtberücksichtigung der aus dem abgeschnittenen Spektralbereich „rückfließenden" Energiebeträge. Beide Fehler kompensieren sich mehr oder weniger. Dabei entspricht der zweite, durch das Abschneiden des Spektrums entstehende Fehler demjenigen im Differenzenverfahren, der durch die Einführung endlicher Differenzen in den räumlichen Koordinaten entsteht. Es ist bereits an anderer Stelle gezeigt worden (WIPPERMANN [7]), daß die durch Einführung endlicher Differenzen in der Zeit einerseits und endlicher Differenzen im Raum andererseits entstehenden Truncationsfehler einander kompensierend wirken. Die entsprechende Erscheinung bei Verwendung von Fourierkoeffizienten ist die kompensierende Wirkung zwischen dem zeitlichen Truncationsfehler und dem durch nichtrückfließende Energiebeträge infolge Abschneidens des Spektrums bedingten Fehler.

Wird das Ausgangsfeld nur durch Fourierkomponenten der niedrigsten Wellenzahlen charakterisiert, so wird eine bestimmte Anzahl von Zeitschritten Δt notwendig sein, bis die Ausbreitung der Energie zum kurzwelligen Ende hin die Grenzwellenzahlen $\mathring{\mu}$ und $\mathring{\nu}$ erreicht und überschreitet. Während dieser ersten Zeit wird also der Gesamtbetrag der Energie nur anwachsen, es liegt ein sogenanntes semi-diskretes System vor (PLATZMAN [6]). Solange nämlich die Wellenzahlen $\mu > \mathring{\mu}$ und $\nu > \mathring{\nu}$ noch unbesetzt sind, ist die Auswertung der Summen auf der rechten Seite in (5) identisch mit einer solchen von unendlichen Summen. Erst dann, wenn auch Wellenzahlen $\mu > \mathring{\mu}$, $\nu > \mathring{\nu}$ besetzt sind, erfolgt eine Glättung der Funktion dadurch, daß die genannten Summen in (5) nur noch bis zu den Grenzfrequenzen $\mathring{\mu}$ und $\mathring{\nu}$ ausgewertet werden. Diese Glättung der Funktion durch Beschneiden des Spektrums entspricht dem Übergang zur Gitterfunktion bei dem anderen ebenfalls möglichen Lösungsverfahren mittels Iteration.

Mit dem Moment der eintretenden Glättung, d. h. mit dem Moment, in dem Wellenzahlen $\mu > \mathring{\mu}$ und $\nu > \mathring{\nu}$ auftreten, setzt die Kompensation der Fehler ein. Abb. 1 und 2 zeigen das Verhältnis der jeweiligen Gesamtenergie zur Anfangsgesamtenergie für einige berechnete Fälle. (Die Anfangsverteilung der kinetischen Energie für die einzelnen Fälle ist aus Tabelle 1 ersichtlich). Es wird deutlich, daß — je nach der Anfangsverteilung — der fehlende Rückfluß an Energie aus dem abgeschnittenen Teil nach einer Zeit von 24 bis 48 Stunden den zeitlichen Truncationsfehler zu kompensieren beginnt; nach dieser Zeit ist das System voll-diskret. Auf die sich andeutenden zeitlichen Schwankungen der Quantität $\overline{E}(t)/\overline{E}(t_o)$ soll später eingegangen werden.

Infolge der Nichtlinearität von (1) ist es unmöglich, die einzelnen Fehleranteile zu bestimmen und dadurch Rückschlüsse auf die Genauig-

keit des Resultates zu gewinnen. Jedoch gibt die Größe des Gesamtfehlers, die in dem Verhältnis $\overline{E}\ (t)/\overline{E}\ (t_o)$ zum Ausdruck kommt, einigen Anhalt

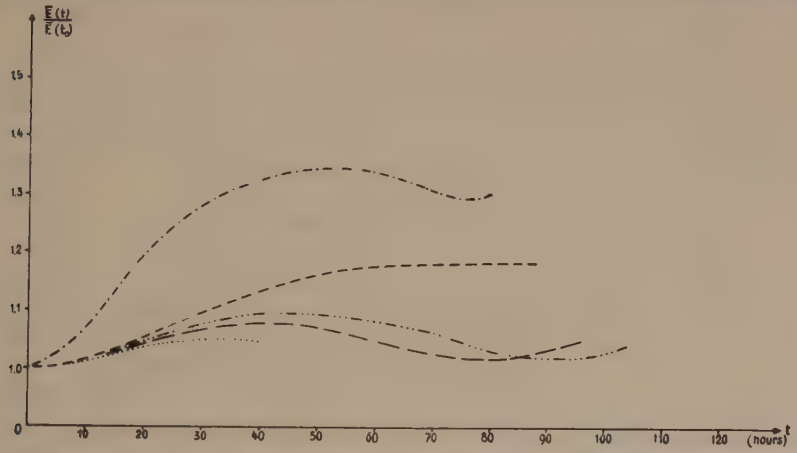


Abb. 1. Zeitliche Änderung der Gesamtenergie $\overline{E}$ [im Verhältnis zur Anfangsgesamtenergie $\overline{E}\ (t_0) = 1{,}0$]. Es sind folgende Fälle dargestellt: H (----------), I (—— —— ——), K (—— · —— · ——), L (— — — — —), M (—— · —— · ——)

darüber, zu welcher Zeit die Rechnungen wegen zu geringer Genauigkeit abzubrechen sind. In Abb. 2 ist u. a. der über 120 Stunden berechnete

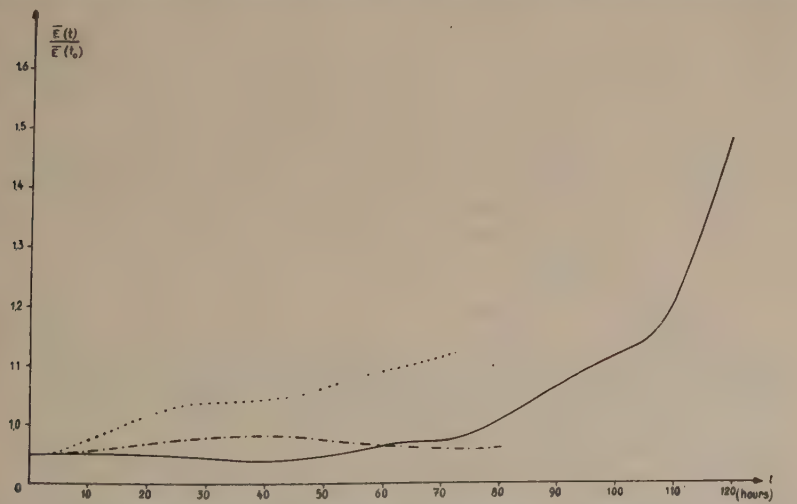


Abb. 2. Zeitliche Änderung der Gesamtenergie $\overline{E}$ [im Verhältnis zur Anfangsgesamtenergie $\overline{E}\ (t_0) = 1{,}0$]. Es sind dargestellt die Fälle: O (—— · —— · —— · ——), P (----------) und Q (——————)

Fall Q dargestellt. Es ist zu erkennen, daß in diesem Falle nach ca. $4\frac{1}{2}$ Tagen das Resultat nicht mehr verwertbar sein dürfte. Die sich akkumu-

Tabelle 1

Fall	μ	ν	$\frac{E_{\mu,\nu}(t_0)}{\bar{E}(t)}$ [%]	μ	ν	$\frac{E_{\mu,\nu}(t_0)}{\bar{E}(t_0)}$ [%]	μ	ν	$\frac{E_{\mu,\nu}(t_0)}{\bar{E}(t_0)}$ [%]	t^* [Std]	β gültig für $\varphi =$	U [m/s]	Darstellung: $\overline{E(t)}/\overline{E(t_0)}$ in Abb.	$E_\mu(96°)$ in Abb.	$\overline{E(t)}/\overline{E(t_0)}$ in Abb.	$\overline{\Delta E}(t)$ in Abb.	$\frac{\widehat{E}_1(t)+\widehat{E}_0(t)}{\widehat{E}_1(t_0)+\widehat{E}_0(t_0)}$
A	0	1	50	1	2	50	—	-	—	104	51°	12	—	4	—	5	—
B	0	1	50	1	2	50	—	—	–	40	35°	12	—	—	—	—	—
C	0	1	50	1	2	50	—	—	—	104	ohne β	12	—	—	—	—	—
D	0	1	50	1	3	50	—	—	—	72	51°	12	—	—	9	—	—
E	0	1	50	1	3	50	—	-	—	72	ohne β	12	—	—	—	—	.
F	0	1	85	1	2	15	—	—	—	32	51°	12	—	—	—	—	.
G	0	1	15	1	2	85	—	—	—	72	51°	12	—	—	—	—	—
H	0	2	50	1	1	50	—			40	35°	0	1	—	6	—	—
I	0	2	50	1	1	50	. .	—	—	96	35°	12	1	—	6	—	—
K	0	2	50	1	1	50	—	—	—	104	51°	12	1	—	6,8	—	7
L	0	2	50	1	1	50	—	—	–	88	ohne β	12	1	—	6	—	—
M	0	3	50	1	1	50	—	—		80	51	12	1		9	—	—
N	0	2	50	3	1	50	–	–	.	56	51°	12		—	8	—	—
O	0	2	90	1	1	10	—	—		80	51	12	2	—	. .	.	7
P	0	3	10	1	1	90	—	—	.	72	51°	12	2		-	–	7
Q	3	1	50	2	2	50	—	—	.	120	51	12	2	4		5	—
R	0	1	33 1/3	3	1	33 1/3	1	2	33 1/3	48	51°	12	—		—	—	-
S	alle 28 Wellenzahlen mit je 3,6% besetzt									96	51	12	—	4	-	5	-
T	alle 28 Wellenzahlen mit je 3,6% besetzt									48	ohne β	12	—			-	

lierenden zeitlichen Truncationsfehler überwiegen bereits den Energieverlust durch fehlenden Rückfluß aus dem abgeschnittenen Spektralbereich derart stark, daß die Gesamtenergie, die eigentlich konstant bleiben sollte, ihren Anfangswert um mehr als 30% übersteigt. Es kann erwartet werden, daß bei anderen Ausgangsverteilungen, bei denen anfänglich kleinere Wellenzahlen als im dargestellten Falle Q besetzt sind, das fehlerhafte Ansteigen der Gesamtenergie etwas später einsetzt. Als allgemeine zeitliche Grenze muß aber bei den in der Rechnung steckenden Werten L, D und Δt infolge der entstehenden Fehler $4\frac{1}{2}$ Tage angenommen werden.

IV. Vorbemerkung zu den Resultaten

In der Tabelle 1 sind die berechneten Fälle angegeben; $E\,\mu\nu\,(t_o)/\overline{E}\,(t_o)$ gibt für jeden anfänglich besetzten Eigenwert den Energiebetrag in Prozent der anfänglichen Gesamtenergie an. Mit t^* ist die Zeit bezeichnet, nach der die Rechnung abgebrochen wurde. Dies geschah nicht durchweg nach $t^* = 4\frac{1}{2}$ Tagen, vielmehr werden hierfür auch mannigfache andere Gründe verantwortlich. Bei einigen Fällen ließ sich das Wesentliche bereits nach $t^* = 2$ Tagen oder weniger erkennen, bei manchen Fällen mußte die Rechnung abgebrochen werden, da nicht mehr Rechenzeit an der Anlage BESK zur Verfügung stand, oder da ein Rechenfehler der Maschine unterlaufen war, da numerische Instabilität eintrat u. ä. m.

Eine Reihe weiterer Fälle, bei denen numerische Instabilität (wegen zu hoher Grenzwellenzahlen $\mathring{\nu}$) eintrat, ist nicht in der Tabelle enthalten. Zur Ersparnis von Rechenarbeit wurde die Berechnung der kinetischen Energie aus den für jede Stunde anfallenden Fourierkoeffizienten nur nach jeder achten Stunde vorgenommen; die Ausgabe der Resultate wurde auf das Ausschreiben der spektralen Verteilung der kinetischen Energie nach jeweils der achten Stunde beschränkt.

Um eine bessere Darstellungsmöglichkeit für die Ergebnisse $E\ (\mu, \nu, 8\,\tau\,\Delta t)$ mit $\mu = 0, 1, 2, \ldots \mathring{\mu}$; $\nu = 1, 2, \ldots \mathring{\nu}$, $\tau = 0, 1, 2, \ldots t^*/8$ zu haben, wurden die Energiebeträge für alle Wellenzahlen ν bei konstantem μ addiert. Die sich ergebende Größe

$$\widehat{E}\,(\mu, \tau\,8\,\Delta t) = \sum_{\nu=1}^{\nu^\circ} E\,(\mu, \nu, \tau\,8\,\Delta t)$$

ist als eine Funktion nur noch der Wellenzahl (in zonaler Richtung) und der Zeit gut darstellbar.

V. Zur Frage einer quasistationären Spektralverteilung der kinetischen Energie

Falls eine derartige Verteilung existiert, was vermutet wird, so müßte sie mit der beobachteten Spektralverteilung der kinetischen Energie atmosphärischer Strömungen übereinstimmen; abgesehen davon, daß ständig im Spektralbereich der Zyklonen und Antizyklonen (L ungefähr 3000 bis 6000 km) infolge der Baroklinität aus der potentiellen Energie kinetische gewonnen wird, und daß ständig durch „Abfluß" kinetischer Energie zum kurzwelligen Ende hin solche verloren geht, müßte nämlich ein zwischen

beiden Effekten zustande kommendes Gleichgewicht sich in einer zeitlich gemittelten spektralen Verteilung durch die Beobachtungen verifizieren lassen. Zu derartigen Prüfungen geeignete Auswertungen von Wetterkarten

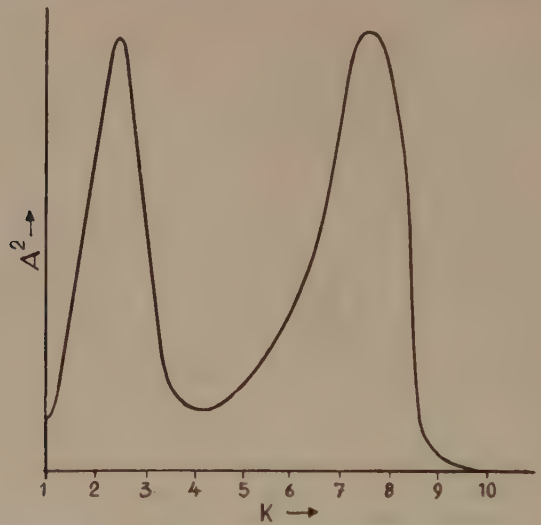


Abb. 3. Spektralverteilung der kinetischen Energie meridionaler Bewegung in 500 mb auf 45 N, gemittelt für den 11., 12. und 13. Januar 1946 jeweils 03.00 Uhr GMT (nach CHARNEY [2])

liegen bislang kaum vor; ein Beispiel gibt CHARNEY [2]. In diesem sind deutlich die beiden Maxima erkennbar, von denen das eine die Existenz der

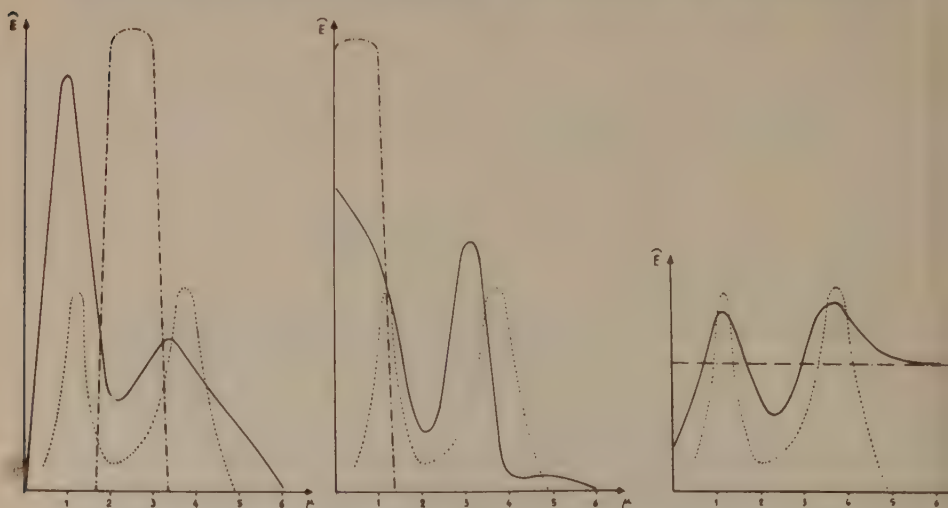


Abb. 4. Spektralverteilung der kinetischen Energie nach jeweils 96 Stunden (————————) für verschiedene Ausgangsverteilungen (— · — · — · —). Zum Vergleich beobachtete Spektralverteilung (----------) nach CHARNEY wie in Abb. 3, jedoch für die verwendeten Wellenzahlen umgezeichnet. Links: Ausgangsverteilung Q, Mitte: A, rechts: S

langen Wellen, das andere diejenige der Zyklonen und Antizyklonen zum Ausdruck bringt.

In der Atmosphäre erfolgt ein Gewinn an kinetischer Energie (aus der Baroklinität) nur im Wellenlängenbereich des zweiten Maximums. Wenn unsere Annahmen stimmen, daß erstens eine quasistationäre Spektralverteilung existiert und ihr Zustandekommen mit der Wirkung der Nichtlinearität erklärbar ist und zweitens die in der Atmosphäre beobachtete Spektralverteilung dieser quasistationären entspricht, so ist folgendes zu erwarten: Eine anfängliche Energieverteilung mit Werten ausschließlich im Bereich des genannten zweiten Maximums wird eine zeitliche Änderung aufweisen, die auf die Form des Doppelmaximums führt. Die berechneten Fälle A, Q und S gehen nun von Ausgangsverteilungen aus, die als sehr willkürlich gelten können; sie weichen nämlich von der eben beschriebenen erheblich ab. Trotzdem führen sie im Laufe der Zeit zu der charakteristischen Form des Doppelmaximums. Dies bestärkt die Auffassung, daß eine quasistationäre Spektralverteilung existiert, deren Form — unabhängig von der Ausgangsverteilung — lediglich durch die Parameter der Erde (Radius, Umdrehungsgeschwindigkeit) bestimmt ist. Im Falle A darf mit Sicherheit angenommen werden, daß im weiteren zeitlichen Verlauf das zweite Maximum noch zu etwas kürzeren Wellenlängen, also in eine richtigere Position rücken wird. Beim ersten Maximum (Fall A) darf der ebenfalls eingezeichnete Energiebetrag des Grundstromes nicht täuschen, der in der beobachtenden Vergleichskurve nicht berücksichtigt ist.

Eine völlig uniforme Ausgangs-Spektralverteilung ist im Falle S gewählt, auch hier stellt sich in guter Übereinstimmung mit der Beobachtung das Doppelmaximum nach 4 Tagen ein.

Neben der Übereinstimmung mit der beobachteten Spektralverteilung mag noch eine weitere Größe einen Anhalt dafür bieten, daß die

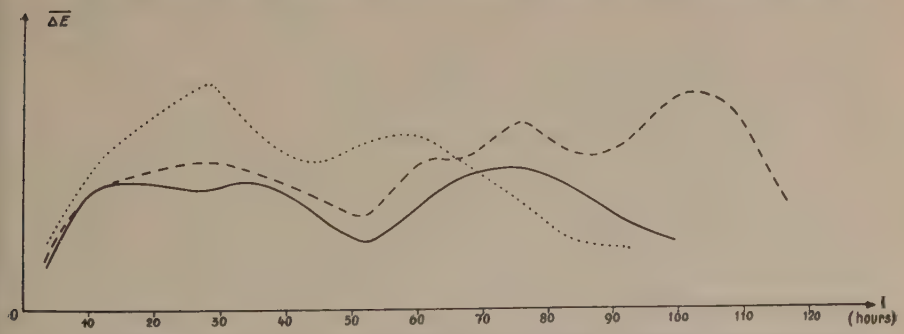


Abb. 5. Zeitlicher Verlauf der über den gesamten Spektralbereich gemittelten zeitlichen Energieänderung $\overline{\Delta E}$ (t). Es sind dargestellt die Fälle: A (————), Q (– – – – –), S (·····)

nach 4 Tagen vorhandene Verteilung tatsächlich etwas mit einer quasistationären zu tun hat. Es ist zu erwarten, daß die Größe $\overline{\Delta E}$, welche durch

$$\overline{\Delta E} = \sum_{\mu=0}^{\mu^\circ} \sum_{\nu=1}^{\nu^\circ} [E_{\mu\nu}([\tau+1]\,\Delta t) - E_{\mu\nu}(\tau\,\Delta t)]$$

definiert ist, sich mit der Zeit asymptotisch irgendeinem niedrigen Werte nähert. Da sich jedoch andererseits die Fehler akkumulieren, muß es für möglich gehalten werden, daß auch dieser asymptotische Wert einen mit der Zeit steigenden Trend aufweist. Für die gleichen Fälle A, Q und S gibt Abb. 5 den zeitlichen Verlauf von $\overline{\Delta E}$ wieder.

Den erwarteten Verlauf zeigt $\overline{\Delta E}(t)$ deutlich nur im Falle S. Für den Fall A war schon erklärt worden, daß sich im weiteren zeitlichen Verlauf das zweite Maximum noch etwas in die der Beobachtung entsprechende Lage verschieben wird. Mit der hier vermuteten Annäherung an die quasistationäre Verteilung wird sich auch der weitere Verlauf der Kurve $\overline{\Delta E}(t)$ in ihrer Form derjenigen des Falles S anpassen. Das gleiche gilt für den Verlauf der Kurve $\overline{\Delta E}(t)$ im Falle Q, für die noch ein merklicher Abfall zwischen 4 und 5 Tagen erfaßt wird. Eine Reihe anderer Fälle zeigt deutlich den gleichen Verlauf wie im Falle S. Über die den drei betrachteten Fällen eigenen Schwankungen wird später noch zu sprechen sein.

VI. Oszillationen im Energietransfer zwischen Grundstrom und Störungen

Die Kenntnis des zeitlichen Verlaufes der Spektralverteilung der kinetischen Energie gestattet ein Studium der Oszillationen im Energietransfer zwischen dem Grundstrom und den Störungen. Abb. 6 zeigt als Beispiel hierfür den zeitlichen Verlauf der Größe $\widehat{E}(t)/\widehat{E}(t_o)$ für $\mu = 0$ und $\mu = 1$.

Es ist ersichtlich, daß im gleichen Maße, wie die Energie des Grundstromes ($\mu = 0$) abnimmt, diejenige der Störung ($\mu = 1$) zunimmt, während nach einer gewissen Zeit der Vorgang entgegengesetzt verläuft. Die Mittelkurve in Abb. 6, die den zeitlichen Verlauf des Energiebetrages sowohl des Grundstromes als auch der Störung ($\mu = 1$) angibt, läßt erkennen, wie gering der „Abfluß" von Energie zu höheren Wellenzahlen ist. Sobald diese aber erst mit einem Energiebetrag besetzt sind, tritt ebenfalls eine Oszillation zwischen ihnen und dem Grundstrom ein, was sich in den angedeuteten Schwankungen der Mittelkurve bemerkbar macht. Im Falle I (mit β für $\varphi = 35°$ N) kehrt sich der Vorgang nach etwa 80 Stunden um, im Falle K (mit β für $\varphi = 51°$ N) nach ungefähr 92 Stunden und im Falle L (mit $\beta = 0$, d. h. $\varphi = 90°$ N oder auch auf einer nichtrotierenden Erde) tritt die Oszillation nicht mehr auf. Die Existenz eines Grundstromes U hat ebenfalls einen Einfluß, wie der Vergleich der Fälle H ($U = 0$) und I ($U = 12$ m/s) zeigt; es scheint aber, als ob durch die Existenz des Grundstromes nur die Amplitude der Oszillation beeinflußt wird.

Von wesentlichem Einfluß ist hingegen die Größe des Verhältnisses $E^*(t_o) = \widehat{E}_{\mu=1}(t_o)/\widehat{E}_{\mu=0}(t_o)$. Ist $E^*(t_o) > 1$, so ist der Verlust an Gesamtenergie der beiden betrachteten Wellenzahlen $\mu = 1$ und $\mu = 0$ durch „Abfluß" zum kurzwelligen Ende während 4 Tagen $< 0{,}05\left[\widehat{E}_{\mu=1}E(t_o) + \widehat{E}_o(t_o)\right]$; letzterer erreicht aber für Werte $E^*(t_o) < 1$ (zum Beispiel $E^*(t_o) = {}^1/_9$) in 4 Tagen Werte von $> 0{,}70\left[\widehat{E}_{\mu=1}(t_o) + \widehat{E}_o(t_o)\right]$. Dies wird deutlich aus einem Vergleich der Fälle K, O und P in Abb. 7.

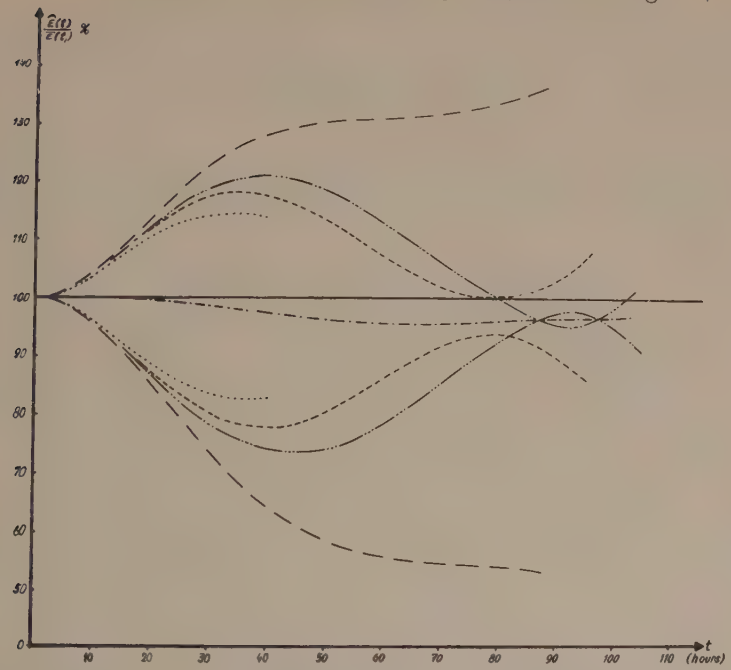


Abb. 6. Zeitlicher Verlauf der Größe $\widehat{E}\,(t)/\widehat{E}\,(t_0)$ für $\mu = 0$ (unterhalb 100%) und $\mu = 1$ (oberhalb 100%) in den Fällen H (·····), I (---------), K (— · — · —), L (— — — —). Die mittlere Kurve (————) gibt den zeitlichen Verlauf der summierten Energie des Grundstromes und der Wellenzahl $\mu = 1$

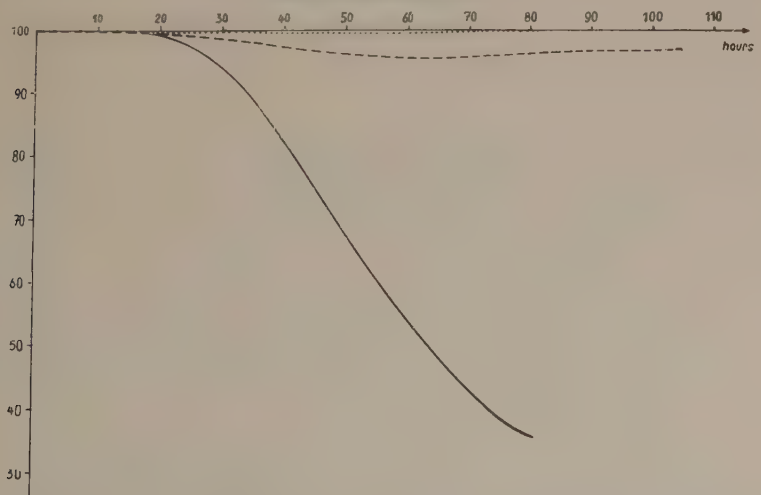


Abb. 7. Zeitlicher Verlauf der Gesamtenergie von Grundstrom und Störung ($\mu = 1$), also der Quantität $\dfrac{\widehat{E}_{\mu=1}\,(t) + \widehat{E}_{\mu=0}\,(t)}{\widehat{E}_{\mu=1}\,(t_0) + \widehat{E}_{\mu=0}\,(t_0)}$ in Abhängigkeit von der anfänglichen Energieverteilung $E^*\,(t_0)$ $\widehat{E}_{\mu=1}\,(t_0)/\widehat{E}_{\mu=0}\,(t_0)$ für die Fälle $E^*\,(t_0) = 1{,}0$ (K ————), $E^*\,(t_0) = 9{,}0$ (O ·····) und $E^*\,(t_0) = 1/9$ (P ————)

Verhältnismäßig gering ist der Einfluß der Wellenlänge der am oszillatorischen Energietransfer beteiligten Störung. Abb. 8 gibt den Vergleich zwischen der Oszillation bei einer Beteiligung der Störung $\mu = 1$ ($L = 12.566$ km) und $\mu = 3$ ($L_3 = 4.189$ km), die Periode scheint kaum geändert.

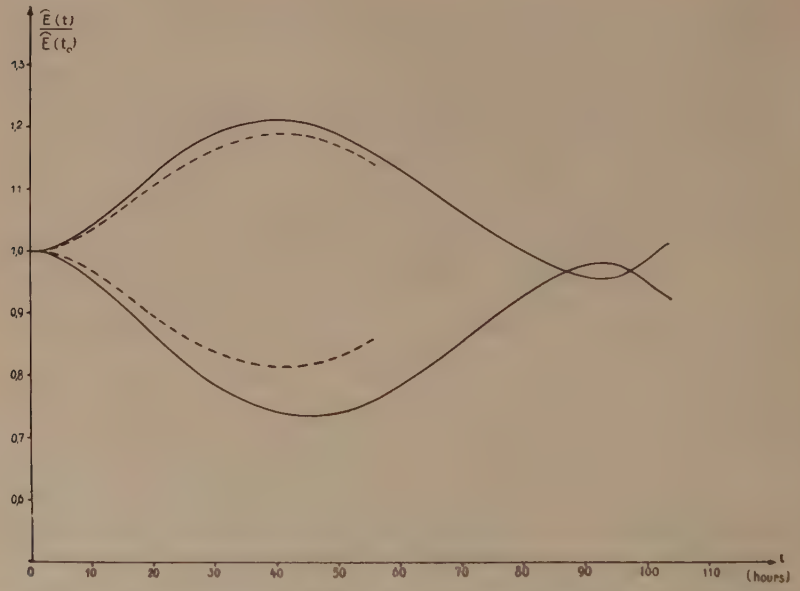


Abb. 8. Zeitlicher Verlauf der Größe $\widehat{E}(t)/\widehat{E}(t_0)$ für $\mu = 0$ (unterhalb 1,0) und $\mu = 1$ bzw. $\mu = 3$ (oberhalb 1,0) in den Fällen: K (————) und N (– – – – –)

Der beschriebene oszillatorische Energietransfer ist nur verständlich aus der gleichzeitigen Wirkung sowohl der linearen als auch der nichtlinearen Terme der Bewegungsgleichung. Die linearen Terme bedingen lediglich eine Translation der betreffenden Wellen, vermögen aber nicht die Wellenlänge zu ändern. Im Spektrum der kinetischen Energie äußert sich ihr Einfluß in einer Tendenz zur Erhaltung der gegebenen Spektralverteilung. Diesem Effekt überlagert ist die Wirkung der nichtlinearen Terme, die sich in einem ständigen „Abfluß" von Energie zum kurzwelligen Ende bemerkbar macht. Beide Effekte zusammen bedingen derartige Oszillationen.

VII. Zur Frage des Gleichgewichtes von Störungen

Man bezeichnet allgemein ein Strömungsfeld als stabil, wenn kinetische Energie der Störungen übergeht in diejenige des Grundstromes, und als labil, wenn irgendeine Anfangsstörung kinetische Energie auf Kosten derjenigen des Grundstromes gewinnt und wächst. Nach FJÖR-

Lehrbuch der theoretischen Physik

von

Walter Weizel

o. Professor der Physik an der Universität Bonn

In zwei Bänden

Soeben erschien: *November 1955*

Erster Band: **Physik der Vorgänge**

Bewegung · Elektrizität · Licht · Wärme

Zweite, verbesserte Auflage

Mit 283 Abbildungen. XVI, 804 Seiten Gr.-8°. 1955.

Ganzleinen DM 69,60

Näheres auf den folgenden Seiten

Zweiter Band: **Struktur der Materie**

Mit 194 Textabbildungen. XII, 768 Seiten Gr.-8°. 1950.

DM 66,—; Ganzleinen DM 69,90

SPRINGER-VERLAG / BERLIN · GÖTTINGEN · HEIDELBERG

Zu beziehen durch jede Buchhandlung

Lehrbuch der theoretischen Physik. Von **Walter Weizel**, o. Professor der Physik an der Universität Bonn. In 2 Bänden.

Erster Band: **Physik der Vorgänge.** Bewegung, Elektrizität, Licht, Wärme. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 283 Abbildungen. XVI, 804 Seiten Gr.-8°. 1955. Ganzleinen DM 69,60

Inhaltsverzeichnis.

Die Theorie als ordnendes Prinzip des Erkennens.

A. Mechanik der Massenpunkte und starren Körper.

I. **Die freie Bewegung des einzelnen Massenpunktes.** § 1. Das Modell des Massenpunktes. § 2. Bahn, Geschwindigkeit und Beschleunigung. § 3. Die NEWTONschen Grundgesetze der Mechanik. § 4. Impuls, Bewegungsgröße, Drehmoment, Drehimpuls. § 5. Arbeit. Kinetische Energie. § 6. Klassifikation der Kräfte. § 7. Konservative Kräfte. Das Potential. § 8. Der Energiesatz. § 9. Zentralkräfte. Flächensatz. § 10. Gravitationskräfte. Planetenbewegung. § 11. Quasielastische Kräfte. § 12. Kraftfelder ohne Potential. § 13. Reibungskräfte. Gedämpfte Schwingungen. § 14. Zeitabhängige Kräfte. Erzwungene Schwingungen. *§ 15. Stoßkräfte. § 16. Allgemeine mathematische Gesichtspunkte für die Behandlung der Bewegungsgleichungen. § 17. Anfangsbedingungen und Integrationskonstanten. *§ 18. Relativbewegung. Zentrifugalkraft. Corioliskräfte.

II. **Mechanik eines Systems von vielen Massenpunkten.** § 1. Die freie Bewegung vieler Massenpunkte. § 2. Beschränkungen der Bewegungsfreiheit. § 3. Die Zwangskräfte. Das Prinzip der virtuellen Verrückungen. § 4. Das D'ALEMBERTsche Prinzip. Die LAGRANGEschen Gleichungen I. Art. § 5. Generalisierte Koordinaten. LAGRANGEsche Gleichungen II. Art. § 6. Kräfte, die sich aus einem Vektorpotential herleiten. § 7. Zyklische Koordinaten. § 8. Der Schwerpunktsatz. Impulssatz. § 9. Der Drehimpulssatz. § 10. Kinetische Energie eines Systems von Massenpunkten. Energiesatz. § 11. Das Zweikörperproblem. § 12. Das ebene mathematische Pendel. § 13. Das Raumpendel. § 14. Schwingungen um eine Gleichgewichtslage. *§ 15. Berechnung der Zwangskräfte in generalisierten Koordinaten.

III. **Die Bewegung des starren Körpers.** § 1. Das Modell des starren Körpers. § 2. Translation und Rotation eines starren Körpers. § 3. Impuls, Drehimpuls und kinetische Energie eines starren Körpers. § 4. Das Trägheitsmoment. § 5. Rotation um eine feste Achse. Physisches Pendel. *§ 6. Drehung um einen festen Punkt. EULERsche Kreiselgleichungen. § 7. Die EULERschen Winkel als generalisierte Koordinaten. § 8. Der symmetrische Kreisel.

IV. **Die Prinzipien der Dynamik.** § 1. Das D'ALEMBERTsche Prinzip. § 2. Die Prinzipien von JOURDAIN und GAUSS. § 3. Differential- und Integralprinzipien. § 4. Das HAMILTONsche Prinzip.

V. **Die HAMILTON-JACOBIsche Theorie.** § 1. Die kanonischen Gleichungen der Mechanik. § 2. Die HAMILTON-Funktion. § 3. Zyklische Koordinaten. Verwertung von Integralen. § 4. Das Energieintegral. *§ 5. Kanonische Transformationen. § 6. Die partielle HAMILTONsche Differentialgleichung. § 7. Die Methode der Separation. *§ 8. Die Wirkungsfunktion. *§ 9. Der Phasenraum. *§ 10. Übergang zur statistischen Mechanik.

*VI. **Periodische und bedingt periodische Bewegungen.** *§ 1. Periodische Bewegungen mit einem Freiheitsgrad. **§ 2. Winkelvariablen und Wirkungsvariablen. **§ 3. Mehrfach periodische Bewegungen. *§ 4. Doppelt periodische Schwingungen.

VII. **Der Übergang zur Wellenmechanik.** § 1. Wirkungswellen und Wellengleichung der klassischen Mechanik. § 2. Analogien zur Optik. § 3. Wellenmechanik. § 4. Die Wellenfunktion. Randbedingungen.

B. Mechanik der Kontinua.

I. **Bewegungen und Spannungen in einem Kontinuum.** § 1. Drehung und Verzerrung (Deformation). Verzerrungstensor. § 2. Die Volumendilatation. § 3. Das Strömungsfeld. § 4. Der Spannungstensor. § 5. Symmetrie des Spannungstensors. § 6. Spannungshauptsachen. Hauptspannungen. § 7. Klassifikation der Kräfte. Die drei Aggregatzustände.

II. **Elastizitätstheorie.** § 1. Die Beziehung zwischen Spannung und Verzerrung. Die potentielle Energie der elastischen Deformation. Elastizitätsmodul und POISSONsche Querkontraktionszahl. HOOKEsches Gesetz. § 2. Die Differentialgleichungen für elastische Bewegungen. § 3. Randbedingungen für die Körperoberfläche. § 4. Das Gleichgewicht elastischer Körper. Elastostatik. § 5. Minimalprinzipien. § 6. Virtuelle Verrückungen. D'ALEMBERTsches Prinzip. § 7. Das Minimum der potentiellen Energie im Gleichgewicht. § 8. Das HAMILTONsche Prinzip.

III. **Einfache Anwendungen der Elastizitätstheorie.** § 1. Die Dehnung. § 2. Die Scherung. § 3. Die gleichmäßige Kompression. § 4. Die Torsion. § 5. Die gleichförmige Biegung. § 6. Biegung eines am freien Ende belasteten Balkens. § 7. Bewegungen elastischer Körper. § 8. Schwingungen trägheitsloser elastischer Körper. Dehnungsschwingungen. Torsionsschwingungen. Biegungsschwingungen.

IV. **Elastische Wellen und Eigenschwingungen.** § 1. Fortschreitende Wellen in elastischen Medien. § 2. Ebene elastische Wellen. § 3. Elastische Kugelwellen. § 4. Die Reflexion elastischer Wellen an den Grenzflächen zweier Medien. § 5. Stehende Wellen.

V. **Eigenschwingungen elastischer Körper.** § 1. Schwingungen gespannter Saiten. § 2. Stabschwingungen. Längsschwingungen. Torsionsschwingungen. *Querschwingungen, Biegeschwingungen. Kompliziertere Probleme. *§ 3. Die schwingende Membran. § 4. Schwingungen von Platten und Schalen. *§ 5. Anregung von Schwingungen, Anfangsbedingungen. Anregungen von Saitenschwingungen. Stabschwingungen. **Anregung von Membranschwingungen. *§ 6. Erzwungene Schwingungen. Erzwungene Seitenschwingungen. **Erzwungene Membranschwingungen.

VI. **Die Grundgleichungen der Hydrodynamik.** § 1. Das Strömungsfeld. Die Beschleunigung. Die Deformation eines Flüssigkeitselementes. Das Wirbelfeld. Die Volumendilatation. Kontinuitätsgleichung. § 2. Die Kräfte in der Flüssigkeit. Der hydrostatische Druck. Reibungskräfte. § 3. Die NAVIER-STOKESschen Bewegungsgleichungen. § 4. Randbedingungen.

VII. **Ideale Flüssigkeiten.** § 1. Die ruhende Flüssigkeit. Hydrostatik. Auftrieb. Archimedisches Prinzip. Schwimmen. § 2. Gleichförmige Rotation einer Flüssigkeit. § 3. Die BERNOULLIsche Energiegleichung. Potentialströmungen. *§ 4. Energiedichte und Energietransport durch die Strömung. § 5. Die Zirkulation. Erhaltungssatz von THOMSON. § 6. Die HELMHOLTZschen Wirbelsätze. § 7. Berechnung des Strömungsfeldes aus dem Wirbelfeld. § 8. Die Potentialströmung. Die ebene Potentialströmung. *§ 9. Die ebene Strömung um ein Hindernis. Strömung um einen Kreiszylinder. Staupunkte. **Beliebige Profile. *§ 10. Strömung um eine Kugel.

VIII. **Zähe Flüssigkeiten.** § 1. Ähnlichkeitsgesetze. REYNOLDSsche Zahl. § 2. Strömungen mit überwiegendem Reibungseinfluß. Die laminare Strömung durch zylindrische Röhren. Die Strömung zwischen bewegten Platten und Zylindern. § 3. Die Bewegung einer Kugel in einer zähen Flüssigkeit. § 4. Die Grenzschicht an festen Wänden. Die Differentialgleichung der PRANDTLschen Grenzschicht. Die Ablösung der laminaren Grenzschicht. **§ 5. Wirbelablösung hinter einer Spitze und die Entstehung der Zirkulation um einen Tragflügel. § 6. Turbulenz. **§ 7. Störungstheorie der Turbulenz.

IX. **Kapillarität.** § 1. Kapillarkräfte. § 2. Grenzbedingungen an festen Wänden. *§ 3. Die Differentialgleichung der Flüssigkeitsoberfläche. Der Anstieg einer Flüssigkeit an ebenen Wänden. Flüssigkeitsspiegel in Röhren. § 4. Flüssigkeitslamellen, Seifenblasen.

X. **Zeitlich veränderliche Strömungen. Strömungen kompressibler Medien.** *§ 1. Wasserwellen. *§ 2. Der Schall in Gasen und Flüssigkeiten. Die kugelförmige Ausbreitung von Schallwellen. Ebene Wellen, periodische Wellen. *§ 3. Die Schallabstrahlung. § 4. Die Schallgeschwindigkeit. **§ 5. Die Schallenergie. § 6. Reflexion, Brechung und Beugung des Schalls. § 7. Grundgleichungen der Gasdynamik. § 8. Strömung durch eine Düse. § 9. Bewegung eines Körpers mit Überschallgeschwindigkeit. § 10. Linearisierte Strömung bei Unterschallgeschwindigkeit. **§ 11. Die linearisierte Überschallströmung. **§ 12. Nichtlineare Überschallströmung. Verdichtungsstoß.

C. Elektrodynamik.

I. **Elektrostatik.** § 1. Das COULOMBsche Gesetz. Einheiten der elektrischen Ladung. § 2. Das elektrische Feld. Die Feldstärke. § 3. Der elektrische Fluß. § 4. Das elektrische Potential. § 5. Systeme mehrerer Punktladungen. Der Dipol. § 6. Raumladungen und Flächenladungen. § 7. Berechnung des Feldes aus der Ladungsverteilung. Geladene Kugelfläche. Geladene Vollkugel. Der Kugelkondensator. Der Zylinderkondensator. Der Plattenkondensator. *§ 8. Das Feld einer beliebigen elektrischen Anordnung in großer Entfernung. § 9. Leiter im elektrostatischen Feld. § 10. Influenz. § 11. Äquipotentialflächen und Kraftlinien. § 12. Die elektrische Doppelschicht. Kontaktpotential. § 13. Die Dielektrizitätskonstante. § 14. Grenzflächen zweier Medien. § 15. Die dielektrische Polarisation. § 16. Dielektrische Kugel im homogenen Feld. § 17. Die Energie des elektrostatischen Feldes. § 18. Das elektrische Feld als Sitz der Energie. § 19. Die elektrostatischen Kräfte.

II. **Das stationäre elektrische Feld.** § 1. Stromstärke, Stromdichte. Das OHMsche Gesetz. § 2. Das Stromdichtefeld. § 3. Der Widerstand. § 4. Der Energieumsatz im stationären Feld. JOULEsches Gesetz. § 5. Integralgrößen und Feldgrößen.

III. **Das Magnetfeld des stationären Stromes.** § 1. Das Magnetfeld permanenter Magnete. § 2. Die Ausmessung eines magnetischen Feldes. GAUSSsche Methode. § 3. Das Magnetfeld einer stationären Stromverteilung. § 4. Das Vektorpotential des magnetischen Feldes. § 5. Das LAPLACEsche Gesetz. Drahtförmige Leiter. § 6. Das skalare Potential des magnetischen Feldes. *§ 7. Der Einfluß magnetischer Materialien auf das Feld. § 8. Magnetischer Fluß. Kraftfluß. Induktionskoeffizienten. § 9. Die magnetische Energie. § 10. Magnetische Hysterese. § 11. Magnetfeld eines gestreckten Drahtes. *§ 12. Die parallele Doppelleitung. § 13. Die ebene Stromschleife. § 14. Das Magnetfeld einer Spule. Solenoid. § 15. Die eisengeschlossene Spule. Drosselspule. § 16. Die Selbstinduktion einzelner Apparate. § 17. Das magnetische Moment eines Stromkreises. § 18. Die ponderomotorischen Kräfte des Magnetfeldes. § 19. Einfache Fälle ponderomotorischer Kräfte.

IV. **Das quasistationäre Feld.** § 1. Das Induktionsgesetz. § 2. Die MAXWELLschen Gleichungen des quasistationären Feldes. § 3. Die induzierte Spannung. § 4. Das OHMsche Gesetz für quasistationäre Ströme. § 5. Wechselstromkreis mit Induktivität und Kapazität. § 6. Resonanz. § 7. Messung von Strom und Spannung. § 8. Die Stromleistung. § 9. Komplexe Darstellung der Wechselströme. Wechselstromschaltungen. § 10. Das Superpositionsprinzip. § 11. Die Leistung in komplexer Schreibweise. § 12. Induktiv gekoppelte Stromkreise. Gekoppelte Schwingungskreise. Der Transformator. *§ 13. Stromverdrängung. Skineffekt.

V. **Vierpoltheorie der Schaltungen.** § 1. Das lineare Netz als Vierpol. § 2. Die Matrizendarstellung eines Vierpols. § 3. Messung der Matrixelemente eines Vierpols. § 4. Schaltungen aus mehreren Vierpolen. § 5. Matrizen einfacher Vierpole. Ersatzschaltschemen. *§ 6. Kettenwiderstände. Kettenübertragungsmaße. *§ 7. Vierpolketten. *§ 8. Symmetrische Vierpole. *§ 9. Der Vierpol als Überträger. *§ 10. Sperrbereich und Durchlaßbereich. **§ 11. Leitungen.

VI. **Das schnellveränderliche elektromagnetische Feld.** § 1. Der Verschiebungsstrom. § 2. Die MAXWELLschen Gleichungen. § 3. Energiedichte und Energiestrom. *§ 4. Die ponderomotorischen Kräfte des elektromagnetischen Feldes. § 5. Die Wellengleichung. § 6. Ebene, elektrische Wellen in Isolatoren. § 7. Das Magnetfeld der ebenen Welle. § 8. Energiedichte und Energiestrom einer ebenen Welle. § 9. Periodische Wellen. Ebene Sinuswellen. Elliptisch und zirkular polarisierte Wellen. *§ 10. Komplexe Darstellung ebener, periodischer Wellen. § 11. Modulation und Superposition ebener Wellen. Schwebungen. *§ 12. FOURIER-Zerlegung einer Welle. Spektrum. *§ 13. Ebene Wellen in leitenden Medien.

VII. **Die Entstehung elektrischer Wellen.** § 1. Die elektrodynamischen Potentiale. § 2. Berechnung der Potentiale einer beliebigen elektromagnetischen Anordnung. Retardierte Potentiale. *§ 3. Die Wellenausstrahlung eines schwingenden Dipols. § 4. Abstrahlung von Antennen. Strahlungswiderstand. Lichtemission. § 5. Magnetische Dipolstrahlung. **§ 6. Die Ausstrahlung einer beliebigen elektromagnetischen Anordnung. **§ 7. Quadrupolstrahlung. § 8. Das Strahlungsfeld einer beschleunigten Punktladung.

D. Optik.

I. **Fortpflanzung, Reflexion und Brechung des Lichtes.** § 1. Das SNELLIUSsche Brechungsgesetz. § 2. Intensität und Polarisation des reflektierten und gebrochenen Lichtes. FRESNELsche Formeln. § 3. Das BREWSTERsche Gesetz. *§ 4. Totalreflexion. *§ 5. Phasenänderung bei der Reflexion. **§ 6. Reflexion an Metallen und absorbierenden Medien. § 7. Wellen und Strahlen. Übergang zur geometrischen Optik.

II. **Geometrische Optik.** § 1. Das FERMATsche Prinzip. § 2. Die optische Abbildung. § 3. Die kollineare Abbildung. GAUSSsche Abbildung. § 4. Die charakteristische Funktion eines optischen Systems. Das Winkeleikonal. Das Winkeleikonal zentrierter optischer Systeme. Die Brechung an einer einzelnen Rotationsfläche. § 5. Abbildung durch eine Linse. § 6. Die Abbildungsfehler optischer Systeme. *§ 7. Eintrittspupille, Austrittspupille. SEIDELsches Eikonal. *§ 8. Die Berechnung des SEIDELschen Eikonals. *§ 9. Die fünf Fehler 3. Ordnung. Sphärische Aberration. Die Koma. Verzeichnung. Astigmatismus, Bildfeldwölbung. *§ 10. Die ABBEsche Sinusbedingung. § 11. Die Abbildungsfehler einer dünnen Einzellinse ohne Blende.

III. **Interferenz.** § 1. Kohärenz. § 2 Interferenz an einer planparallelen Platte. § 3. AIRYsche Formeln. PEROT-FABRY-Interferometer. LUMMER-GEHRCKE-Platte. § 4. Kurven gleicher Neigung und gleicher Dicke. § 5. Interferenz gekreuzter Bündel. FRESNELscher Spiegelversuch.

IV. **Beugung.** § 1. KIRCHHOFFsche Theorie der Beugung. § 2. Beugung an einer beliebigen Öffnung. Einteilung der Beugungserscheinungen. § 3. Die FRAUNHOFERsche Beugung an Rechteck, Spalt und Kreis. § 4. Beugung am Gitter. § 5. Flächengitter, Kreuzgitter. § 6. FRESNELsche Beugungserscheinungen. § 7. Beugungstheorie der Abbildung. Auflösungsvermögen einer Linse. § 8. Das Auflösungsvermögen des Prismas.

V. **Kristalloptik.** § 1. Feldgleichungen, Energiedichte, Energiestrom. § 2. Ebene Lichtwellen im Kristall. § 3. Indexellipsoid, FRESNELsches Strahlenellipsoid, optische Achsen. § 4. Normalenfläche und Strahlenfläche. § 5. Optische Klassifikation der Kristalle. Einachsige Kristalle. § 6. Doppelbrechung an der Oberfläche anisotroper Körper. § 7. Interferenzerscheinungen an Kristallplatten im polarisierten Licht.

E. Elektrodynamik bewegter Körper. Relativitätstheorie.

I. **Die Theorie des ruhenden elektromagnetischen Äthers.** § 1. Der Konvektionsstrom. § 2. Das Induktionsgesetz. § 3. Der Lichtäther als Träger des elektromagnetischen Feldes. Konsequenzen der Äthertheorie. Dopplereffekt bei bewegtem Beobachter. Schatten eines bewegten Schirms. Relative Strahlen, Reflexion an bewegten Spiegeln. Brechung an bewegten Körpern. Aberration des Lichtes. Dopplereffekt bei bewegter Lichtquelle. FRESNELscher Mitführungskoeffizient. Versuch von FIZEAU. Versuch von SAGNAC. Der Versuch von TROUTON und NOBLE. Der Versuch von MICHELSON. Massenveränderlichkeit des Elektrons. § 4. Widerlegung der Theorie des ruhenden Äthers und Versuche zu einer Theorie der Äthermitführung.

II. **Die LORENTZ-Transformation.** § 1. Das Prinzip der konstanten Lichtgeschwindigkeit und die Ableitung der LORENTZ-Transformation. § 2. EINSTEINs Additionstheorem für Geschwindigkeiten. § 3. Die Relativität der Zeitintervalle und Raumstrecken. LORENTZ-Kontraktion. § 4. Reihenfolge von Ereignissen. Vergangenheit, Gegenwart und Zukunft. § 5. Vierdimensionale Zusammenfassung von Raum und Zeit. § 6. Vierergeschwindigkeit und Eigenzeit. § 7. Transformation von Volumen und räumlicher Dichte.

III. **LORENTZinvariante Elektrodynamik.** § 1. Vierdimensionale Formulierung der elektrodynamischen Grundgleichung. § 2. Gruppeneigenschaft der LORENTZ-Transformation. § 3. Prüfung der LORENTZ-Transformation am Beobachtungsmaterial. Dopplereffekt und Aberration des Lichtes. Brechung und Reflexion an bewegten Spiegeln und Oberflächen. Der Versuch von FIZEAU. FRESNELscher Mitführungskoeffizient. Die Versuche von SAGNAC und MICHELSON und GALE. Die Versuche von MICHELSON und TROUTON-NOBLE vom Standpunkt der LORENTZ-Transformation. § 4. Kritik der naiven Raum- und Zeitvorstellung.

IV. **Spezielle Relativitätstheorie.** § 1. Das NEWTONsche Grundgesetz in vierdimensionaler Erweiterung. § 2. Der Energiesatz. § 3. Bewegungsgleichungen in generalisierten Koordinaten. *§ 4. Mehrkörperproblem. *§ 5. Mechanik der Kontinua.

V. **Das Problem der allgemeinen Relativitätstheorie.** *§ 1. Trägheit, MACHsches Prinzip. *§ 2. Die Gravitation. *§ 3. Äquivalenzprinzip. § 4. Kräftefreie Bewegung als geodätische Linie im Weltkontinuum. § 5. Das Gravitationsfeld einer Einzelmasse im leeren Raum. § 6. Kosmologische Konstante. Feldgleichungen. SITTERsche sphärische Welt.

Ich bestelle hiermit:

Weizel, Lehrbuch der theoretischen Physik.

_____Expl. 1. Band: **Physik der Vorgänge.** 2. Auflage. 1955. Ganzleinen DM 69,60

_____Expl. 2. Band: **Struktur der Materie.** 1950. DM 66,—; Ganzleinen DM 69,90

Ferner: _____

_____

_____

(Springer-Verlag / Berlin · Göttingen · Heidelberg)

Name (möglichst Stempel): _____
und Unterschrift

_____

Genaue Adresse: _____

_____

_____ Datum _____

11. 55. 545.

POSTKARTE

An die Buchhandlung

F. Thermodynamik.

I. **Zustandsgrößen und Zustandsgleichung.** § 1. Grundbegriffe. § 2. Die Zustandsgleichung. § 3. Das Modell des idealen Gases. § 4. Die VAN DER WAALSsche Zustandsgleichung.

II. **Die Hauptsätze der Thermodynamik.** § 1. Die Temperatur. § 2. Der Kreisprozeß. § 3. Der erste Hauptsatz. § 4. Der CARNOTsche Kreisprozeß am idealen Gas. § 5. Der zweite Hauptsatz. § 6. Reversible und irreversible Prozesse. § 7. Die thermodynamische Definition der Temperatur. § 8. Die Entropie.

III. **Die thermodynamischen Funktionen und die thermodynamischen Differentialgleichungen.** § 1. Wahre und gehemmte Gleichgewichte. § 2. Apparative Hemmungen. Semipermeable Wände. § 3. Allgemeine Zustandsvariablen. Reaktionslaufzahlen. § 4. Die freie Energie. § 5. Das GIBBSsche thermodynamische Potential. § 6. Die Entropie und innere Energie als unabhängige Variable. § 7. Thermodynamik offener Systeme. § 8. Allgemeine Gleichgewichtsbedingungen.

IV. **Einfache Anwendungen.** § 1. Ideale Gase von einheitlicher Zusammensetzung. § 2. Gasgemische. § 3. Das VAN DER WAALSsche Gas. § 4. Strömung durch eine Drossel. JOULE-THOMSON-Effekt. § 5. Phasen. GIBBSsche Phasenregel. § 6. Chemische Prozesse. § 7. Phasenänderung, Verdampfung. § 8. Die Elektrolyse.

V. **Die absoluten Zahlwerte der thermodynamischen Funktionen. NERNSTsches Theorem.** § 1. Die innere Energie. § 2. Absoluter Wert der Entropie. § 3. Verhalten der Stoffe bei tiefen Temperaturen. § 4. Die Unerreichbarkeit des absoluten Nullpunktes. § 5. Integration der HELMHOLTZschen Gleichung.

VI. **Grenzgebiete der Thermodynamik.** § 1. Chemisches Gleichgewicht in Gasen. § 2. Lösungen. § 3. Verdünnte Lösungen. § 4. Dampfdruckniederung, Siedepunkterhöhung. § 5. NERNSTscher Verteilungssatz. § 6. Osmotischer Druck. § 7. Elektrolytische Lösungen. § 8. Dampfdruckerhöhung durch Fremddruck und Oberflächenspannnung. § 9. Chemisches Potential von Ladungsträgern im elektrischen Feld.

VII. **Wärmestrahlung.** § 1. Strahlungsfeld. § 2. Reguläre und diffuse Reflexion. Weiße Oberflächen und schwarze Körper. § 3. Hohlraumstrahlung. § 4. Absorptionsvermögen, Emissionsvermögen. KIRCHHOFFsches Gesetz. § 5. Das PLANCKsche Strahlungsgesetz. § 6. WIENsches Verschiebungsgesetz. STEFAN-BOLTZMANNsches Gesetz. Optischer Wirkungsgrad. Leuchtdichte.

VIII. **Thermodynamik irreversibler Prozesse.** § 1. Irreversible Prozesse an Phasengrenzflächen und Trennwänden. § 2. Dissipationsfunktion. § 3. Die ONSAGERschen Reziprozitätsbeziehungen. § 4. Einfache Anwendungen. Elektrokinetische Effekte. Thermomechanische Effekte. § 5. Irreversible Prozesse in kontinuierlichen Medien. *§ 6. Die Bilanzgleichungen irreversibler Prozesse. *§ 7. Dissipationsfunktion, Ströme und Kräfte. ONSAGERsche Relationen. *§ 8. Anwendungen. 1. Isotherme Diffusion. 2. Reine Wärmeleitung im homogenen Medium. 3. Der stationäre Zustand. *§ 9. Thermoelektrizität.

IX. **Die Wärmeleitung.** § 1. Die Differentialgleichung der Wärmeleitung. § 2. Stationäre Vorgänge ohne Wärmeerzeugung. § 3. Stationäre Wärmeströmung mit Wärmeerzeugung. *§ 4. Nichtstationäre Vorgänge.

Namen- und Sachverzeichnis.

* *Diese Abschnitte sind schwieriger und stellen größere mathematische Anforderungen.*

** *In diesen Abschnitten ist der Gang der Überlegungen nur skizziert, Zwischenrechnungen sind eingespart.*

SPRINGER-VERLAG / BERLIN · GÖTTINGEN · HEIDELBERG

Schneller als erwartet war die erste Auflage des ersten Bandes vergriffen. Die freundliche Aufnahme, die das Buch gefunden hat, hat den Verfasser in der Absicht bestärkt, die Gesamtanlage nicht wesentlich zu verändern. Er hat jedoch die Gelegenheit wahrgenommen, einige Teilgebiete etwas zu verstärken, welche sich in der Zwischenzeit weiter entwickelt haben oder durch Anwendungen stärkeres Interesse gewonnen haben. Es wurden deshalb einige Proben der Gasdynamik aufgenommen und die Thermodynamik irreversibler Prozesse berücksichtigt. Dem mehrfach geäußerten Wunsch, auch dem ersten Band ein Register beizugeben, ist in der zweiten Auflage Rechnung getragen.

Aus den Besprechungen der ersten Auflage:

. . . Das Werk ist gedacht als Lehrbuch für mittlere und höhere Semester. Dementsprechend ist von mathematischen Hilfsmitteln ein sehr maßvoller Gebrauch gemacht; schwierigere Einzelteile sind besonders gekennzeichnet. Das Verständnis der Entwicklungen und der Gebrauch als Nachschlagewerk wird außerordentlich erleichtert durch die zusammenfassenden Inhaltsangaben und Bezeichnungstafeln, die fast jedem einzelnen Paragraphen vorangestellt sind, ein nachahmungswertes Beispiel! Es versteht sich, daß bei einem einbändigen Lehrbuch der ganzen phänomenologischen Theorie die Auswahl beschränkt, die Darstellungen teils knapp gehalten und auf das Wesentliche konzentriert werden mußten. Das ist aber so gut geschehen, daß trotzdem der Eindruck entstanden ist, das Werk greife in jeder Beziehung ins Volle, angefangen von der Vielseitigkeit des Stoffes, der Fülle der Beziehungen zur Praxis in Beispielen und Formulierungen bis hin zu den erwähnten Nachschlagehilfen und den gut durchdachten Bezeichnungen . . . ; besonders hervorzuheben sind zahlreiche Betrachtungen grundsätzlicher Art über das Wesen einer physikalischen Theorie, die Bedeutung von Modellen, die jeweils eingenommenen Standpunkte und benutzten Schlußweisen, die dafür sorgen, daß nirgends ein nur oberflächliches Wissen angebaut wird . . .

„Zeitschrift für angewandte Physik"

. . . The book has a high standard. The presentation is clear and thorough and it follows nearly always the conventional methods of treatment . . . The book should be very useful to the advanced student.

"The Proceedings of the Physical Society"

Zweiter Band: **Struktur der Materie.** Mit 194 Textabbildungen. XII, 768 Seiten Gr.-8°. 1950. DM 66,—; Ganzleinen DM 69,90

Aus den Besprechungen:

Mit dem soeben erschienenen zweiten Band liegt das WEIZELsche Lehrbuch der theoretischen Physik jetzt als geschlossene Einheit vor. Fortlaufende Kapitelteilung und Paginierung deuten schon äußerlich an, wie sehr der Verfasser erstrebt hat, das Ganze aus einem Guß zu schaffen. In Gesamtumfang von 1540 Seiten und in der Ausgedehntheit und Mannigfaltigkeit der behandelten Stoffgebiete ist es ein bedeutsames Werk, das der heranwachsenden Physiker-Generation zweifellos ein guter und begehrter Führer sein wird. Auch für die Kollegen vom Fach bedeutet es ein in vieler Beziehung wertvolles Nachschlagebuch . . . Alles in allem stellt das WEIZELsche Lehrbuch ein im jetzigen Augenblick sehr wertvolles und höchst eigenartiges Werk dar, das vermutlich auch außerhalb der deutschen Sprachgrenzen Verbreitung finden wird.

„Zeitschrift für angewandte Physik"

SPRINGER-VERLAG / BERLIN · GÖTTINGEN · HEIDELBERG

11. 55. 550.

TOFT [3] und HOLLMANN [5] lassen sich beide Fälle unterscheiden durch

$$\nu_G^2 < \mu^2 + \nu_S^2 \quad \text{(stabil)} \tag{11}$$

und

$$\nu_G^2 > \mu^2 + \nu_S^2 \quad \text{(labil)} \tag{12}$$

wobei der Index G = Grundstrom und S = Störung andeuten soll. Dem stabilen Fall entspricht gemäß (11) und (12) das Beispiel D, dem labilen der Fall M. Beide sind in Abb. 9 so dargestellt, daß die zeitliche Änderung der kinetischen Energie des Grundstromes wie auch der anfänglich vorhandenen Störung ersichtlich wird. Man sieht, daß in beiden Fällen die Oszillation wieder vorhanden ist; sie wird jedoch diesmal von einem stärkeren Abfluß zum kurzwelligen Ende hin überlagert.

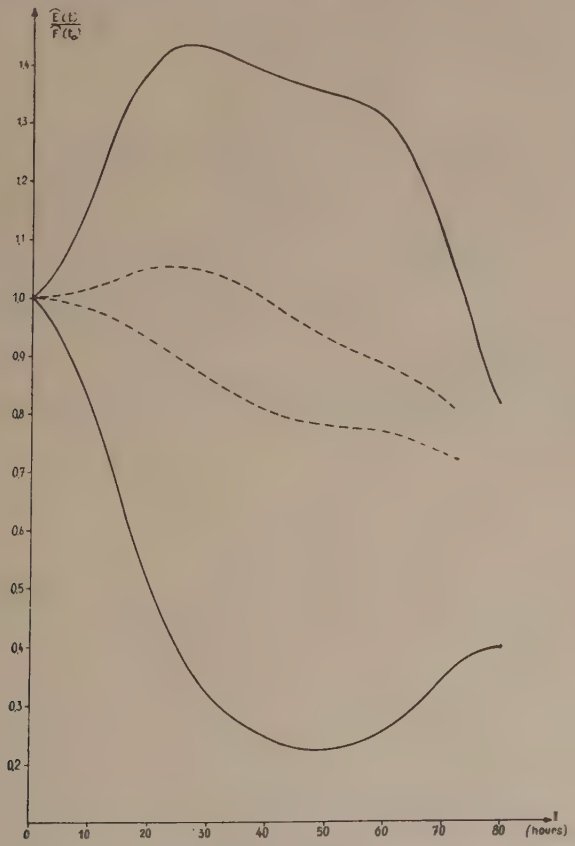


Abb. 9. Zeitlicher Verlauf der Größe $\widehat{E}(t)/\widehat{E}(t_0)$ für $\mu = 0$ (unterhalb 1,0) und $\mu = 1$ (oberhalb 1,0 in den Fällen D (– – – – – –) und M (————)

Es besteht also kein wesentlicher Unterschied zwischen dem zeitlichen Ablauf im stabilen und labilen (Ausgangs-)fall, vielmehr bedingt das Vorhandensein der Oszillation einen ständigen Wechsel in der definitions-

gemäß gegebenen Einteilung zwischen stabilem und labilem Fall. Einschränkungen für den stabilen Fall hat bereits Hollmann [5] angegeben.

Es soll noch bemerkt werden, daß die Unterscheidung des Types in allen theoretischen Untersuchungen auf der Ermittlung von $\frac{\partial E}{\partial t}(t_o)$ und $\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}(t_o)$ beruht, also nur aus Tangente und Krümmung der Kurven in Abb. 9 zur Zeit $t = 0$ entschieden wird.

Literatur

1. B. Bolin: Numerical forecasting with the barotropic model. Tellus **VII**, No. 1, 27 (1955).
2. J. G. Charney: Dynamic forecasting by numerical process. Compendium of Meteorology, S. 475, Boston 1951.
3. R. Fjörtoft: On the changes in the spectral distribution of kinetic energy for twodimensional nondivergent flow. Tellus **V**, 225 (1953).
4. K. Hinkelmann und R. Schwarzenberger: Charakteristikenverfahren bei der numerischen Wettervorhersage. Ber. Deutsch. Wetterd., Nr. 14 (1954).
5. G. Hollmann: In: H. Flohn and Collab.: Research in objectice Weather Forecasting. Final-Report zu Contract AF 61 (514)—434. Part D: On the influence of disturbances on a non homogeneous basic current (1954).
6. G. W. Platzman: The computational stability of boundary conditions in numerical integration of the vorticity equation. Arch. Met. Geoph. Biokl. Serie A, **7**, 29 (1954).
7. F. Wippermann: Über das Verhalten des Truncationsfehlers bei Verwendung der zweidimensionalen und divergenzfreien Vorticitygleichung. Meteorol. Rundsch. **8**, 44 (1955).

551.511:551.576.2:551.577.1

(Swedish Meteorological and Hydrological Institute, Stockholm)

Relation between Horizontal Advection, Total Amount of Cloudiness and Precipitation

By

T. Duvedal

Summary. A statistical study has been made of the relations between horizontal advection, total amount of cloudiness, and precipitation by means of the upper winds and the synoptic observations. The horizontal advection was computed from the upper winds and the objective computations of the advection differ from the more subjective methods used by other investigators. The study is based upon all types of weather situations of the years 1952 and 1953 and no cases have been eliminated.

The present study corroborates that in most cases of warm-air advection the sky is cloudy or overcast and that in a great number of these cases there is also precipitation. In connection with the advection of cold air there exist in most cases no clouds or only a small amount of cloudiness. It seems justifiable to conclude that there is large-scale ascending motion in areas with warm-air advection; the magnitude of the ascending motion depends on the intensity of the warm-air advection. Conversely, in areas with cold-air advection there occurs a descending motion, which presumably is nearly proportional to the intensity of the cold-air advection.

Zusammenfassung. Die Beziehungen zwischen horizontaler Advektion, Gesamtbewölkung und Niederschlag werden mit Hilfe der Höhenwinde und der synoptischen Beobachtungen statistisch untersucht. Die horizontale Advektion wird aus den Höhenwinden berechnet; diese objektive Methode der Berechnung unterscheidet sich von den mehr subjektiven Methoden, die in anderen Untersuchungen verwendet worden sind. Die Untersuchung benützt ohne Ausnahme alle während der Jahre 1952 und 1953 vorkommenden Wetterlagen und dürfte somit die meisten typischen Wetterlagen erfassen.

Als Resultat ergibt sich, daß in den meisten Fällen von Warmluftadvektion der Himmel bedeckt oder fast bedeckt ist und daß in vielen Fällen auch Niederschläge vorkommen. Im Zusammenhang mit Kaltluftadvektion findet man meistens keine oder geringe Bewölkung. Es scheint berechtigt, anzunehmen, daß in Gebieten mit Warmluftadvektion aufsteigende Luftbewegungen in großem Maßstabe vorkommen, wobei natürlich die Steiggeschwindigkeit von dem Maß der Warmluftadvektion abhängig ist. Umgekehrt liegt in Gebieten mit Kaltluftadvektion eine absteigende Bewegung vor, von welcher anzunehmen ist, daß sie ungefähr proportional zur Intensität der Kaltluftadvektion ist.

Résumé. Une étude statistique a été faite sur la relation entre l'advection horizontale, quantité totale de nuages et la précipitation, à l'aide des vents d'altitude et des observations synoptiques. L'advection horizontale fut mesurée depuis les vents d'altitude et les mesures objectives de l'advection diffèrent des méthodes plus subjectives utilisées par d'autres investigateurs. L'étude comprend tous les types de situations météorologiques et aucun cas n'a été éliminé.

L'étude présente confirme que dans la plupart des cas d'advection d'air chaud le ciel est nuageux ou couvert et dans un grand nombre de ces cas il y a aussi précipitation. En rapport avec l'advection d'air froid, dans la plupart des cas il n'y a pas de nuages ou seulement une petite quantité. Il paraît juste de conclure qu'il y a mouvement ascendant à grande échelle dans les zones d'advection d'air chaud. Assez naturellement l'ampleur du mouvement ascendant varie avec l'intensité de l'advection d'air chaud. Par contre, dans les zones à advection d'air froid nous avons un mouvement descendant, qui vraisemblablement est à peu près proportionnel à l'intensité de l'advection d'air froid.

I. Introduction

Following a suggestion for future research given by Panofsky [*6*] the following statistical study has been made. Strictly, Panofsky suggests a study of the relation between vertical velocity and advection, but as shown by Miller [*3*] we may instead study the relation between horizontal advection and the total amount of cloudiness.

Panofsky [*5*, *6*] has studied the relation between vertical velocity and cloudiness, and found that increasing cloudiness should be associated with positive vertical velocities. A statistical study by Miller [*3*] confirms that clear weather is usually preceded by slightly negative velocities and cloudy weather or precipitation by positive vertical velocities of the magnitude a few cm sec^{-1}.

II. Data

The study is based on two years of observations from the radiosonde stations Stockholm-Bromma, Sweden, and Leuchars, England.

The horizontal advection was computed from the upper winds at each of these stations for the layer 950—500 mb by using the formula

$$\frac{\partial \Delta}{\partial t} = k \sin \varphi \, v_1 \, v_2 \sin \alpha,$$

where $\frac{\partial \Delta}{\partial t}$ = "the advective tendency",

v_1 = wind velocity at 950 mb,

v_2 = wind velocity at 500 mb,

k = a constant depending on the units. If v_1 and v_2 are given in knots and $\frac{\partial \Delta}{\partial t}$ in gpm/3 hrs, the value of $k = 4{,}25 \cdot 10^{-2}$.

φ = the latitude, counted positive in the northern hemisphere,

α = the angle between the wind direction in 950 mb and in 500 mb, counted positive when the wind veers with height.

For further information the reader is referred to DUVEDAL [*1*, *2*]. For Stockholm-Bromma, the individual values of $\frac{\partial A}{\partial t}$ were compared with the total amount of clouds and the precipitation at the time of the soundings (03 GMT and 15 GMT), while for Leuchars the advection at 02 GMT, 08 GMT, and 14 GMT and 20 GMT was compared with observed weather at the synoptic observation four hours later. The following scales were used: for Stockholm-Bromma, 0/10, 1/10 . . . 10/10 and "10/10 with precipitation", for Leuchars 0/8, 1/8 . . . 8/8 and "8/8 with precipitation". These groups were taken together into three classes each including nearly the same number of cases.

III. Results

Tables 1—7 show in a condensed form the frequency of the various combinations of computed horizontal advection and total amount of clouds. For each of the three advection classes, the frequency of any of the three cloudiness classes is expressed in per cent. The yearly frequencies are given in tables 1—4.

Table 1. *Stockholm-Bromma 1952--1953*

Total amount of clouds / Advection in gpm/3 hrs	0/10 to 5/10	6/10 to 9/10	10/10 (in [...] cases with precipitation)	Total %	Total number of cases
>5	23%	28%	49% [20%]	100	485
5—0	35%	32%	33% [12%]	100	500
<0	42%	30%	28% [9%]	100	495
Total number of cases	494	445	541 [203]		1480

Table 2. *Leuchars 1952—1953*

Total amount of clouds / Advection in gpm/3 hrs	0/8 to 4/8	5/8 to 7/8	8/8 (in [...] cases with precipitation)	Total %	Total number of cases
>5	26%	36%	38% [19%]	100	855
5—0	31%	40%	29% [9%]	100	839
<0	41%	39%	20% [7%]	100	904
Total number of cases	844	1001	753 [303]		2598

Table 3. *Leuchars 1952*

Total amount of clouds / Advection in gpm/3 hrs	0/8 to 4/8	5/8 to 7/8	8/8 (in [...] cases with precipitation)	Total %	Total number of cases
>6	28%	36%	36% [16%]	100	393
6—0	33%	39%	28% [6%]	100	389
<0	44%	40%	16% [6%]	100	394
Total number of cases	417	449	310 [107]		1176

Table 4. *Leuchars 1953*

Total amount of clouds / Advection in gpm/3 hrs	0/8 to 5/8	6/8 to 7/8	8/8 (in [...] cases with precipitation)	Total %	Total number of cases
>4	30%	30%	40% [21%]	100	461
4—0	35%	34%	31% [12%]	100	497
<0	45%	32%	23% [8%]	100	464
Total number of cases	524	455	443 [196]		1422

IV. Discussion of the results

If we compare the values of each table vertically we find that the results agree quite well with the generally accepted rule stated above i. e. in areas of warm-air advection occurs an ascending motion and in areas with advection of cold-air there is a descending motion. The results show however that there are several cases in which the general rule does not hold: there may occasionally be a rather small amount of clouds together with advection of warm air, or we may have an overcast sky and even precipitation together with cold-air advection. Besides, there are cases as shown below, where either the advection in a relatively thin layer, or different advections in different parts of the layer 950—500 mb, are important for the formation of clouds (and precipitation) although they are not covered by the general rule in the form given above.

a) Cold-air advection below — warm-air advection above: If there is an advection of cold air beneath an advection of warm air and there is a net advection of warm air in the layer 950—500 mb, the entire layer may be subsiding primarily because of sinking of the cold air.

b) Warm-air advection below — cold-air advection above, "instability advection": If there is e. g. some advection of warm air in the lower part of the layer 950—500 mb and a more marked cold-air advection in the upper part, the lapse rate increases and the formation of convective cloud systems is favoured. Large cloud masses may often develop in this way and may cause overcast sky and precipitation although there is a net advection of cold air.

c) Cooling from below: If we have a weather situation in which warm air is cooled from below low clouds of stratus type or perhaps fog will occur. This process is often, but not necessarily, combined with a mean warm-air advection in the layer between 950 and 500 mb.

Of course there are important mechanisms leading to cloud formation which have little or nothing to do with advection: radiation fog or stratus, wave clouds, and ordinary types of convection giving cumulus or cumulunimbus.

V. Seasonal variation

To find the seasonal variation of the relation between horizontal advection and total amount of clouds, the material for Leuchars was divided into three parts: "Summer" (June—September), "Winter"

(December—March) and "Transitional seasons" (April—May, October—November). The results given in tables 5—7 show that the agreement, although clearly present throughout the year, is somewhat less marked during the summer than during other seasons. One reason for this fact is probably the large proportion of convective clouds during the summer, another reason may be the smaller advection.

Table 5. *Leuchars 1952—1953, Summer*

Total amount of clouds / Advection in gpm/3 hrs	0/8 to 5/8	6/8 to 7/8	8/8 (in [...] cases with precipitation)	Total %	Total number of cases
>5	25%	45%	30% [14%]	100	274
5—0	27%	49%	24% [10%]	100	275
<0	38%	43%	19% [8%]	100	279
Total number of cases	251	378	199 [88]		828

Table 6. *Leuchars 1952—1953, Winter*

Total amount of clouds / Advection in gpm/3 hrs	0/8 to 3/8	4/8 to 7/8	8/8 (in [...] cases with precipitation)	Total %	Total number of cases
>7	25%	34%	41% [19%]	100	287
7—0	32%	35%	33% [8%]	100	308
<0	42%	36%	22% [7%]	100	287
Total number of cases	294	309	279 [102]		882

Table 7. *Leuchars 1952—1953, Transitional seasons*

Total amount of clouds / Advection in gpm/3 hrs	0/8 to 4/8	5/8 to 7/8	8/8 (in [...] cases with precipitation)	Total %	Total number of cases
>5	25%	34%	41% [20%]	100	287
5—0	33%	34%	33% [11%]	100	291
<0	46%	34%	20% [7%]	100	310
Total number of cases	309	304	275 [113]		888

VI. Remarks

If we try to follow the motion of warm-air or cold-air advection, we might think of using the temperature at a certain level, or the mean temperature of a certain layer. However, the fact that the temperature is not a conservative property is especially disturbing in this case, because advection of cold air is more often than not combined with subsidence and advection of warm air combined with an upward motion. Therefore, if we want to study the advection, we should preferably consider the motion of the field of advection itself, computed from the upper winds as described by Duvedal [*1*, *2*]. This gives us the advective thickness change in the layer concerned without consideration of vertical motion.

Using the advection field and the observed change of temperature (or thickness) to compute the field of vertical motion we then can estimate the mean relation between the magnitude of horizontal advection and the magnitude of vertical motion. Then, with knowledge of this relation we may insert average values for the vertical motion depending on the observed advection, in order to correct the thermal field as determined by purely horizontal advection. In spite of the many sources of error this correction may possibly lead to a real improvement.

References

1. Duvedal, T.: Advective tendencies and their use for constructing prognostic thickness charts. Sveriges Met. o Hyd. Inst. Notiser och Prel. Rapp. **1**, 5 (1954).
2. Duvedal, T.: A quantitative prognostic method for thickness charts using advective tendencies. Tellus **6**, 192—197 (1954).
3. Miller, J. E.: Application of vertical velocities of objective weather forecasting. Prog. Rep. Mimeogr., College of engineering, New York University (1946).
4. Nyberg, A.: A study of vertical motion and formation of fronts and jet streams. Cent. Proc. Roy. Met. Soc. pp. 81—89 (1950).
5. Panofsky, H. A. and W. W. Dickey: Vertical motions and changes in cloudiness. Bull. Amer. Met. Soc. **27**, 312—313 (1946).
6. Panofsky, H. A.: Large-scale vertical velocity and divergence. Amer. Met. Soc., Compendium of Meteorology, pp. 639—646 (1951).

551.524.1 : 551.551

(Department of Meteorology and Climatology,
University of Washington, Seattle)

The Diurnal Temperature Wave for Quadratic and Exponential Variation of the Austausch Coefficient[1]

By

D. O. Staley[2]

With 2 Figures

Summary. Solutions of the heat conduction equation applied to the diurnal temperature wave are derived for two new cases: austausch increasing (a) quadratically and (b) exponentially with height. These solutions are compared with each other and with solutions for other cases where austausch is also unbounded with height. This procedure clarifies the applicability of all such solutions, and they are found to have serious limitations. The results indicate that the austausch coefficient at higher levels in theoretical models should be bounded as it is in nature.

Zusammenfassung. Die Wärmeleitungsgleichung der täglichen Temperaturwelle in der Luft wird für zwei neue Bedingungen gelöst, nämlich 1. für eine quadratische und 2. für eine exponentielle Zunahme des Austausches mit der Höhe. Die Lösungen werden miteinander und mit Lösungen für andere Fälle verglichen, wo der Austausch ebenfalls nicht mit der Höhe begrenzt ist. Unsere Methode wirft ein Licht auf die Anwendbarkeit aller derartigen Lösungen und zeigt, daß diese nur beschränkte Anwendbarkeit haben. Es geht daraus hervor, daß für theoretische Modelle der Austauschkoeffizient mit der Höhe begrenzt bleiben sollte, was den Verhältnissen in der Natur entspricht.

Résumé. L'équation de conductibilité thermique de la variation diurne de la température de l'air est résolue par l'auteur pour deux cas nouveaux; dans le premier l'échange turbulent augmente au carré, dans le second exponentiellement avec l'altitude. L'auteur compare ensuite ces solutions entre elles et avec celles provenant d'autres cas, où l'échange n'est pas non plus limité par l'altitude. Cette méthode donne de précieux renseignements sur les possibilités d'applications de ce genre de solutions, qui se montrent passablement limitées. Il en ressort également que pour des modèles théoriques le coefficient d'échange reste limité en altitude, ce qui correspond d'ailleurs aux conditions naturelles.

[1] Contribution No. 16, Department of Meteorology and Climatology, University of Washington, Seattle, Washington.

[2] Present affiliation: University of Wisconsin, Madison.

I. Introduction

The Taylor and Brunt heat flux equations have formed the basis for a heat conduction equation which has been applied with a variety of limiting assumptions to the diurnal temperature wave. The procedure has been to choose a plausible form for the coefficient of eddy conductivity, K ($=A/\varrho$, where ϱ is density and A is the austausch coefficient), solve the heat conduction equation subject to appropriate boundary conditions, and then compare the solution with observations. The extent to which the observed amplitude and phase dependences on height agree with those of theory is taken as a measure of the correctness of the assumed coefficient of eddy conductivity.

Taylor [*1*] applied the solution for K constant with height and time to Eiffel Tower observations. Haurwitz [*2*] developed a solution for K as linear function of height but constant in time and applied it to Eiffel Tower observations. Köhler [*3*] and Sutton [*4*] presented theoretical analyses for K as power of height but constant in time; this solution has been frequently applied to observations taken in England. Recently Berlyand [*5*] and Poppendiek [*6*] have extended the theoretical treatment to K varying with time as well as height, Poppendiek considering the case of K increasing linearly with height and varying sinusoidally with time. The earlier treatments have been only partially successful, and it has not been made clear how the latter treatments compare with observations.

The supposed functional refinements of K have introduced more and more complicated solutions, particularly when K is varied with time. The purpose of this paper is to develop the height dependences of both amplitude and phase for certain assumed values of K. The investigation will clarify the relations between and the applicability of all such solutions. The results show that all these solutions have rather severe limitations. Also, it seems reasonable that solutions for the case $K(z, t)$ now known or which are yet to be developed can be properly interpreted only after the case of $K(z)$ is more fully understood.

In Section II solutions are developed for K quadratic, in Section III for K exponential. In Section IV amplitude and phase relations for all $K(z)$ thus far considered are listed and interpreted.

II. Solution for K quadratic

We consider now the diurnal temperature wave for K constant in time, where the lower boundary temperature can be represented by a single cosine term, and where the transient term is negligible. The single cosine representation is much more valid in summer than in winter. Horizontal homogeneity is assumed. The Taylor heat conduction equation is

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(K \frac{\partial \Theta}{\partial z}\right), \tag{1}$$

where now $\Theta(z, t)$ is the disturbance of potential temperature, t is time, z is height, and $K(z)$ is the coefficient of eddy conductivity. The initial and boundary conditions usually imposed are

$$\Theta(o, t) = \Theta_o \cos \omega t, \tag{2}$$

and

$$\Theta(\infty, t) = 0, \tag{3}$$

where ω is 2π times the frequency of the diurnal temperature wave. The condition at infinity (3), acknowledges the multitude of observations that the diurnal temperature wave attenuates with height, but does not necessarily allow both the amplitude and phase to take on observed values at a finite height where the magnitudes of theoretical and observational coefficients are identical.

By the method of separation of variables we seek a product solution of (1) in the form

$$\Theta = T(t)\, Z(z). \tag{4}$$

Substituting (4) in (1) and introducing ω in deference to the lower boundary condition (2), the two resulting ordinary differential equations are

$$\frac{dT}{dt} + i\omega T = 0 \tag{5}$$

and

$$K \frac{d^2 Z}{dz^2} + \frac{dK}{dz}\frac{dZ}{dz} + i\omega Z = 0, \tag{6}$$

valid for K any arbitrary function of height. In the present case, for quadratic K

$$K = K_o + K_1 z + K_2 z^2. \tag{7}$$

The constants K_o, K_1, and K_2 will all be assumed positive. The solution of (5) follows directly as

$$T = c\, e^{-i\omega t} \tag{8}$$

where c is a constant.

Reference to (7) shows that (6) is a linear equation with variable coefficients. Following KAMKE [7] (6) is a special case of the general form

$$(az^2 + bz + c) Z'' + (dz + e) Z' + fZ = 0, \tag{9}$$

where the primes indicate differentiation with respect to z. Now let the solutions of $az^2 + bz + c = 0$ be denoted by p and q. If $p \neq q$ $(b^2 \neq 4ac)$, the transformation $z = p + (q - p)x$ reduces (9) to

$$x(x-1) Z'' + \left[\frac{d}{a} x + \frac{dp + e}{a(q-p)}\right] Z' + \frac{f}{a} Z = 0, \tag{10}$$

which is a special case of Gauss's hypergeometric equation, the general form of which is, as given by MACROBERT [8],

$$x(1-x) Z'' + [\gamma - (\alpha + \beta + 1) x] Z' - \alpha\beta Z = 0. \tag{11}$$

When $p = q$, that is when $b^2 = 4ac$, the solution of (9) is of the form $Z = \bar{x}^k \bar{Z}(\bar{x})$ where $z = p + \bar{x}^{-1}$, k is a solution of $ak^2 + (a-d)k + f = 0$, and $\bar{Z}$ is given by

$$a\bar{x}\bar{Z}'' - [(dp + e)\bar{x} + d - 2a(k+1)]\bar{Z}' - k(dp + e)\bar{Z} = 0. \tag{12}$$

In the present case, comparison of (6) and (7) with (9) shows that $a = K_2$, $b = K_1$, $c = K_0$, $d = 2K_2$, $e = K_1$ and $f = i\omega$. The solutions of $az^2 + bz + c = K_2z^2 + K_1z + K_0 = 0$ for $K_1^2 - 4K_0K_2 \neq 0$ are $-K_1/2K_2 \pm (K_1^2 - 4K_0K_2)^{1/2}/2K_2$. Letting the root corresponding to the positive sign be p, we have $q - p = -K_2^{-1}(K_1^2 - 4K_0K_2)^{1/2}$ and (10) becomes

$$x(1-x)Z'' + (1-2x)Z' - \frac{i\omega}{K_2}Z = 0, \tag{13}$$

where

$$x = \frac{z-p}{q-p} = \frac{2K_2z + K_1 - (K_1^2 - 4K_0K_2)^{1/2}}{-2(K_1^2 - 4K_0K_2)^{1/2}}. \tag{14}$$

In dealing with (10) we will consider only the case $K_1^2 > 4K_0K_2$. Comparison of (13) with (11) shows that $\gamma = 1$, $\alpha + \beta = 1$ and $\alpha\beta = i\omega/K_2$. In order to choose appropriate general solution of (11), the properties of x must be determined. Reference to (14) shows that if $K_1^2 > 4K_0K_2$ and $K_2 > 0$, then $x < 0$ for $z = 0$ and $x \to -\infty$ as $z \to \infty$. Moreover, $-1 < x < 0$ is a possibility at $z = 0$. We see that $|\zeta|^{-1} = |1-x|^{-1} < 1$ for all z. For this condition the appropriate general solution of (13) is well known to be

$$\begin{aligned} Z = {} & c_1\zeta^{-\alpha}F(\alpha, \gamma-\beta; \alpha-\beta+1; \zeta^{-1}) \\ & + c_2\zeta^{-\beta}F(\beta, \gamma-\alpha; \beta-\alpha+1; \zeta^{-1}), \end{aligned} \tag{15}$$

where

$$F(\alpha,\beta;\gamma;y) \equiv 1 + \frac{\alpha\beta}{1\cdot\gamma}y + \frac{\alpha(\alpha+1)\beta(\beta+1)}{1\cdot 2\cdot\gamma\cdot(\gamma+1)}y^2 + \cdots \tag{16}$$

represents the hypergeometric series, valid generally for $|y| < 1$. In terms of z and the parameters defining K,

$$\zeta = \frac{1}{2} + \frac{K_1 + 2K_2z}{2(K_1^2 - 4K_0K_2)^{1/2}} > 1. \tag{17}$$

The application of the upper boundary condition (3) depends on the behavior of the two solutions which constitute (15). As $z \to \infty$, $\zeta \to \infty$ causing both hypergeometric series of (15) to approach unity. The behavior of both solutions of (15) for large z thus depends only on the signs of α_R and β_R. Solving for $\alpha = \alpha_R + i\alpha_i$ from the two simultaneous expressions involving α and β given above, we find

$$\alpha = \frac{1}{2}\left[1 + \frac{1}{2^{1/2}}\left\{\left[1 + \left(\frac{4\omega}{K_2}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} + 1\right\}^{\frac{1}{2}} - \frac{i}{2^{1/2}}\left\{\left[1 + \left(\frac{4\omega}{K_2}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} - 1\right\}^{\frac{1}{2}}\right]. \tag{18}$$

Inspection of (18) shows that $\alpha_R > 1$, and since $\beta = 1 - \alpha$, we have $\beta_R < 0$. Hence the upper boundary condition (3) requires that c_2 be zero, and expressing β in terms of α, (15) becomes

$$Z = c_1\zeta^{-\alpha_R}\left(e^{-i\alpha_i \ln\zeta}\right)F(\alpha, \alpha; 2\alpha; \zeta^{-1}). \tag{19}$$

Substituting in (4) for T from (8) and for Z from (19) and applying the lower boundary condition (2), we have

$$\Theta = \Theta_0 e^{-i[\omega t - \alpha_i \ln(\zeta/\zeta_0)]}\left(\frac{\zeta}{\zeta_0}\right)^{-\alpha_R}\frac{F(\alpha, \alpha; 2\alpha; \zeta^{-1})}{F(\alpha, \alpha; 2\alpha; \zeta_0^{-1})}. \tag{20}$$

Setting $F(\alpha, \alpha; 2\alpha; \zeta^{-1}) \equiv P + i\,Q$, and retaining the real part of Θ, the final solution for $|\zeta| > 1$ becomes

$$\Theta = \Theta_o \left(\frac{\zeta}{\zeta_o}\right)^{-\alpha_R} \left(\frac{P^2 + Q^2}{P_o^2 + Q_o^2}\right)^{\frac{1}{2}} \cos\left[\omega t + \alpha_i \ln(\zeta/\zeta_o) - \delta\right], \tag{21}$$

where

$$\tan \delta = \frac{Q\,P_o - P\,Q_o}{P\,P_o + Q\,Q_o}, \tag{22}$$

and the zero subscript refers to values at $z = 0$. Some simplification of (21) is possible when $(4\,\omega/K_2)^{1/2} << 1$, in which case (18) shows that $\alpha_R \approx 1$ and $\alpha_i \approx -4\,\omega^2/2^{1/2}\,K_2^2$.

For z large which means $|\zeta| >> 1$ it is seen that $P \to 1$ and $Q \to 0$ so that (21) becomes effectively

$$\Theta = \frac{\Theta_0}{(P_0^2 + Q_0^2)^{1/2}} \left(\frac{\zeta}{\zeta_0}\right)^{-\alpha_R} \cos\left[\omega t + \alpha_i \ln(\zeta/\zeta_0) - \delta_l\right], \tag{23}$$

where δ_l represents the limiting value of δ as $\zeta \to \infty$ and is given by

$$\tan \delta_l = -Q_o/P_o. \tag{24}$$

According to (17) z is a linear function of ζ. Thus (23) provides two important properties of the solutions for quadratic K: for large z the amplitude varies as $z^{-\alpha_R}$ where $\alpha_R > 1$ and the phase varies as $\ln z$. These variations differ from those of all previous cases of K a function of height only.

For the solution of (9) when $b^2 = 4\,ac$, which means $K_1^2 = 4\,K_0 K_2$, (12) must be solved. Substitution of a, d and f into the expression for k preceding (12) gives $k^2 - k + i\omega\,K_2^{-1} = 0$, which turns out to be the same equation from which α was determined. Hence, by choosing the positive sign, $k = \alpha$. Substituting for k, a, d, p and e, (12) becomes

$$\bar{x}\,\bar{Z}'' + 2\,\alpha\,\bar{Z}' = 0, \tag{25}$$

which is of the first order in $\bar{Z}'$. The general solution of (9) follows for this case simply as

$$Z = c_1 \bar{x}^{1-\alpha} + c_2 \bar{x}^{\alpha}, \tag{26}$$

where c_1 and c_2 are arbitrary constants. Since $\alpha_R > 1$, and $\bar{x} = (z - p)^{-1} = (z + K_1/z\,K_2)^{-1}$, the upper boundary condition (3) requires that $c_1 = 0$. Writing (26) as

$$Z = c_2 \bar{x}^{\alpha} e^{i\,\alpha_i \ln \bar{x}}, \tag{27}$$

and applying the lower boundary condition (2), the solution for Θ becomes

$$\theta = \theta_o \left(\frac{K_1}{K_1 + 2\,K_2 z}\right)^{\alpha_R} \cos\left[\omega t + \alpha_i \ln\left(\frac{K_1 + 2\,K_2 z}{K_1}\right)\right]. \tag{28}$$

Again for large z the amplitude decreases roughly as $z^{-\alpha_R}$, and the phase increases roughly as $\ln z$. A numerical example will be given below for this case. When $(4\,\omega/K_2)^2 << 1$, substitution of the aforementioned approximations for α_R and α_i transforms (28) into the simpler form

$$\theta \approx \theta_o \left(\frac{K_1}{K_1 + 2\,K_2 z}\right) \cos\left[\omega t - 2^{3/2} \left(\frac{\omega}{K_2}\right)^2 \ln\left(\frac{K_1 + 2\,K_2 z}{K_1}\right)\right]. \tag{29}$$

The standard methods of treating (9) for the cases $K_1^2 \neq 4K_0K_2$ and $K_1^2 = 4K_0K_2$ have thus provided in (21) and (28) fundamental solutions whose limiting cases for large z have shown amplitude varying as $z^{-\alpha_R}$ and the phase as $\ln z$.

Table 1 shows for large z the variation of amplitude and phase for various forms of K. For z large K in the linear and quadratic cases is determined mainly by the highest powers of z, which in turn determine the behaviour of amplitude and phase. For the cases treated thus far, the larger K is at large z, the more gradual are the decrease of relative amplitude with height and increase of phase with height at large z. Thus for quadratic K, the relative amplitude no longer includes an exponential decrease with z but only a power of z; the phase no longer increases as a power of height, but as a logarithm of height.

Turning now to the magnitudes of amplitude and phase, the definition of ζ indicates that it decreases sharply with height. For K increasing with height with plausible linear and quadratic terms, (21) or possibly (28) will be a convenient solution. Referring for example to (21), we see that $|\zeta|$ will increase rapidly with height and differ greatly from $|\zeta|$. In addition the magnitudes of the real and imaginary parts of the hypergeometric series involved decrease considerably from their values at $z = 0$ and soon reach the limiting values of unity and zero respectively. Thus the amplitude will be given by the product of two factors both of which decrease considerably from their surface values so that the amplitude will be much less than its surface value. The phase is somewhat more difficult to infer by inspection. Reference to (18) shows that α_i is usually very much smaller than α_R. The logarithmic term of the phase is thus rather small. The rapid increase of ζ with height causes δ to approach rapidly its limiting value, which is in turn small because $\alpha_i \ll \alpha_R$ for meteorologically reasonable values of K_2. Thus both terms of the phase are small as is also their sum so that the phase is small.

Since hypergeometric series depend generally on three parameters, tabulated values of the series as functions of the dependent variable are virtually non-existent. Therefore the series must be evaluated in any numerical case unless it may be approximated at the outset. As long as only a few terms are necessary in order to evaluate the series, no great difficulty arises. When $K_1^2 - 4K_0K_2$ is small, (21) becomes somewhat less formidable since in this case the independent variable ζ of the series is much greater than unity at all heights, giving zero and unity as its approximate imaginary and real parts respectively.

As a numerical example for the special case $K_1^2 - 4K_0K_2 = 0$ let us take $K = 8 \times 10^3 + 7 \cdot 2z + 1 \cdot 62 \times 10^{-3} z^2$, which is shown by (a) of Fig. 1. Shown also for comparison is the linear K used by HAURWITZ. In the present case $(4\omega/K_2)^2 = 0.0323$ and (29) serves as a good approximation. Fig. 2 shows the results for this case. The amplitude decreases most rapidly near the surface. At higher levels the amplitude is very small but decreases very slowly. The phase is very small, increases most rapidly near the surface, and increases very slowly at higher levels.

The percentage decrease of amplitude and the percentage increase of phase both decrease with height.

The foregoing numerical example serves to illustrate the preceding theoretical inferences that for the quadratic case the amplitude and phase are smaller than for comparable K constant and linear cases, that is,

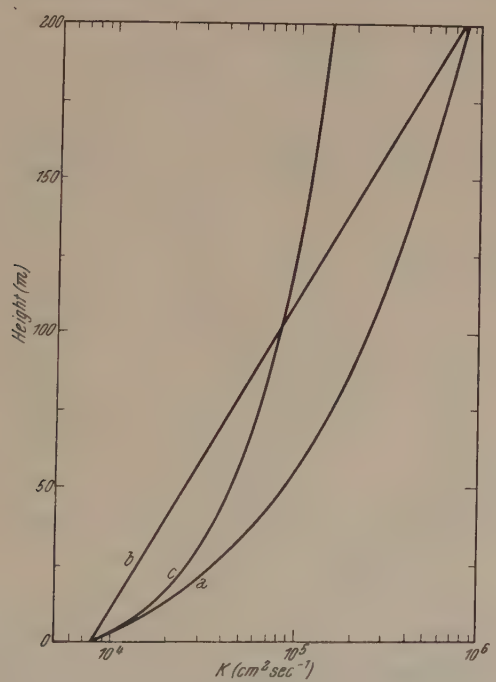


Fig. 1. Coefficient of eddy conductivity as a function of height.
a: $K = 8 \times 10^3 + 7.2z + 1.62 \times 10^{-3} z^2$;
b: $K = 8 \times 10^3 \exp(2.303 \times 10^{-4} z)$;
c: $K = 8 \times 10^3 + 7.2\, z$ cm^2 sec^{-1}

where the quadratic K is approximated by a constant or linear K in the first one or two hundred meters. The amplitude decreases most rapidly and the phase increases most rapidly in the lower levels. At higher levels the amplitude and phase respectively decrease and increase very slowly. These results reveal that although a theoretical quadratic variation of K may in the lower levels somewhat better represent an actual K, the entire character of the theoretical solution for the usual boundary condition at infinity is altered, both in magnitude and in asymptotic properties, and in a manner which suggests an inherent limitation of the significance of all such solutions for K increasing indefinitely with height.

We note in passing that the asymptotic expansion of the solution for K a power of height ($K = \text{const.}\, z^p$),

$$\theta \approx (\text{const.})\, z^{-\frac{1}{4}} \left\{ exp\left[-\left(\frac{\omega}{2a}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{2}{2-p} z^{1-\frac{1}{2}p} \right] \cdot \right.$$
$$\left. \cos\left[\omega t - \frac{2}{2-p} \left(\frac{\omega}{2a}\right)^{\frac{1}{2}} z^{1-\frac{1}{2}p} \right] \right\}, \qquad (30)$$

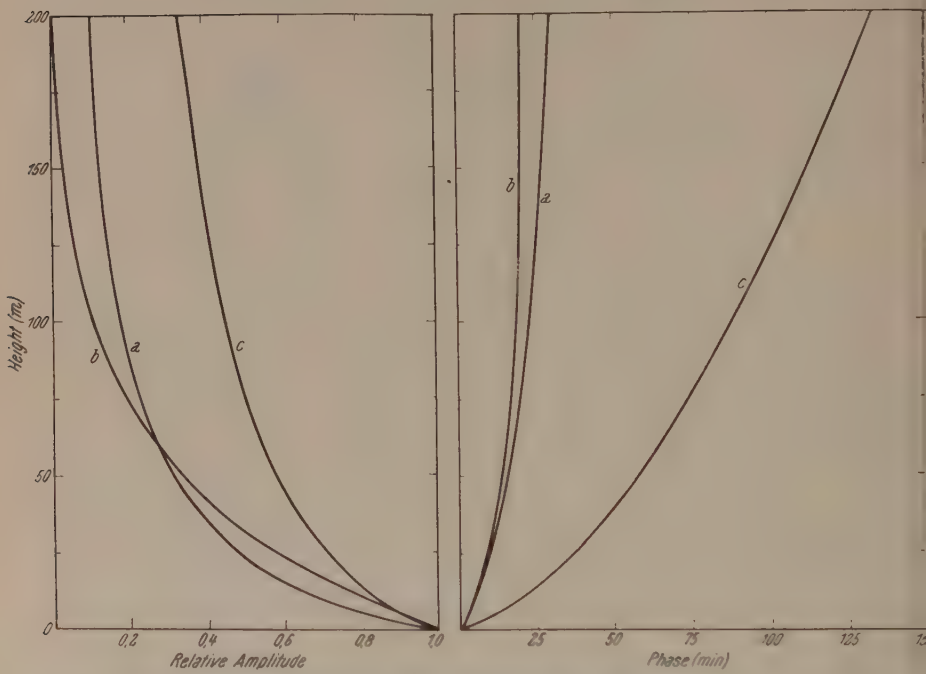


Fig. 2. Theoretical amplitude relative to surface amplitude and theoretical phase for the respective eddy conductivities of Fig. 1; for the signification of *a*, *b*, *c* see Fig. 1

as given by Sutton [4], also shows the same trend. Thus at large heights, for which (30) is valid, the larger is p, the less rapidly amplitude and phase change with height. In order further to illuminate this point, the solutions for K varying exponentially with height will be considered.

III. Solution for K exponential

A K which increases exponentially exceeds observations at higher levels much more than do the linear, quadratic, and power assumptions. The solution for an assumed exponential K should therefore more dramatically clarify whatever limitations may characterize the solutions for ever increasing coefficients. Replacing for convenience $i\,\omega$ by $-i\,\omega$, we find $T = c\,e^{i\omega t}$, setting $K = K_o\,e^{bz}$ we find Z is the solution of

$$\frac{d}{dz}\left(K_o e^{bz} Z'\right) - i\,\omega Z = 0. \qquad (31)$$

The substitution of $x = e^{bz}$ transforms (31) into

$$x^2 Z'' + 2x Z' - \frac{i\omega x^{-1}}{b^2 K_o} Z = 0 \tag{32}$$

which is a special case of Bessel's equation. Following HILDEBRAND [9], the general solution of (32) may be written as

$$Z = x^{-\frac{1}{2}} \left\{ c_1 I_1 \left[\frac{2}{b} \left(\frac{i\omega}{K_o} \right)^{\frac{1}{2}} x^{-\frac{1}{2}} \right] + c_2 \mathfrak{K} \left[\frac{2}{b} \left(\frac{i\omega}{K_o} \right)^{\frac{1}{2}} x^{-\frac{1}{2}} \right] \right\}, \tag{33}$$

where I_1 and $\mathfrak{K}$ represent modified unit order Bessel functions of the first and second kinds respectively. As $z \to \infty$, the argument of the two Bessel functions vanishes. Since only I_1 remains finite, the upper boundary condition (3) requires $c_2 = 0$. Since

$$i^p I_\nu (i^{\frac{1}{2}} x) = \mathrm{ber}_\nu x + i\, \mathrm{bei}_\nu x = M_\nu (x)\, e^{i\theta_\nu (x)},$$

where M_ν and θ_ν are real functions of x, the solution for Z may be taken as

$$Z = x^{-\frac{1}{2}} M_1(\psi)\, e^{i\theta_1(\psi)}, \tag{34}$$

where $\psi = (2/b)[\omega/(K_o x)]^{\frac{1}{2}}$. The solution for $\theta = T Z$ becomes

$$\theta = c\, e^{i\omega t} x^{-\frac{1}{2}} M_1 (\psi)\, e^{i\theta_1(\psi)}. \tag{35}$$

The lower boundary condition (2) furnishes the condition

$$\theta_o = c\, M_1 (\psi_o)\, e^{i\theta_1(\psi_o)}. \tag{36}$$

Substituting from (36) in (35) and retaining the real part of θ, the final solution becomes

$$\theta = \theta_o\, x^{-\frac{1}{2}} \frac{M_1(\psi)}{M_1(\psi_0)} \cos [\omega t + \triangle \theta_1 (\psi)], \tag{37}$$

where $\psi_0 = (2/b)(\omega/K_o)^{\frac{1}{2}}$, and $\triangle \theta_1 (\psi) = \theta_1 (\psi) - \theta (\psi_o) < 0$. MCLACHLAN [10] has tabulated $M_1 (\psi)$ and $\theta_1 (\psi)$ for a wide range of ψ, which facilitates numerical computations. For z, b or K_0 large, ψ is small and $M_1 (\psi) \approx \frac{1}{2}$, while $\theta_1 (\psi) \approx 3\pi/4$. Hence for large z

$$\theta \approx \frac{\theta_0}{b} \left(\frac{\omega}{K_0} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{e^{-bz}}{M_1(\psi_0)} \cos \left[\omega t - \theta_1 (\psi_0) + \frac{3}{4} \pi \right]. \tag{38}$$

If $M_1 (\psi)$ is small for all z, then at all z

$$\theta \approx \theta_0\, e^{-bz} \cos \left[\omega t + \triangle \theta_1 (\psi) \right] = \theta_0 \frac{K_0}{K} \cos \left[\omega t + \theta_1 (\psi) \right], \tag{39}$$

where $\triangle \theta_1 (\psi)$ is very small.

According to (38) the amplitude decreases exponentially for large z, while the phase becomes constant. According to Table 1 the latter property represents a continuation of the trend toward a more slowly increasing phase, the more rapidly K increases with height, but the exponential decrease of amplitude with height does not represent a continuation of the trend toward a more gradually decreasing amplitude as K increases more rapidly with height. In magnitude, however, the amplitude and phase are both very small for plausible values of the parameters

in continuation of the previous trend. If K_0 or b is not too small, (39) shows that the amplitude falls off as $K_0\ K^{-1}$. Now if the first 100m increase of one order of magnitude is prescribed for K, then the amplitude at 100m is but 1/10 that at $z = 0$.

Table 1. *Form of variation of amplitude and phase of the diurnal temperature wave for large z and various K (z). K_1, D, ε are constants.*

Coeff. of Eddy Conductivity	Amplitude	Phase
K_0	e^{-z}	z
$a z^p$	$z^{-p/4}\, exp\,(-z^{1-p/2})$	$z^{1-p/2}$
$K_0 + K_1 z$	$z^{-1/4}\, e^{-z^{1/2}}$	$z^{1/2}$
$K_0 + K_1 z + K_2 z^2$	$z^{-\alpha_R} (\alpha_R > 1)$	$\ln z$
$K_0\, e^{bz}$	e^{-z}	const.
$K_l - D e^{-\varepsilon z}$	e^{-z}	z

As a numerical example for this case, let us take $K(o) = 8 \times 10^3$ cm^2 sec^{-1} and K (100m) $= 80 \times 10^3$ cm^2 so sec^{-1} so that $K = 8 \times 10^3$ exp $(2.303 \times 10^{-4} z)$. This is shown in Fig. 1. The expression $M_1(\Psi) \approx \Psi^2$ turns out to be an excellent approximation at all heights. The results are shown in Fig. 2. The phase is small and rapidly approaches a limiting value of 19.7 minutes. The observed phase for clear days in August at Ismailia, Egypt quoted by Sutton [4] shows a very similar behaviour: perhaps the solution for exponentially increasing K has some application in extreme cases.

IV. Conclusion

Table 1 shows the manner in which amplitude and phase vary with height at large heights for all the known solutions. The final case wherein K increases to a limiting value K_1 from a value $K_1 - D$ at the surface will not be developed here, but follows intuitively since for large heights K becomes constant.

Clearly, the manner in which amplitude and phase vary with height at large heights depends critically on the assumed form of austausch. The amplitude, with the exception of the exponential case, tends to decrease less sharply with height, the more strongly austausch increases with height. The phase, with no exceptions, increases more gradually with height the more strongly austausch increases with height.

The variation of theoretical turbulent flux of heat with height is also noteworthy. Conceivably the mathematical expedient used in sections II and III of assuming an ever increasing K together with the upper boundary condition that $\theta \to 0$ as $z \to \infty$ should provide a physically significant solution, at least for the lower layers. If this assumed K increases at a rate not too great, then the theoretical turbulent flux of heat, $F = -K \varrho C_p \partial\theta/\partial z$, for ϱ constant, vanishes as $z \to \infty$. This is analogous with the vanishing of the turbulent transfer of momentum for large heights and is not necessarily inconsistent with the assumption of ever increasing austausch. On the other hand, the rate at which the turbulent flux vanishes depends

on how strongly austausch increases with height. The introduction of K and the corresponding θ solution in the flux equation shows that for austausch constant, the flux vanishes exponentially with height, and for quadratic austausch the flux vanishes as a small power of height. Finally, for austausch increasing exponentially, the flux fails to vanish for large heights but rather becomes constant with height and periodic in time. Thus from the standpoint of the theoretical vanishing of the turbulent flux of heat, there may be less justification for a strongly increasing austausch than for a gradually increasing austausch. Such a deficiency may manifest itself mainly at higher levels.

Finally, the numerical examples have illustrated that both amplitude and phase at a given height tend to be smaller, the more strongly austausch increases with height.

The ever increasing austausch coefficients presumably duplicate actual coefficients at lower but not at higher levels where actual coefficients no longer increase with height. The belief has been that these solutions can be applied at lower levels, although because of their simpler form the asymptotic solutions have actually been applied at higher levels. The results summarized in the preceding paragraphs show that the magnitude of amplitude and phase at all levels as well as the asymptotic solutions at higher levels are both so dependent on the form of austausch at large heights that solutions for unbounded austausch have only limited qualitative application. Such limitations may be expected also to apply to time dependent austausch coefficients which are ever increasing with height.

References

1. Taylor, G. I., 1918: Phenomena connected with turbulence in the lower atmosphere. Proc. Roy. Soc., Lond., **94**, ser. A, 137—155.
2. Haurwitz, B., 1936: The daily temperature period for a linear variation of the austausch coefficient. Trans. Roy. Soc. Canada, **30**, 1—12.
3. Köhler, H., 1932: Meteorologische Turbulenzuntersuchungen. Kgl. Svenska Vetenskapsakad. Handl., **13**, No. 1 (3rd ser.). See also Beitr. Phys. fr. Atmos., **19**, 91.
4. Sutton, O. G., 1953: Micrometeorology. New York, McGraw-Hill, 333pp.
5. Berlyand, O. S., 1950: Refined theory of the diurnal variation of air temperature, with consideration of the variation of eddy diffusivity during the day (in Russian). Isv. Akad. SSR, Ser. Geogr. Geophys., **14**, 70—81.
6. Poppendiek, H. F., 1952: A periodic heat-transfer analysis for an atmosphere in which the eddy diffusivity varies sinusoidally with time and linearly with height. J. Meteor. **9**, 369—370.
7. Kamke, E., 1951: Differentialgleichungen. Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft, 666pp.
8. MacRobert, T. F., 1947: Spherical Harmonics. New York, Dover Publications, 372pp.
9. Hildebrand, F. B., 1949: Advanced Calculus for Engineers. New York, Prentice-Hall, 594pp.
10. McLachlan, N. W., 1934: Bessel Functions for Engineers. Oxford, Oxford University Press, 192pp.

551.574.1 : 551.594.11

Die vertikale Verteilung der großen Kerne in der unteren Troposphäre und ihr Zusammenhang mit dem elektrischen Potentialgefälle[1]

Von

K. Dreisbach, Traunstein (Oberbayern)

Mit 8 Textabbildungen

Zusammenfassung. Aus der Gesamtheit aller Aerosolteilchen in der natürlichen Luft, deren Radius sich über den Größenbereich von 10^{-7} bis 5×10^{-4} cm erstreckt, erfaßt das Zeißsche Konimeter den Ausschnitt oberhalb etwa $r = 1 \times 10^{-5}$ cm. Die großen Kerne dieses Teilchenbereiches, die bisher irrtümlicherweise als Staub bezeichnet wurden, sind dabei völlig wesensgleich mit den anderen Kernen. Es wird mit dem Segelflugzeug die vertikale Verteilung dieser großen Kerne gemessen und gezeigt, daß die Konimetermessungen zwar nur Relativwerte liefern, aber trotzdem brauchbare Resultate ergeben. Ein Vergleich mit gleichzeitigen Messungen des vertikalen elektrischen Spannungsgefälles zeigt einen bemerkenswerten Zusammenhang, der qualitativ deutbar ist. Eine große Zahl von Einzelmessungen ergibt ein Bild von der Verteilung der großen Kerne bis zu einer Höhe von 3000 m NN.

Summary. From the whole of all aerosol particles in the natural air, the radius of which embraces the amplitude of 10^{-7} to 5×10^{-4} cm, we can measure the sector of about $r = 10^{-5}$ cm and more with the Zeiss conimeter. The great nuclei of this range which hitherto, by misunderstanding, were qualified as dust are of the same nature as the other nuclei. The vertical distribution of these great nuclei has been measured with a glider, and it is shown that measurements with the conimeter yield only relative values, but the results are, however, comparable. A comparison with simultaneous measurements of the vertical electric potential gradient shows a remarkable correlation which can be interpreted qualitatively. A great number of single measurements leads to a picture of the distribution of the great nuclei up to a height of 3000 m a. s. l.

---

[1] Die Untersuchung ist in den Jahren 1943—44 bei der Deutschen Forschungsanstalt für Segelflug Ainring (Oberbayern) entstanden. Infolge verschiedener Umstände ist die Veröffentlichung erst heute möglich und es konnten deshalb einige neuere Ergebnisse miteingearbeitet werden. Für entsprechende Hinweise und Hilfe bin ich den Herren Chr. Junge und M. Diem zu Danke verpflichtet. Der Verfasser.

Résumé. Avec le conimètre Zeiss il est possible d'observer les particules de l'aérosol de l'air naturel d'un rayon plus grand que 10^{-5} cm, tandis que la totalité des particules embrasse des rayons allant de 10^{-7} à 5×10^{-4} cm. Les grands noyaux qui, autrefois, étaient faussement désignés comme poussière, sont absolument de même nature que les autres. Au moyen d'un planeur on a mesuré la répartition verticale de ces gros noyaux et, de cette façon, on a pu montrer que les mesures du conimètre, bien que ne fournissant que des valeurs relatives, donnent tout de même des résultats utiles. Une comparaison avec des mesures simultanées du gradient de potentiel électrique vertical, fait apparaître une corrélation remarquable qui peut être interprêtée qualitativement. Un grand nombre de mesures donne une image de la répartition des gros noyaux jusqu'à 3000 m d'altitude.

I. Problemstellung

Bei luftelektrischen Messungen ist frühzeitig aufgefallen [*1*, *2*], daß der Potentialgradient in Dunstschichten starke vertikale Unterschiede aufweist; offenbar besitzen diese Dunstschichten eigene elektrische Ladungen, durch die das normale elektrische Feld der Atmosphäre gestört wird und diese Störung ist um so stärker, je dichter die Dunstschicht ist. Da die dunst-optisch wirksamen Teilchen im wesentlichen die großen Kerne mit einem Radius $r = 0{,}1\ \mu$ darstellen, wurden im Jahre 1943 neben luftelektrischen Messungen mit einem Lastensegler in der freien Atmosphäre auch Konimetermessungen vorgenommen. Über das Meßverfahren und die Ergebnisse der Meßflüge, bei denen die Troposphäre bis zu einer Höhe von rund 4000 m NN erfaßt wurde, wird in der vorliegenden Arbeit berichtet.

II. Meßverfahren

Die Messungen erfolgten von einem Lastensegelflugzeug DFS 230 (LS) aus. Sowohl Aufstieg wie Abstieg sind auswertbar, da beim Aufstieg, bei dem das LS von einer Motormaschine geschleppt wird, die Messungen im allgemeinen nicht gestört sind, weil das LS so gesteuert wird, daß es über der Störungszone des Schraubenstrahls der Motormaschine liegt.

A. Das Zeißsche Freiluftkonimeter

Für die Messungen der großen Kerne ist im LS ein Zeißsches Freiluftkonimeter eingebaut [*3*, *4*, *6*]. Es besteht aus dem eigentlichen Probennehmer und einer Saugpumpe. Im Probennehmer wird die zu untersuchende Luft durch eine Düse gesaugt, aus der sie mit großer Geschwindigkeit heraustritt. Ein Teil der in diesem Luftstrom befindlichen „Staub"-Teilchen wird auf einer Glasscheibe niedergeschlagen. Vor ihrem Eintritt in den Probennehmer muß die angesaugte Luft zuerst durch ein Filter aus verkupfertem Gewebe strömen, dessen wirksame Maschenweite etwa $50\ \mu$ beträgt. Von dem durch die Saugpumpe erzeugten Unterdruck hängt die Strömungsgeschwindigkeit w in der Düse ab, für die das Ausströmungsgesetz nach Bunsen (s. W. H. Westphal, Physik, Berlin 1939, 153) gilt:

$$w = \sqrt{\frac{2\,\Delta p}{\delta}}, \tag{1}$$

worin δ die Luftdichte und $\Delta\ p$ die Druckdifferenz, die am Manometer der Saugpumpe abgelesen wird, bedeutet. Ist F der Düsenquerschnitt (etwa 0,2 mm²), dann tritt in der Zeit t die Luftmenge

$$Q = a \cdot F \cdot w \cdot t$$

in die Düse ein. Dabei ist a ein Koeffizient, der von der Düse und von dem vorgeschalteten Filter abhängt. Er wurde für das benutzte Konimeter zu 0,69 bestimmt. Da a und F konstante Größen sind, ist die in der Zeiteinheit angesaugte Luftmenge eine Funktion von p und δ. Die Druckdifferenz $\Delta\ p$ wird bei allen Messungen auf 700 mm Wassersäule (= WS) einreguliert. Die Zeitdauer, während welcher die Scheibe dem Luftstrahl ausgesetzt ist, wird ebenfalls konstant auf 20 sec gehalten; die angesaugte Luftmenge ist dann nur noch eine Funktion der Luftdichte δ. Da es nicht möglich ist, während der Messungen im Fluge δ laufend zu bestimmen, wurde sie der INA-Tabelle (Norm-Atmosphäre nach DIN 5450) entnommen; daher ist es nötig, die maximale Abweichung dieser Werte von den Werten am Meßort zu bestimmen. Zu dem Zwecke wurden von allen unseren Aufstiegen zwischen Juni 1942 und Juni 1943 die Dichten für die verschiedenen Höhen gemittelt; die maximale Abweichung dieser Mittel von den INA-Werten beläuft sich auf 2%. Unter den Einzelwerten weicht nur einer um 6% von den INA-Werten ab, bei allen übrigen ist die Übereinstimmung besser. Für die Ansaugmenge bedeutet dies einen Fehler von maximal 3%.

Da die Abscheidung der großen Kerne im Konimeter ein komplizierter Vorgang ist, bei dem die Trägheit der Teilchen und ihr Reibungswiderstand in der Luft eingehen, so wird vermutlich mit veränderlichem w (infolge Veränderung von δ) auch der Bruchteil der abgeschiedenen großen Kerne variieren. Diese Frage wurde hier jedoch nicht näher untersucht, sondern es wurden als erste Näherung konstante Abscheidebedingungen angenommen.

B. Ansaugstelle am Flugzeug

Da in der Formel für die angesaugte Luftmenge die Luftdichte eingeht, müßte man die Ansaugstelle für die atmosphärische Außenluft am LS so wählen, daß an ihr der statische Außendruck herrscht; denn bei Stau oder Sog an der Ansaugstelle ist dort die Luftdichte größer oder kleiner als in der ungestörten Umgebung. Der dadurch mögliche Fehler ist rund 1%; er bleibt weit unter dem Fehler des Meßverfahrens und darf daher vernachlässigt werden. Es scheint jedoch nicht einfach zu sein, die Ansaugöffnung und die Stellung dieser Öffnung so zu wählen, daß keine Auslese der großen Kerne nach ihrer Größe stattfindet. Bei unseren Messungen ragte einfach ein Rohr von 12 mm Innendurchmesser aus dem Flugzeugrumpf fast immer so heraus, daß die Öffnungsebene des Ansaugrohres der Luftströmung parallel stand.

Bei drei Versuchsflügen wurde die Stellung der Ansaugöffnung variiert; dabei ergab sich durch genaue Analyse, daß die Stellung der Ansaugdüse nur einen geringen Einfluß auf die prozentuale Verteilung der Teilchengrößen hat, der neben den übrigen Fehlerquellen der Methode vernachlässigt werden darf. Immerhin ergibt sich aus dieser systematischen Prüfung die Notwendigkeit, die gemessenen Zahlen zunächst nur als Relativzahlen zu werten, wobei die Bezeichnung „relativ" besagt, daß die gemessenen Zahlen untereinander nur vergleichbar sind, sofern sie bei demselben Flug mit dem gleichen Konimeter, bei derselben Stellung der Ansaugöffnung und mit demselben Klebemittel gewonnen wurden.

Bei den ersten Meßflügen waren die Meßscheiben, auf denen sich der „Staub" ablagert, mit Gummiglyzerin präpariert worden. Bei späteren Flügen verzichteten wir auf eine besondere Klebeschicht, weil Vergleichsmessungen mit nichtpräparierten Scheiben ergaben, daß auf den nichtpräparierten Scheiben meist mehr Stäubchen gefunden wurden.

Nach neueren Untersuchungen wissen wir, daß Gummiglyzerin denkbar ungeeignet ist, da auf ihm nur die großen Kerne zur Zählung gelangen, die infolge einer genügend großen Wasserhülle auf dem (oberflächlich stets eingetrockneten) Gummiglyzerin haften bleiben, aber außerdem einen festen unlöslichen Kern besitzen, der bei der Auflösung im Gummiglyzerin sichtbar bleibt. Zufolge der Tatsache, daß bei mittleren Feuchten, erst recht natürlich bei höheren, die großen Kerne (wie überhaupt alle Kerne) zum überwiegenden Teil Tröpfchen sind, ist es verständlich, daß auf den nichtpräparierten Glasscheiben mehr Teilchen gezählt werden [*15*].

C. Das Zeißsche Konimeter liefert nur Relativwerte

Um der absoluten „Staub"-Zahl näherzukommen, wurden Versuche vorgenommen, bei denen die Luft nacheinander durch mehrere Konimeter hindurchtreten mußte. Man erwartet, daß auf der ersten Konimeterscheibe mehr Teilchen abgelagert werden als auf der zweiten, weil ja im Luftstrom, der auf die zweite Scheibe auftrifft, schon die Kerne fehlen, welche auf der ersten Scheibe abgelagert worden sind; manchesmal trifft das auch zu. Aber wir haben auch bei einer wiederholt durchgeprüften Versuchsanordnung, bei der drei Konimeter hintereinander geschaltet waren, Meßergebnisse gefunden, wie sie in der folgenden Tabelle 1 festgehalten sind.

Die Luftproben waren bei allen vier Versuchsreihen einem geschlossenen Schrank mit einem Schlauch entnommen worden, der unmittelbar zum ersten Konimeter führte. Würden sich die Kernzahlen bei den aufeinanderfolgenden Konimetern wie die Glieder einer konvergenten geometrischen Reihe verhalten, dann wäre der Schluß auf die absolute Teilchenzahl einfach. Von der wirklichen Teilchenzahl wird aber jeweils nur ein so geringer Bruchteil auf der Meßscheibe festgehalten, daß schon Unterschiede in der Feuchte in den einzelnen Konimetern oder die abnehmende Luftdichte die erwartete Gesetzmäßigkeit verfälschen oder gänzlich verdecken können. Aus den Versuchen folgt die Feststellung, daß die wirklichen „Staub"-Zahlen sicher um den Faktor 2—3 größer

angenommen werden müssen, als die mit dem Konimeter gemessenen: andererseits dürfen die Konimeterzahlen in erster Näherung als vergleichbare Relativzahlen angesehen werden.

Auf der Unterseite der drehbaren Auffangplatte des Konimeters haben wir Kontakte angebracht, über die der Zeitmarkengeber eines Meteorographen betätigt wird, sobald die Scheibe alle 20 Sekunden auf ein neues Feld weitergedreht wird. Meßzeit und Meßhöhe werden so im Meteorogramm festgehalten. Beim Auf- und Abstieg wurde nur eine

Tabelle 1. *Luft, die nacheinander durch drei Konimeter hindurchgesaugt wurde, lagerte folgende Teilchenmengen ab:*

A. Ohne Klebemittel

1. Versuchsreihe		1. Konimeter	2. Konimeter	3. Konimeter
Teilchendurchmesser	kleiner als 1 μ	3.547	7.951	3.383
	1 bis 2 μ	204	521	216
	größer als 2 μ	14	26	5
2. Versuchsreihe				
Teilchendurchmesser	kleiner als 1 μ	2.701	7.019	2.758
	1 bis 2 μ	237	370	47
	größer als 2 μ	4	0	0

B. Mit Klebemittel

Staubbindemittel 50 der Firma Carl Zeiß, Jena

1. Versuchsreihe.		1. Konimeter	2. Konimeter	3. Konimeter
Teilchendurchmesser	kleiner als 1 μ	7.109	504	1.215
	1 bis 2 μ	453	4	0
	größer als 2 μ	25	0	0
2. Versuchsreihe				
Teilchendurchmesser	kleiner als 1 μ	6.680	1.279	757
	1 bis 2 μ	274	0	0
	größer als 2 μ	0	0	0

Scheibe mit 30 Meßfeldern so exponiert, daß beim Aufstieg die Meßpunkte in den niederen Schichten, beim Abstieg in den höheren Schichten dichter lagen. Während der 20 Sekunden Meßdauer erfolgen Höhenänderungen von 20 bis 60 m und der horizontale Flugweg liegt zwischen 500 und 700 m. Das Meßergebnis stellt also die gemittelte Staubzahl der auf diesem Weg erfaßten Luft dar. Das Ansaugrohr, das die Düse mit der atmosphärischen Außenluft verbindet, hat einen Innendurchmesser von 12 mm und ist 36 cm lang. Sein Rauminhalt ist 41 cm^3. Bei jeder Einzelmessung werden in den 20 Sekunden mehr als 298 cm^3 angesaugt, so daß im ungünstigsten Falle etwa $^1/_7$ Raumteile Luft von der vorhergehenden Messung mitgeschleppt werden. Eine Überschlagsrechnung zeigt, daß die Gefahr der Anlagerung der Staubteilchen an die Wandung des Ansaugrohres, der Düse oder an den Drähten des Filters nur gering ist und keinesfalls ins Gewicht fällt.

D. Auswertverfahren

Nach jedem Flug werden die Meßscheiben mit Deckgläschen abgedeckt und später unter dem Mikroskop ausgezählt. Sind auf einem Meßfeld nur wenige Teilchen, etwa bis 1000 Stück, dann werden alle gezählt; bei größeren Teilchenzahlen begnügt man sich damit, einen Durchmesser durch den kreisförmig angenommenen Fleck in einer durch das benützte Okular-Mikrometernetz bedingten Breite von etwa 20 μ auszuzählen und auf die Kreisfläche umzurechnen [7]. Vom Freiluftkonimeter werden Kerne aller vorkommenden Größen oberhalb etwa $r = 0{,}1\ \mu$ erfaßt, von den kleinsten sind gerade noch die Beugungsscheibchen unter dem Mikroskop zu erkennen. Mit der von uns benutzten Optik (Okular K 20x, Objektiv Apo 20, num. Ap. 0,65; aplanatischer Kondensor, ebenfalls auf 0,65 eingestellt; weißes Licht) kann man mit Sicherheit von den erfaßten kleinsten Teilchen nur angeben, daß sie nicht größer sind als die gemessenen Durchmesser der Beugungsscheibchen (ca. 0,1 μ). Über die Fehler, die durch die Auszählmethode in die Meßergebnisse eingehen, ist folgendes zu bemerken. Bei einer Breite des Staubfleckes von etwa 500 bis 1500 μ herrscht bei der Wahl der Mitte, durch die der auszuzählende, 20 μ breite Streifen gelegt wird, einige Willkür. Da den gezählten Staubteilchen ein desto höheres Gewicht für die Gesamtzahl zukommt, je weiter das Feld, in welchem sie liegen, von der Mitte des Staubfleckes und damit von dem Zentrum des Streifens entfernt liegt, gehen unterschiedliche Zählergebnisse in diesen Feldern stärker als Fehler in das Gesamtergebnis ein. Zu diesem durch die Auszählmethode bedingten Fehler kommen noch Abweichungen bei verschiedenen Auszählungen desselben Meßfeldes dadurch hinzu, daß das Erkennen der kleinsten, an der Grenze der Sichtbarkeit liegenden Teilchen auch von dem augenblicklichen Zustand des Auges des Auszählenden abhängt. Alle Fehler zusammen können bewirken, daß die gefundenen Zahlen bis zu 50% voneinander abweichen. Für den Verlauf der Kernzahlen mit der Höhe ist das jedoch ohne große Bedeutung. Die Abweichungen zwischen Zählungen verschiedener Personen können noch stärker sein. Schon aus diesem Grunde sind Kurven verschiedener Flüge nicht ohne weiteres untereinander vergleichbar.

Noch aus einem anderen Grunde brauchen in der Atmosphäre auch bei unveränderten Kernzahlen die Werte bei Auf- und Abstieg nicht zusammenfallen. Einmal ist zu bedenken, daß die Auf- und Abstiegswerte unter Umständen horizontal weit auseinander liegen können, wodurch Differenzen entstehen. Dann ist beim Aufstieg im Schlepp die Horizontalgeschwindigkeit des LS größer als beim Abstieg und die Anstellwinkel sind verschieden. Damit ändern sich das Strömungsbild um die Ansaugöffnung des Konimeters und die eingefangene Teilchenmenge. Aus demselben Grunde sind auch die Messungen am Boden nur bedingt mit denen im Fluge zu vergleichen. Bei den Darstellungen der Meßergebnisse sind deshalb die Meßpunkte am Boden nur durch eine gestrichelte Linie mit dem ersten oder letzten Meßpunkt während des Fluges verbunden.

III. Meßergebnisse und Folgerungen

A. Natur und Größenverteilung der Teilchen

Der ursprüngliche Plan, aus der vertikalen Verteilung der großen Kerne Aussagen über den vertikalen Austausch zu machen, mußte auf Grund theoretischer Überlegungen fallen gelassen werden. Die über dem Kontinent gefundenen vertikalen Aerosolverteilungen bilden das Ergebnis großräumiger Austauschvorgänge, derart, daß die den Kontinent überströmenden Luftmassen kontinuierlich vom Boden her Aerosole aufnehmen, die dann laufend durch den Austausch in höhere Schichten verfrachtet werden [*16*]. Von einem Austauschgleichgewicht, wie es in der Literatur mehrfach als Grundlage von Betrachtungen über die vertikale Aerosolverteilung angenommen wurde [*13*, S. 63, und *16*, S. 60], kann dabei keine Rede sein. Unter diesen Verhältnissen sind auf Grund einfacher Verteilungsmessungen in der Vertikalen — sofern sie nicht in sehr engen Zeitabständen aufeinander folgen — keine Aussagen über den Austausch selbst möglich.

Über die Natur und die Zusammensetzung der großen Kerne geben unsere Messungen keine Auskunft. Es konnte nur bisweilen beobachtet werden, daß die großen Kerne zum großen Teil aus löslichen Salzen bestehen. Wenn nämlich die nicht mit Gummiglyzerin behandelten Scheiben morgens aus dem kalten Schrank ins warme Zimmer gebracht wurden und sich dabei beschlugen, so bildeten sich beim Abtrocknen mit Warmluft an einigen Kernen richtige Kristalle. Bei dem bisher fast ausschließlich verwendeten Gummiglyzerin konnten solche Beobachtungen natürlich nicht gemacht werden. Ein weiterer Hinweis darauf, daß die Teilchen durchwegs hygroskopisch bzw. leichtlöslich sind, war durch die Tatsache gegeben, daß sie beim Behauchen der Scheibe stark anwuchsen und die kleinsten Teilchen erst sichtbar wurden.

Aus 20 Bodenmessungen (in einer Höhe von etwa 1 m über Grund) wurden für die Größenverteilung der vom Konimeter erfaßten Kerne die Werte der Tabelle 2 gefunden, die mit den Resultaten von Glawion [7] aus Arosa gut übereinstimmen. Nur einige Male wurden Teilchen mit einem Durchmesser von 10 μ gefunden.

Tabelle 2. *Größenverteilung der vom Konimeter erfaßten Kerne.*

Durchmesser	Eigene Untersuchung	Glawion [7]
$< 1\,\mu$	74%	68%
$1-2\,\mu$	23%	24%
$> 2\,\mu$	3%	8%

Für die Größenverteilung der Teilchen bis zu einer Höhe von 3000 m NN findet man ganz ähnliche Zahlen. So hatten im Durchschnitt 78,4% (höchstens 84,3%, mindestens 71,1%) der Teilchen einen Durchmesser kleiner als 1 μ. Bei 19,3% (höchstens 28%, mindestens 14,0%) lag der Durchmesser zwischen 1 μ und 2 μ und bei 2,3% (höchstens 3,5%, mindestens 1,4%) über 2 μ. Insgesamt liegen diesen Zahlen 461 Einzelmessungen zu Grunde, die sich so verteilen, daß auf jede 100 m mächtige Höhenstufe vom Boden bis zu 2800 m NN mindestens 12 Einzelmessungen entfallen. Bei Versuchen mit dem Staubbindemittel 50 der Firma

Carl Zeiß als Klebemittel wurden mehr große Teilchen über 2 μ gefunden als bei nicht präparierten Scheiben. Es ist nicht ausgeschlossen, daß beim Aufprallen auf die nicht präparierte Glasscheibe eine Anzahl der größeren Teilchen zerstört wird.

Bei den mit dem Konimeter gemessenen Größenverteilungen ist allerdings zu bedenken, daß infolge der geringeren Trägheit der kleineren Teilchen nur ein geringerer Bruchteil auf die Platte geschleudert wird. Da genaue Untersuchungen fehlen, lassen sich aus den angegebenen Zahlen keine wirklichen Größenverteilungen berechnen. Aus neueren Untersuchungen [*17*] ist es ziemlich sicher, daß die Größenverteilung der Teilchen mit dem Halbmesser r einem Gesetz

$$\frac{dN}{d \log r} = \frac{k}{r^c} \tag{2}$$

gehorcht, wobei c etwa + 3 beträgt. Die hier wiedergegebenen Messungen aus Höhen bis 3000 m scheinen anzudeuten, daß hinsichtlich der Größenverteilung und damit der Gültigkeit dieses Gesetzes keine wesentlichen Unterschiede mit der Höhe bestehen.

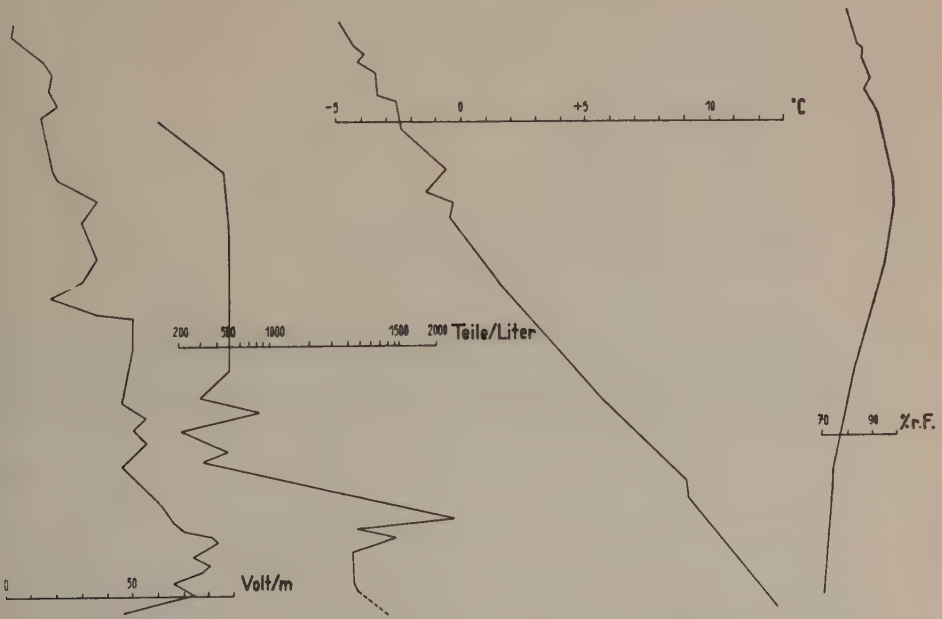


Abb. 1. 13. 4. 1943. 14.34—15.18 Uhr. Aufstieg. Wetterlage: Mittel- und Westeuropa stehen unter dem Einfluß eines Hochdruckkeiles. Wetter vor dem Start: $^5/_{10}$ Cu zum Teil cong, E-SE 2, ganz schwacher Dunst, Sicht ca. 50 km. Flugbeobachtung: Bis 1000 m nimmt der Dunst zu; 1600 m: Ungefähre Höhe der Basis der Cu; ab 1600 m wurde entweder in unmittelbarer Wolkennähe oder durch die Wolkenränder geflogen. 2250 m: Bis in diese Höhe reichen die Cu-Köpfe; im S sind Amboßformen zu sehen. Wetter nach der Landung: $^4/_{10}$ Cu, NE 1, ganz schwacher Dunst. Bis zu der kleinen Isothermie in etwa 800 m hat der Dunst zugenommen, dort Absinken der ohnehin nicht hohen Teilchenzahlen. Den Zacken in der Kurve für den Potentialgradienten in der 400 m dicken Luftschicht darüber entsprechen solche in der Teilchenkurve; darüber liegen die Konimetermeßpunkte zu weit auseinander

B. Teilchenzahl und Potentialgradient

In den Abb. 1 bis 7 ist eine Reihe der bei unseren Flügen zwischen 23. Januar und 18. Oktober 1943 gemessenen Kernkurven zusammen mit den zugehörigen Kurven für den Potentialgradienten, die Lufttemperatur und die Feuchtigkeit zusammen mit der Schilderung der Wetterlage dargestellt. Die Messungen des Potentialgradienten wurden von Dr. F. Rossmann durchgeführt [*18*]. Es sei nochmals betont, daß es sich bei den Kernzahlen nur um für jeden einzelnen Flug untereinander vergleichbare relative Werte handelt; die Absolutwerte sind bestimmt größer.

Es ergibt sich nun, daß die Kurven für den Potentialgradienten und für die Teilchenzahl s (s = Kernzahl/Liter) angenähert parallel verlaufen, wenn die Abszissenteilung für die Kerne logarithmisch und für den

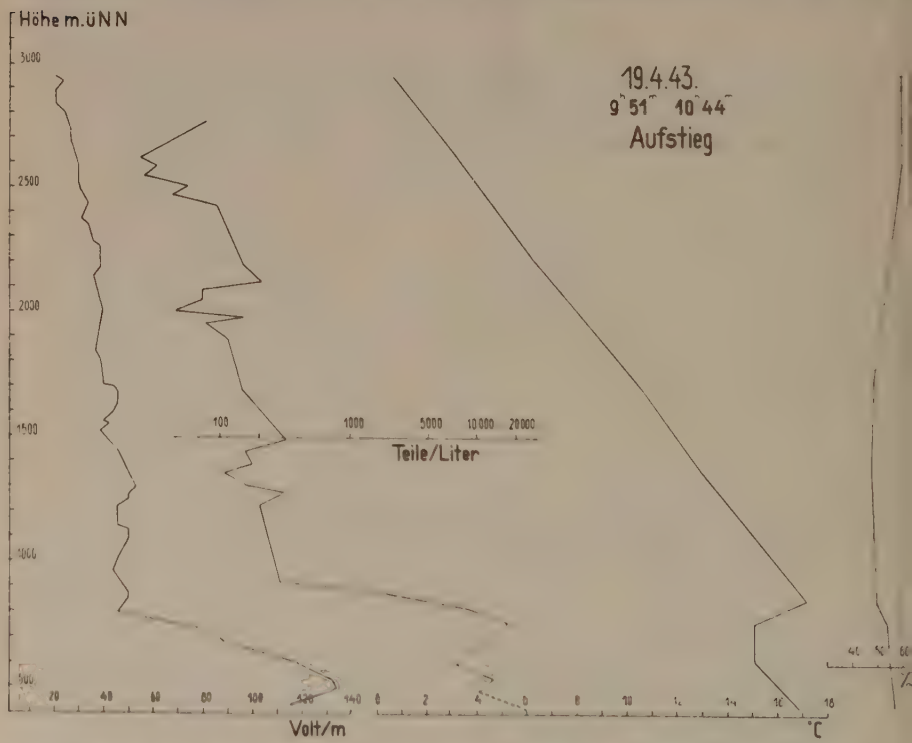


Abb. 2. 19. 4. 1943, 9.51—10.44 Uhr. Aufstieg. Wetterlage: Über Deutschland anhaltender Hochdruckeinfluß. Wetter zur Zeit des Fluges: Im E-SE $^1/_{10}$ kleine Ac-lent-Bänke, $^1/_{10}$ Ci, Cc im S und SW. Eine kleine Ac-Bank im N. SE 0—1, Dunst besonders im SE. Sicht 40—50 km. Flugbeobachtung: 500 m: Sehr schwache Dunstschicht im S. Im NW stark Dunstschichten, darüber kleine Ac-Bänke. 1280 m: Dunst 0; 1950 m: Scharfe Dunstobergrenze; 2400 m: Dunstschicht in NW bis W. 2530 m: Dunst 0—1 im S. Dunstobergrenze im NW bis W. 2950 m: Dunstobergrenze ist noch nicht erreicht. Sicht ca. 100 km. Über der Absinkinversion in etwa 900 m nehmen die Teilchenzahlen von etwa 15.000 Teilchen auf 300 Teilchen im Liter ab. Nur scheinbar drückt sich die scharfe Dunstobergrenze in 1950 m in den Teilchenzahlen gut, im Potentialgradienten überhaupt nicht aus. Beim Potentialgradienten liegen an dieser Stelle die Meßpunkte zu weit auseinander, wahrscheinlich ging dem Beobachter die Änderung des Potentialgradienten zu schnell vor sich, so daß er nicht folgen konnte. — Diese Flugbeobachtungen stammen von einem Meteorologiestudenten mit wenig Erfahrung. Die Staubgrenze in 900 m NN war gewiß auch zu sehen

Potentialgradienten linear verläuft und die Maßstäbe so gewählt werden, daß 10 Volt/m einer Vergrößerung des Logarithmus um 0,194 entspricht. Als Verhältniszahl für entsprechende Abszissenstrecken wurde gefunden:

$$d\left(\frac{dV}{dz}\right) : d\log s = \frac{10}{0.194} = 51.5. \tag{3}$$

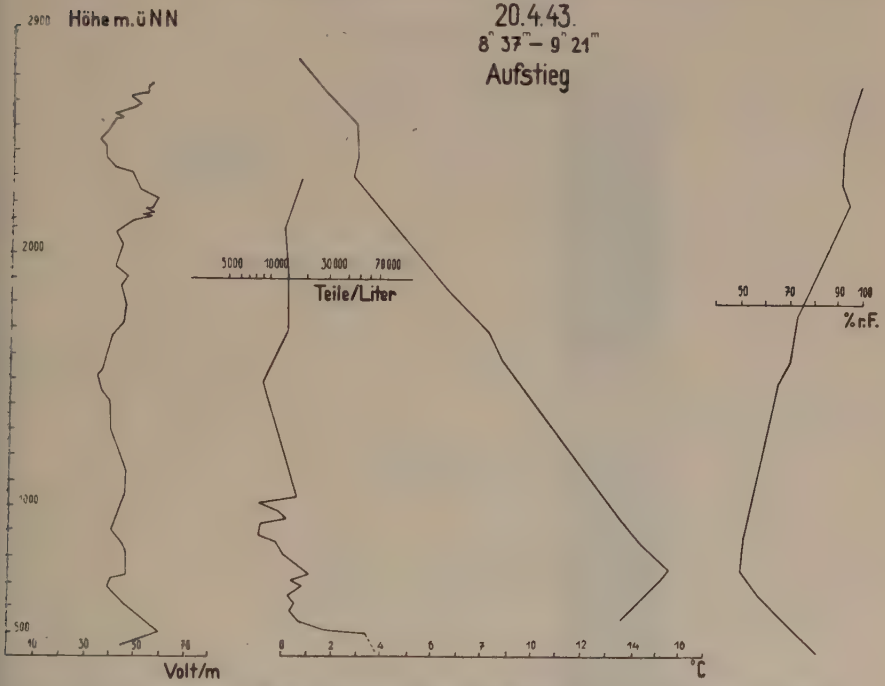


Abb. 3. 20. 4. 1943, 8.37—9.21 Uhr. Wetterlage: Eine Kaltfront hat die Linie Warschau—Olmütz—Friedrichshafen erreicht. Wetter zur Zeit des Fluges: $^9/_{10}$ Sc, in mehreren Schichten, es fallen Regentropfen. SSW 1, Dunst 0—1, Sicht mehr als 10 km. Flugbeobachtung: 500 m Bodendunstobergenze; 1000 m: Dunst 1, 1450 m: Dunst 1—2; 1750 m: Dunst 2; 2000 m: In der untersten Sc-Schicht; 2300 m: Zweite Sc-Schichtuntergrenze; Obergrenze wird nicht erreicht. Gutes Beispiel für den „parallelen" Gang von Potentialgradient und Zahl der großen Kerne. Die Feinstruktur des Staubes ist nur bis zur Höhe 1100 m erfaßt, darüber liegen die Meßpunkte zu weit auseinander

Aus (3) folgt:

$$\frac{d^2V}{dz^2} = 51.5\,\frac{d\log s}{dz} \tag{4}$$

$\frac{d^2V}{dz^2}$ ist mit der Raumladungsdichte ϱ durch die Poissonsche Gleichung verbunden, und zwar, wenn eine rein horizontale Schichtung vorausgesetzt wird, in der Form (5):

$$\frac{d^2V}{dz^2} = -4\cdot\pi\cdot\varrho. \tag{5}$$

Wählt man als Einheit für das Spannungsgefälle Volt/m und für die Raumladung ϱ Ces/cm³, so gilt

$$\frac{d^2V}{dz^2}\left[\frac{\text{Volt}}{\text{m}^2}\right] = 12\cdot\pi\cdot 10^6\cdot\varrho\left[\frac{\text{Ces}}{\text{cm}^3}\right]. \tag{6}$$

Einer Elementarladung e entsprechen $4{,}77 \cdot 10^{-10}$ Ces. Demnach erhält man ϱ in Elemantarladungen pro cm³, wenn man schreibt:

$$\frac{d^2 V}{d z^2}\left[\frac{\text{Volt}}{\text{m}^2}\right] = \frac{1}{55.6} \cdot \varrho \left[\frac{e}{\text{cm}^3}\right]. \tag{7}$$

Kombiniert man diesen Ausdruck mit (4), so erhält man

$$\frac{d \log s}{d z} = \frac{\varrho}{2825}\left[\frac{e}{\text{cm}^3}\right].$$

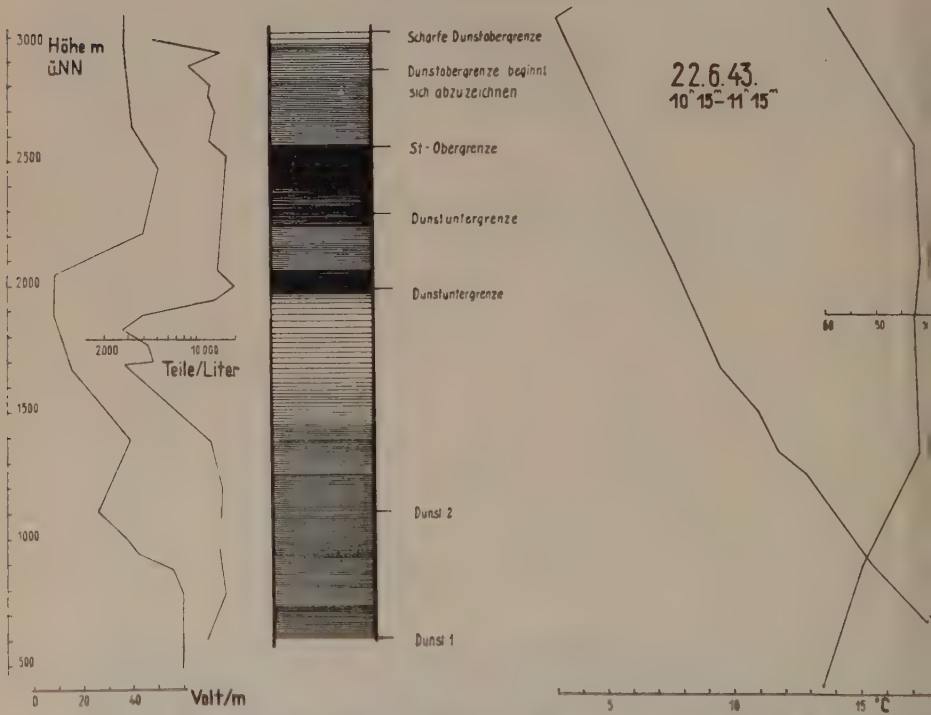


Abb. 4. 22. 6. 1943. 10.15—11.15 Abstieg. Wetterlage: In der vorhergehenden Nacht ist eine Kaltfront bis zur Linie Stettin—Prag—Salzburg vorgedrungen. Im Ostalpengebiet noch Gewitter, übriges Deutschland bis zum Rhein mehrschichtige, geschlossene Bewölkung von 1000—5000 m. Wetter vor dem Start: $^7/_{10}$ flache Cu, wenig quellend, im W und S Sc in Auflösung. Im E weniger als $^1/_{10}$ C, Cs oder As. Im W einige mächtige quellende Cu. Cu-Wolkenstraße (?) von ENE nach WSW. Flugbeobachtung: 590 m: Dunst 1; 950 m Dunst 2: Vorkondensationsstadium (?); Nebelförmiger Dunst. Immer wieder unter kleinen Wolkenfetzen; 1340 m: Vielleicht 50 m unterhalb der kleinen, niedrigen Wolkenfetzen. Wir fliegen in einer Wolkenlücke, am Rande der Lücke stehen niedrige, leichtquellende Cu. 1480 m: Sc-Schicht mit Lücken über uns. Die Wolkenfetzen sind schon unter uns. 1670 m: Untergrenze der Cu, Dunst 1; 1975 m: Im S über den Cu eine nebeldunstähnliche Schicht, in die die Cu-Köpfe zum Teil hineinragen und nicht mehr zu sehen sind. Dunstuntergrenze 2180 m; Nebelfetzen; 2280 m: Dunstuntergenze; 2420 m: Die Gipfel der größeren Cu verschwinden in der Dunstnebelschicht; 2470 m: Wir streifen Nebelschwaden; 2530 m: St-Obergrenze, nur im SW ragen die Cu-Köpfe darüber hinaus; 2840 m: Dunstobergrenze beginnt sich abzuzeichnen: 3000 m: Scharfe Dunstobergrenze. — Wetter nach der Landung: $^9/_{10}$ größere, dichtere Cu, S 1, Dunst 1. — Die Kurven sind beim Abstieg aufgenommen, während die Flugbeobachtung — wie immer — beim Aufstieg gemacht wurde. Dennoch stimmen Augenbeobachtung und Konimetermeßwert gut überein

Die Abweichungen von dem parallelen Verlauf der beiden Kurven für Kernzahlen und Potentialgefälle in den Abb. 1 bis 7 sind sicher zum großen Teil reell, zum Teil mögen sie auf dem Auswerteverfahren beruhen;

manchmal sind sie auch darauf zurückzuführen, daß an einem Aufstieg mehrere Personen ausgezählt haben. Dennoch ist die Übereinstimmung der beiden Kurven auffällig. Besonders gut kommt dies in den gemittelten

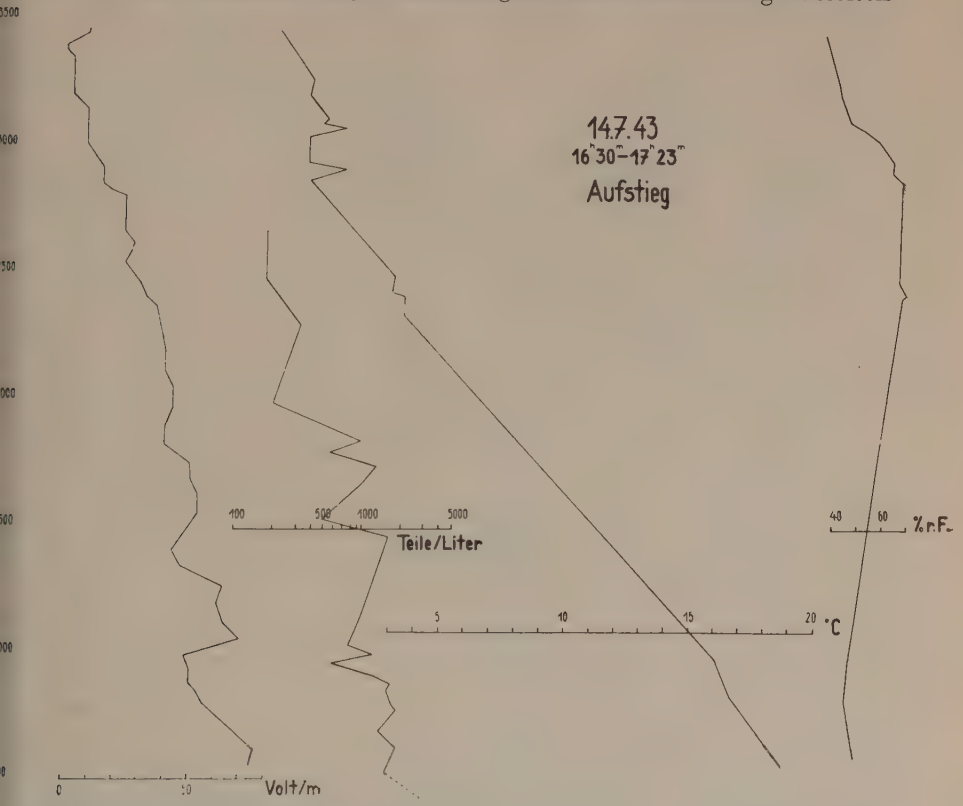


Abb. 5. Zu Abb. 5 und 6. 14. 7. 1943, 16.30—17.23, Aufstieg. Wetterlage: Unter dem Einfluß des am Vortag über Westeuropa einsetzenden Druckanstieges hat sich ein Zwischenhoch aufgebaut. Wetter zur Zeit des Fluges: $^4/_{10}$ flache Cu, SW 2, Dunst 0—1, Sicht 30 km. Flugbeobachtung: siehe Abb. 6

Kurven (Abb. 8) zum Ausdruck. Um ein, wenn auch nur relatives Maß für den Gleichlauf der Kurven zu geben, wurde zum Verlauf des Potentialgefälles empirisch die gestrichelte Kurve eingezeichnet und parallel in die Kurve der mittleren Teilchenzahl verschoben. Dieselben Mittelwerte sind zusammen mit den Minimal- und Maximalwerten auch in Tabelle 3 wiedergegeben.

Die Übereinstimmung der beiden Mittelwertkurven zwischen den Höhen 700 m und 2200 m ist recht gut. Ob die Abweichungen der Kurven voneinander oberhalb 2200 m reell sind oder ob sie auf dem Auszählverfahren oder auf Ungenauigkeiten der Meßmethode beruhen, kann auf Grund der verhältnismäßig wenigen Vergleichswerte nicht entschieden werden.

Bestimmt man aus den gemittelten Kurven für den Potentialgradienten und die Kernzahlen nach den früher gegebenen Formeln die Raumladungen, so erhält man die Werte der Tabelle 4.

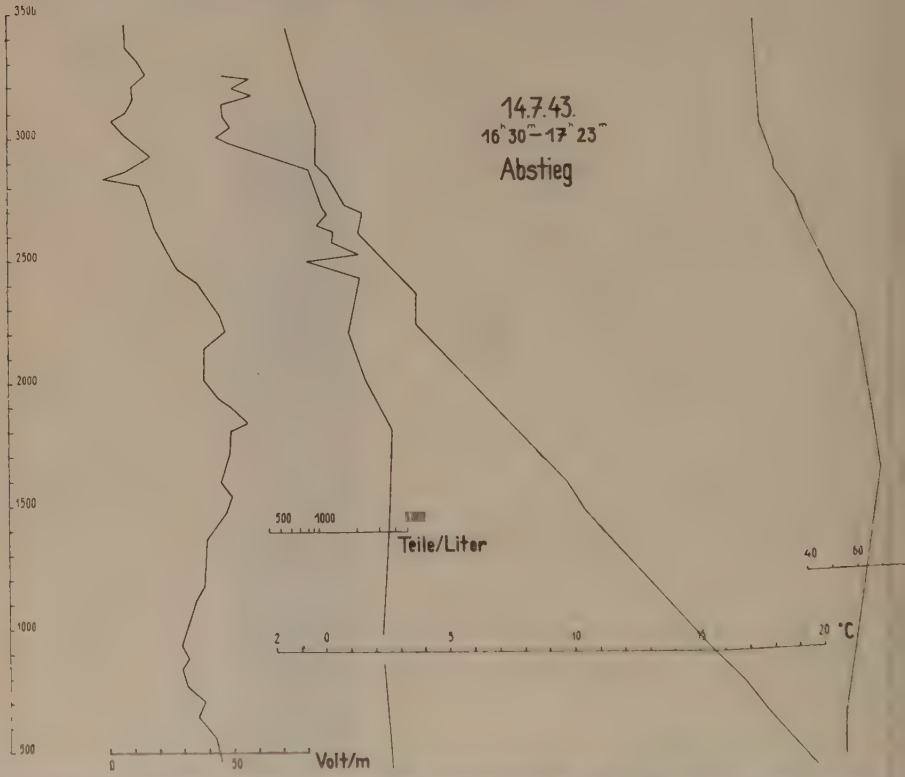


Abb. 6. 14. 7. 1943, 16.30—17.23, Abstieg. Flugbeobachtung: 1000 m: Dunst 0—1; 1200 m: Erste Dunstobergrenze; 1400 m: Dunst 0—1, Sicht 15 km. 1780 m: Dunst 1; 1950 m: Dunst 1, böig 1; 2150 m: Dunstobergrenze und Wolkenuntergrenze fangen an sich abzuzeichnen, einzelne Wolkenfetzen sind tiefer; 2300 m Dunstobergrenze, sie liegt höher als die Wolkenuntergrenze; 2350 m: Über dem Dunst ist es recht klar; 2850 m: Dunstobergrenze, darüber flache Dunststreifen. Diese letzte Dunstobergrenze und die Dunststreifen sind in der Konimetermeßkurve des Abstieges, bei dem die dicht aufeinanderfolgenden Meßpunkte in der Höhe liegen, gut zu erkennen

C. Dunstschichtung und Zahl der großen Kerne

Die Kerne mit Radien von 0,1 bis 0,4 μ sind für die Strahlungsdurchlässigkeit des Dunstes ausschlaggebend [*17*]. Dieser Bereich deckt sich zum Teil mit dem Meßbereich des Konimeters und es bestehen deshalb zwischen der Dunststreuung, der Sichtweite und der Zahl der großen Kerne besonders enge Zusammenhänge.

In der freien Atmosphäre tritt der Dunst meist geschichtet auf, wobei die Obergrenzen der Dunstschichten wesentlich schärfer ausgeprägt erscheinen als die Untergrenzen. Dies ist zum Teil eine Folge der tatsächlichen vertikalen Kernverteilung, zum Teil beruht es auch auf

rein geometrisch-optischen Erscheinungen. Dazu kommt der Einfluß der Luftfeuchtigkeit. Bei der Kerngrößenverteilung nach dem Potenzgesetz ist ein Wachstum des Kernradius um den Faktor $a > 1$ gleichbedeutend

Tabelle 3. *Mittelwerte sowie beobachtete Minimal- und Maximalwerte von Teilchenzahl und Potentialgradient für die Höhen 430 m bis 2800 m NN*

Höhe m NN	Teilchen im Liter Luft			Anzahl der Messg.	Potentialgradient Volt/m		
	Min.	Mittel	Max.		Min.	Mittel	Max.
430	270	10.000	68.000	17	43	79	140
500	240	6.620	55.000	18	45	85	145
600	110	6.460	43.000	36	39	82	144
700	340	6.025	33.000	40	36	69	108
800	345	5.127	26.000	41	12	60	103
900	310	4.178	18.000	42	17	56	101
1000	270	3.160	19.500	43	17	52	105
1100	245	3.026	18.000	43	16	50	107
1200	94	2.624	19.000	43	15	46	105
1300	100	2.453	17.350	42	16	42	104
1400	95	2.013	16.500	39	13	37	73
1500	70	1.535	16.500	39	12	35	66
1600	31	1.300	16.500	39	4	33	64
1700	28	1.216	16.050	38	4	31	68
1800	25	1.262	25.000	39	9	31	68
1900	23	1.070	21.000	40	5	29	63
2000	21	982	20.000	39	5	29	63
2100	19	941	17.500	39	3	27	68
2200	17	851	14.200	38	1	27	70
2300	16	554	16.300	35	0	25	60
2400	0	572	14.500	35	1	22	54
2500	0	413	16.000	29	1	19	49
2600	0	257	16.000	26	2	19	42
2700	0	463	14.200	19	6	19	39
2800	6	661	15.800	14	7	19	38

mit einer Zunahme der Kernzahl mit dem Faktor a^3 [*17*]. Bei einem Anstieg der Feuchte von 40% auf 90% zum Beispiel ist $a =$ etwa 1,3, damit $a^3 = 2{,}2$, was einer Verringerung der Sichtweite auf 0,45 entspricht. Bei gleicher „potentieller" Kerngrößenverteilung, d. h. gleicher Kerngrößenverteilung bei derselben Feuchte, muß sich also die Struktur der Feuchteschichtung sehr deutlich in den Dunstschichten widerspiegeln.

Die Dunstobergrenzen bevorzugen ähnlich wie die Wolken bestimmte Höhen. Diese Höhen unterliegen einem Tagesgang; so hat Vocke [*14*] für Oberbayern festgestellt, daß die Obergrenze des Bodendunstes in der warmen Jahreszeit zwischen 7 und 8 Uhr bei 600 m (das sind etwa 170 m über Grund), zwischen 9 und 10 Uhr bei 850 m NN gelegen ist. Die Hauptdunstgrenze (Konvektionsobergrenze) steigt im Mittel von etwa 1500 m am Morgen bis auf etwa 2400 m gegen 13.00 Uhr. Am Nachmittag wird

im wesentlichen die Lage der Obergrenze in dieser Höhe erhalten bleiben. Sie sinkt, sobald die Ausstrahlung die Einstrahlung zu überwiegen beginnt, am Abend und in der Nacht allmählich ab. In den frühen Morgenstunden, zur Zeit des Sonnenaufgangs, hat sich ihre tiefste Lage erreicht.

Die Zahl der großen Kerne vermittelt ein getreues Abbild vom Verhalten des Dunstes, was aus den Darstellungen der Abb. 4 und 7 deutlich

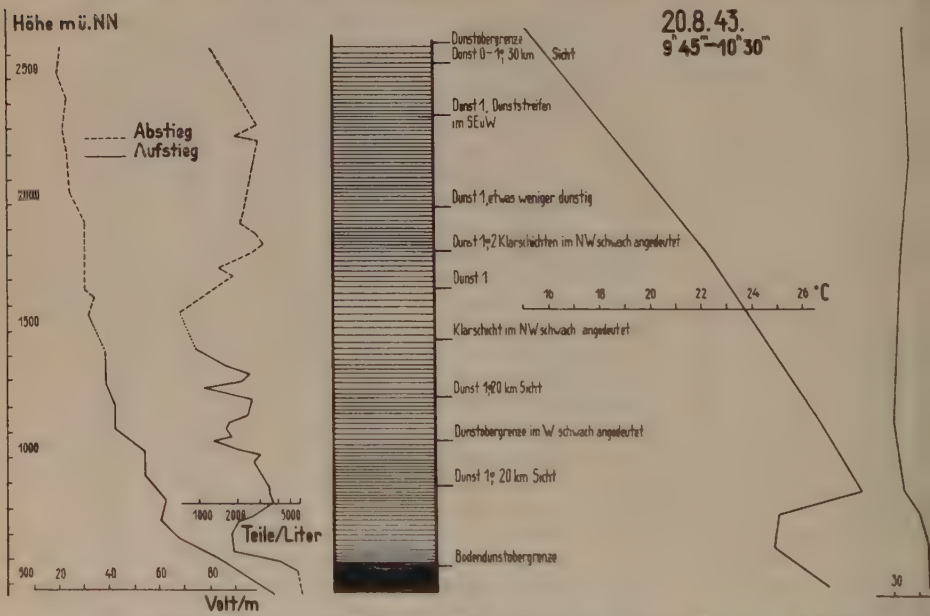


Abb. 7. 20. 8. 1943. 9.45—10.30. Wetterlage: Über Mitteleuropa lagert im Bereich eines Höhenhochs stark abgesunkene und entsprechend trockene Luft. Wetter zur Zeit des Fluges: $^1/_{10}$ Fc oder Ac am Horizont, SE 1, Sicht 20 km, Dunst 0—1. Flugbeobachtung: 600 m: Bodendunstobergrenze; 1100 m: Dunstobergrenze im W schwach angedeutet; 1500 m: Im W Klarschicht angedeutet; 1800 m: 2 Klarschichten im NW; 2000 m: Dunstobergrenze beginnt sich abzuzeichnen; 2200 m: Dunstober- und Untergrenze im NW bis N scheint im N niedriger zu sein; 2400 m: Dunststreifen im SE und W. Alle diese Beobachtungen spiegeln sich in der beim Abstieg aufgenommenen Konimetermeßkurve wider; 2600 m: Dunstobergrenze. Beim schnellen Abstieg mit der Motormaschine wurden noch die folgenden Beobachtungen notiert: 2000 m: Dunstobergrenze; 1700 m: 2 helle Streifen im NW zu erkennen; 1500 m: Höhe der hellen Streifen

hervorgeht. In diesen Abb. ist in der Mittelpartie ein Diagramm angebracht, in dem durch Schraffur die durch Messung bestimmten Kernzahlen in einem relativen Maßstab charakterisiert sind, während rechts daneben die unabhängig davon von dem Schleppflugzeug aus gemachten Augenbeobachtungen des Dunstes wiedergegeben sind. Dabei zeigt sich im allgemeinen eine recht gute Übereinstimmung zwischen den beiden Darstellungen.

Das psycho-physische Grundgesetz von WEBER und FECHNER, nach welchem eine merkliche Änderung der Reizwirkung eine bestimmte prozentuale Änderung des Reizes zur Voraussetzung hat, gibt auch die Erklärung dafür, weshalb manche Schichtobergrenzen leicht, andere vom

Auge nicht erkannt werden. Im vorliegenden Falle entspricht dem Reiz die Kernzahl bzw. die ihr umgekehrt proportionale Sichtweite, während die Sinnesempfindung im Dunsteindruck auf unser Auge besteht. Der

Tabelle 4. *Aus den Mittelwerten der Tabelle 3 berechnete mittlere Raumladungen*

In der Höhe m NN	Raumladung ϱ in e/cm^3 aus der mittl. Kurve d. Pot.-Grad.	aus der mittl. Kurve d. Kernzahlen
431 — 500	−12,75	(7,8)
500 — 600	1,67	0,32
600 — 700	7,2	0,88
700 — 800	5,0	1,98
800 — 900	2,2	2,52
900 — 1000	2,2	3,57
1000 — 1100	1,1	3,47
1100 — 1200	2,2	1,75
1200 — 1300	2,2	0,55
1300 — 1400	2,8	2,43
1400 — 1500	1,1	3,45
1500 — 1600	1,1	2,03
1600 — 1700	1,1	0,85
1700 — 1800	1,1	−3,39
1800 — 1900	0	2,01
1900 — 2000	1,1	1,05
2000 — 2100	0	0,55
2100 — 2200	1,1	1,24
2200 — 2300	0	5,34
2300 — 2400	1,1	−0,35
2400 — 2500	1,67	4,18
2500 — 2600	0	6,2
2600 — 2700	0	−7,48
2700 — 2800	0	−4,5

Übergang von einer Schicht zu einer anderen muß bei verhältnismäßig geringer Höhenänderung eine bestimmte prozentuale Änderung der Zahl überschreiten, damit er als Dunstgrenze wahrgenommen werden kann.

Aus der Dunstdarstellung vom 20. August 1943 (Abb. 7) geht auch hervor, daß z. B. ein dunkler Dunststreifen oder eine andere Dunstbeobachtung, die man in einer bestimmten Richtung am Horizont wahrgenommen hat, keinesfalls auf die beobachtete Gegend beschränkt zu sein braucht. Für die Sichtbarkeit des Dunstes in verschiedenen Richtungen spielen Beleuchtung, Hintergrund, Kontrastwirkungen u. a. eine große Rolle. So war in der Höhe 1050 m NN die Dunstobergrenze im W schwach angedeutet, die mit der Messung am Beobachtungsort gut übereinstimmt. Der Beobachter befand sich selbst in einer solchen Schicht hoher Kernzahl, die sich jedoch nur in einer bestimmten Richtung am Horizont als Dunst deutlich abzeichnete.

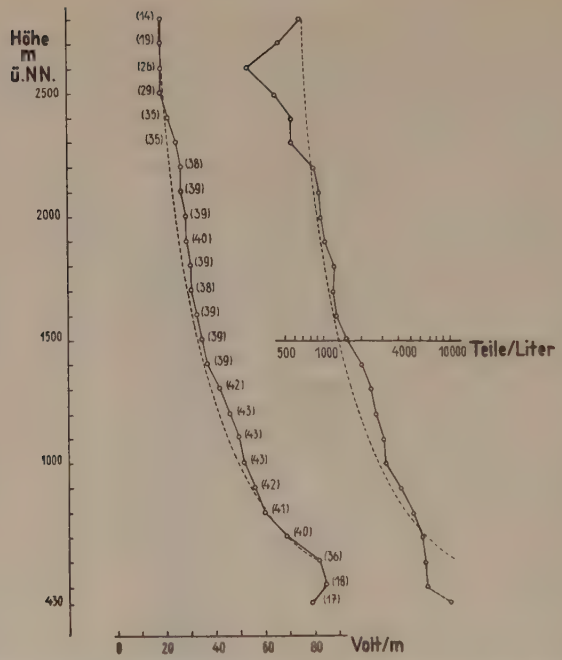


Abb. 8. Mittelwerte für den Potentialgradienten und die Teilchenzahl aus allen gleichzeitig aufgenommenen Meßwerten aus der Zeit Februar bis Oktober 1943. In Klammer die Zahl der jeweiligen Einzelmessungen

D. Schlußfolgerungen

Bei allen Einschränkungen und Vorbehalten, die uns das Meß- und Auswertverfahren beim Konimeter auferlegen, geben die hier gewonnenen Meßergebnisse einen guten Einblick in die Verteilung der großen Kerne in den untersten 2—3 km über dem Boden. Es muß dabei allerdings betont werden, daß aus flugtechnischen Gründen der Untersuchung eine Auswahl nach Schönwettertagen zu Grunde liegt, so daß eine Verallgemeinerung auch auf zyklonale Wetterlagen nicht möglich ist. Nach allem, was man über die Wirkung des Austausches und der Konvektion weiß, ist ihr Einfluß offenbar in der mittleren und oberen Troposphäre gering gegen die großräumigen, wettermäßig bedingten Vertikalzirkulationen (Aufgleiten und Absinken), so daß bei zyklonalen Lagen Kernverteilungen erwartet werden dürfen, die von den hier mitgeteilten stark abweichen. Wieweit überdies die hier gefundene Zahl der großen Kerne repräsentativ für die Gesamtzahl der Kerne ist, muß weiteren Untersuchungen vorbehalten bleiben.

Ein wesentliches Ergebnis bildet dagegen der gefundene Zusammenhang zwischen dem Potentialgefälle und der Zahl der großen Kerne. Er weist Wege, wie an anderen Stellen gewonnene Werte des vertikalen Potentialgefälles in der freien Atmosphäre in Kernzahlen umgedeutet und damit die sehr spärlichen Aerosolmessungen ergänzt werden können.

Literatur

1. Wigand, A.: Über die Natur der Kondensationskerne in der Atmosphäre, insbesondere über die Kernwirkung von Staub und Rauch. Meteorol. Z. **30**, 10 (1913).
2. Linke, F.: Luftelektrische Messungen bei zwölf Ballonfahrten. Abh. Ges. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Klasse III, Nr. 5 (1904).
3. Grundmann, W.: Verfahren und Geräte zur Bestimmung der Staubbeimengung der Luft. Glas und Apparat, Heft 8, 9, 10 und 12 (1939).
4. Löbner, A.: Methodik und Ergebnisse von Staubmessungen im Freien mit dem Zeiß'schen Freiluftkonimeter. Gesundheitsing. **60**, 97 (1937).
5. Löbner, A.: Horizontale und vertikale Staubverteilung in einer Großstadt. Veröff. Geoph. Inst. Univ. Leipzig, Bd. VII, H. 2 (1935).
6. Lehmann, H., F. Löwe und K. A. Traenkle: Das Zeiß'sche Freiluftkonimeter. Arch. Hyg. **112**, 141 (1934) od. Zeiß Meß 709.
7. Glawion, H.: Staub und Staubfälle in Arosa. Beitr. Phys. fr. Atmosph. **25**, 1 (1939).
8. Giner, R., und V. F. Hess: Studie über die Verteilung der Aerosole in der Luft von Innsbruck und Umgebung. Gerl. Beitr. Geoph. **50**, 22 (1937).
9. Neumann, H. R.: Messungen des Aerosols an der Nordsee. Gerl. Beitr. Geoph. **56**, 49 (1940).
10. Junge, Chr.: Neuere Untersuchungen an den großen atmosphärischen Kondensationskernen. Meteorol. Z. **52**, 467 (1935).
11. Kähler, K.: Einführung in die atmosphärische Elektrizität. Berlin 1929.
12. Schmidt, W.: Der Massenaustausch in freier Luft und verwandte Erscheinungen. Hamburg 1952.
13. Lettau, H.: Atmosphärische Turbulenz. Leipzig 1939.
14. Vocke, E.: Dunstbeobachtungen über Ainring. Z. angew. Met. **59**, 314 (1942).
15. Junge, Chr.: Die Konstitution des atmosphärischen Aerosols. Ann. Meteor. Beiheft 1952.
16. Junge, Chr.: Austausch und großräumige Vertikalverteilung von Luftbeimengungen. Ann. Meteor. **4**, 380 (1951).
17. Junge, Chr.: Gesetzmäßigkeiten atmosphärischer Aerosole über dem Kontinent. Ber. D. Wetterd. US-Zone, Nr. 35, 261 (1951).
18. Rossmann, Fr.: Luftelektrische Messungen mittels Segelflugzeugen. Ber. D. Wetterd. US-Zone, Nr. 15 (1950).

551.524.33 : 551.590.21 (4)

(University of Thessaloniki, Greece)

Study of the Mean Monthly Air Temperatures During the Successive Sunspot Cycles

By

John Xanthakis

With 13 Figures

Abstract. In the first part of this paper (I—III) the mean monthly air temperatures during successive sunspot cycles are examined for six stations of Central and Northwestern Europe. Based upon the observed data the variations between two consecutive 11-year periods of solar activity are studied for the following elements:

a) The difference $T_h - T_c$ between the mean temperatures of the four warmer (May-August) and the four colder (November-February) months of the year.

b) The differences $R = T_7 - T_1$ and $R' = T_6 - T_{12}$ between the mean temperatures of the month couples July—January and June—December.

c) The difference $T'_{eq} - T_{eq}$ between the mean temperatures of the months of the equinoxes, where $T'_{eq} = \frac{1}{2}(T_9 + T_{10})$, $T_{eq} = \frac{1}{2}(T_3 + T_4)$.

d) The quantities $R - R'$ and $X = (T'_{eq} - T_{eq}) - \frac{1}{2}(R - R')$.

All the above differences are expressed in terms of the six constants A, C, V, P, e, W each of which has a special physical signification. Also as functions of the same constants are expressed the corresponding mean monthly air temperatures T_i, $i = 1, 2, \ldots 12$.

In the second part (IV—VII) is demonstrated that only the constants e, P and their functions $e_0 = A \cdot P \cdot e$ and $Q_0 = A(P - 1)$ present a correlation with the mean annual sunspot numbers N, if the time scale corresponding to e_0 and Q_0 is shifted a whole sunspot period to the left. Then we show that:

1) There exists a close correlation between the mean annual sunspot number N and the average $\overline{X}$ of the corresponding values of X for 13 stations of Europe and Near East, if the time scale corresponding to $\overline{X}$ is shifted a whole period to the left.

2) There exists a close correlation between N and the average $\overline{X}$ of the corresponding values of X for 13 stations of the United States.

3) The corresponding values of $\overline{X}$ and $\overline{T'_{eq} - T_{eq}}$ for Europe and the United States show a phase difference amounting to one 11-year period.

Zusammenfassung. Im ersten Abschnitt dieser Arbeit werden die den aufeinander folgenden Sonnenfleckenzyklen entsprechenden Monatsmittel der Lufttemperatur für sechs Stationen Mittel- und Nordwesteuropas untersucht. Im besonderen werden die Änderungen der folgenden Größen zwischen zwei aufeinander folgenden Sonnenfleckenzyklen geprüft:

a) Differenz $T_h - T_c$ der Mitteltemperaturen der 4 wärmeren (Mai—August) und der 4 kälteren (November—Februar) Monate des Jahres.

b) Differenzen $R = T_7 - T_1$ und $R' = T_6 - T_{12}$ der Mitteltemperaturen der Monatspaare Juli—Januar und Juni—Dezember.

c) Differenz $T'_{eq} - T_{eq}$ der Mitteltemperaturen der Monate der Äquinoktien, wo $T'_{eq} = \frac{1}{2}(T_9 + T_{10})$ und $T_{eq} = \frac{1}{2}(T_3 + T_4)$.

d) Die Größen $R - R'$ und $X = (T'_{eq} - T_{eq}) - \frac{1}{2}(R - R')$.

Alle diese Größen werden als Funktionen von 6 Konstanten A, C, V, P, e, W, deren jede eine eigene physikalische Bedeutung hat, ausgedrückt. Als Funktionen derselben Konstanten werden auch die entsprechenden Monatsmitteltemperaturen T_i, $i = 1, 2, \ldots 12$, dargestellt.

Im zweiten Abschnitt wird zunächst gezeigt, daß von den obigen 6 Konstanten nur die Konstanten e und P und ihre Funktionen $e_0 = A \cdot P \cdot e$ und $Q_0 = A\,(P - 1)$ mit den entsprechenden Jahresmitteln N der Sonnenfleckenrelativzahlen eine Korrelation zeigen, und zwar nur, wenn der Zeitmaßstab für e_0 und Q_0 um eine ganze 11jährige Sonnenfleckenperiode nach links verschoben wird.

Sodann werden die folgenden Zusammenhänge dargelegt:

1. Es besteht eine enge Korrelation zwischen den den aufeinander folgenden Sonnenfleckenzyklen entsprechenden Jahresmitteln N der Sonnenfleckenrelativzahlen und den entsprechenden Mittelwerten $\overline{X}$ der Größe X für 13 Stationen von Europa und dem Nahen Osten, wenn der Zeitmaßstab für $\overline{X}$ um eine ganze 11jährige Periode nach links verschoben wird.

2. Es besteht eine enge Korrelation zwischen N und den Mittelwerten $\overline{X}$ der Größe X für 13 Stationen der Vereinigten Staaten von Amerika.

3. Die entsprechenden Werte der Größen $\overline{X}$ und $\overline{T'_{eq} - T_{eq}}$ zeigen für Europa und für die Vereinigten Staaten eine Phasendifferenz von einer ganzen 11jährigen Sonnenfleckenperiode.

Résumé. Dans la première partie de cet ouvrage on étudie les températures moyennes mensuelles de l'air correspondant aux cycles successifs de l'activité solaire pour 6 stations de l'Europe Centrale et du Nord-Ouest. On étudie notamment les variations, d'une période à l'autre de l'activité solaire, des quantités suivantes:

a) La différence $T_h - T_c$ des températures moyennes mensuelles des 4 mois les plus chauds de l'année (Mai à Août) et des 4 mois les plus froids (Novembre à Février).

b) Les différences $R = T_7 - T_1$ et $R' = T_6 - T_{12}$ des températures moyennes mensuelles des couples de mois Juillet—Janvier et Juin—Décembre.

c) La différence $T'_{eq} - T_{eq}$ des températures moyennes des mois des équinoxes, où $T'_{eq} = \frac{1}{2}(T_9 + T_{10})$, $T_{eq} = \frac{1}{2}(T_3 + T_4)$.

d) Les quantités $R - R'$ et $X = (T'_{eq} - T_{eq}) - \frac{1}{2}(R - R')$.

Toutes ces quantités sont exprimées en fonction des six constantes A, C, V, P, e, W, qui ont chacune une signification physique spéciale. En fonction des mêmes constantes s'expriment également les températures moyennes mensuelles correspondantes T_i, $i = 1, 2 \ldots 12$.

Dans la seconde partie de l'ouvrage, on démontre que seules les constantes e et P ainsi que leurs fonctions $e_0 = A \cdot P \cdot e$ et $Q_0 = A\,(P-1)$ présentent une corrélation avec le nombre moyen annuel N des taches solaires, et seulement lorsque l'échelle du temps pour e_0 et Q_0 est déplacée d'une période complète de 11 ans vers la gauche par rapport à celle des N.

En plus, l'on peut tirer les conséquences suivantes verifiées par les observations:

1. Il existe une corrélation étroite entre N et $\overline{X}$ des cycles consécutifs des taches solaires où $\overline{X}$ est la valeur moyenne de la quantité X qui correspond à 13 stations de l'Europe et du Proche-Orient; l'échelle du temps pour $\overline{X}$ doit également être déplacée d'une période vers la gauche par rapport à celle des N.

2. Il existe aussi une corrélation étroite entre N et $\overline{X}$, où $\overline{X}$ est la valeur moyenne de X qui correspond à 13 stations des Etats-Unis.

3. Les valeurs des quantités $\overline{X}$ et $\overline{T'_{eq} - T_{eq}}$ qui correspondent aux stations en question de l'Europe et des Etats-Unis présentent une différence de phase s'élevant à une période entière des taches solaires.

I. Introduction

In a previous paper [3] we found the following relations:

$$\frac{1}{2}(T_i + T_{13-i}) = A + C \cdot \sin(L_i - V) \tag{1}$$

$$\frac{T_{13-i}}{T_i} = \frac{P}{1 - e \cdot \cos(L_i - W)} \tag{2}$$

$$i = 1, 2, \ldots 6$$

where T_i and T_{13-i}, $i = 1, 2, \ldots 6$ represent the mean monthly air temperatures in absolute degrees, during the successive sunspot cycles[1], L_i the longitude of the sun corresponding to the middle of each of the months January, February, ... June, and A, C, P, e, V, W six constants determined by the observation data.

A theoretical justification of relations (1) and (2) is given for the case in which T_i and T_{13-i} represent the mean monthly temperatures of the Earth's surface, the Earth being considered without atmosphere [2].

From the above two relations we can easily get the following expressions of the mean monthly air temperatures [3]:

$$T_i = \frac{2P}{P+1}\left[A + C \cdot \sin(L_i - V)\right] \cdot \left[\frac{1}{P} - \frac{e}{P+1}\cos(L_i - W) - \frac{e^2}{(P+1)^2}\cos^2(L_i - W) - \ldots\right] \tag{3}$$

$$T_{13-i} = \frac{2P}{P+1}\left[A + C \cdot \sin(L_i - V)\right] \cdot \left[1 + \frac{e}{P+1}\cos(L_i - W) + \frac{e^2}{(P+1)^2}\cos^2(L_i - W) + \ldots\right] \tag{4}$$

$$i = 1, 2, \ldots 6.$$

[1] Each cycle begins at the year following that in which the minimum of the annual sunspot number occurs and ends at the year of the next minimum.

As was shown by L. MAVRIDIS [4] relations (3) and (4) represent the observed mean monthly air temperatures corresponding to successive sunspot cycles, with the same approximation as that given by the corresponding development of harmonic analysis.

II. Determination of the constants and their physical meaning

Constants P, e, W of the ellipse (2) can be determined from the system:

$$\frac{T_i}{T_{13-i}} = \frac{1}{P} - \frac{e}{P} \cos\,(L_i - W)\ ,\quad i = 1,\ 2,\ \ldots\ 6$$

by the method of least squares. To facilitate the calculations we put:

$$L_i = L_1 + y_i\ ,\qquad i = 1,\ 2,\ \ldots\ 6$$

The values of L_1 and y_i are given by Table I for each period of solar activity [4].

Constants A, C, V can also be determined from system (1) by the method of least squares [4].

However we can also determine these constants in the following way, which practically leads us to the same values.

Subtracting each equation from the next in the system (1), we obtain:

$$(T_2 - T_1) + (T_{11} - T_{12}) = 4\,C \cdot \cos\left(\frac{L_1 + L_2}{2} - V\right) \cdot \sin \tfrac{1}{2}\,(L_2 - L_1)$$

$$(T_3 - T_2) + (T_{10} - T_{11}) = 4\,C \cdot \cos\left(\frac{L_2 + L_3}{2} - V\right) \cdot \sin \tfrac{1}{2}\,(L_3 - L_2)$$

$$(T_4 - T_3) + (T_9 - T_{10}) = 4\,C \cdot \cos\left(\frac{L_3 + L_4}{2} - V\right) \cdot \sin \tfrac{1}{2}\,(L_4 - L_3)$$

$$(T_5 - T_4) + (T_8 - T_9) = 4\,C \cdot \cos\left(\frac{L_4 + L_5}{2} - V\right) \cdot \sin \tfrac{1}{2}\,(L_5 - L_4)$$

$$(T_6 - T_5) + (T_7 - T_8) = 4\,C \cdot \cos\left(\frac{L_5 + L_6}{2} - V\right) \cdot \sin \tfrac{1}{2}\,(L_6 - L_5)$$

or considering Table I, we have approximately:

$$\left.\begin{aligned}
(T_2 - T_1) + (T_{11} - T_{12}) &= 4\,C \cdot \sin 15^\circ \cdot \cos\,[(V - 11^\circ) + 60^\circ] \\
(T_3 - T_2) + (T_{10} - T_{11}) &= 4\,C \cdot \sin 15^\circ \cdot \cos\,[(V - 11^\circ) + 30^\circ] \\
(T_4 - T_3) + (T_9 - T_{10}) &= 4\,C \cdot \sin 15^\circ \cdot \cos\,(V - 11^\circ) \\
(T_5 - T_4) + (T_8 - T_9) &= 4\,C \cdot \sin 15^\circ \cdot \cos\,[(V - 11^\circ) - 30^\circ] \\
(T_6 - T_5) + (T_7 - T_8) &= 4\,C \cdot \sin 15^\circ \cdot \cos\,[(V - 11^\circ) - 60^\circ]
\end{aligned}\right\} \quad (5)$$

by putting:

$$\begin{aligned}
f_1 &= (T_{10} - T_{11}) + (T_{11} - T_{12}) + (T_2 - T_1) + (T_3 - T_2) \\
f_2 &= (T_5 - T_4) + (T_6 - T_5) + (T_7 - T_8) + (T_8 - T_9) \\
g &= (T_4 - T_3) + (T_9 - T_{10})
\end{aligned}$$

and taking into account equations (5) we get:

$$\begin{aligned}
f_2 - f_1 &= 4\,(1 + \sqrt{3})\,C \cdot \sin 15^\circ \cdot \sin\,(V - 11^\circ) \\
g &= 4\,C \cdot \sin 15^\circ \cos\,(V - 11^\circ)
\end{aligned} \quad (6)$$

$$\operatorname{tg}\,(V - 11^\circ) = \frac{1}{1 + \sqrt{3}} \cdot \frac{f_2 - f_1}{g}\ . \quad (7)$$

Relations (6) and (7) permit the calculation of the angle V in terms of the differences of the mean monthly air temperatures of the successive months.

From system (1) we can easily obtain the values of C and

Table I

Periods		L_I	γ_I	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5
I	1776—84	296° 25′	0°	30° 3′	59°42′	89°44′	119° 17′	148° 30′
II	1785—98	„ 31′	„	„ „	„ „	„ „	„ „	„ „
III	1799—1810	295° 37′	„	„ „	„ 44′	„ 48′	„ 23′	„ 36′
IV	1811—23	„ 41′	„	„ „	„ „	„ „	„ „	„ „
V	1824—33	„ 47′	„	„ „	„ „	„ „	„ „	„ „
VI	1834—43	„ 50′	„	„ „	„ „	„ „	„ „	„ „
VII	1844—56	„ 57′	„	„ „	„ „	„ „	„ „	„ „
VIII	1857—67	296° 3′	„	„ „	„ „	„ „	„ „	„ „
IX	1868—78	„ 8′	„	„ „	„ „	„ „	„ „	„ „
X	1879—89	„ 12′	„	„ „	„ „	„ „	„ „	„ „
XI	1890—1901	„ 17′	„	„ „	„ „	„ „	„ „	„ „
XII	1902—13	295° 21′	„	„ 4′	„ 47′	„ 53′	„ 29′	„ 43′
XIII	1914—23	„ 27′	„	„ „	„ „	„ „	„ „	„ „
XIV	1924—33	„ 32′	„	„ „	„ „	„ „	„ „	„ „
XV	1934—44	„ 36′	„	„ „	„ „	„ „	„ „	„ „

A as well:

$$C = \frac{0.5}{\sqrt{2}+\sqrt{6}} \left| \sum_{\text{Apr}}^{\text{Sept}} T - \sum_{\text{Oct}}^{\text{Mar}} T \right| \sec\,(V-11°) \qquad (8)$$

$$A - \frac{1}{12}\sum_{1}^{12} T_i + \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{6}\, C\cdot\sin\,(V-11°) = T_m + 0{,}644\, C\cdot\sin\,(V-11°) \qquad (9)$$

where $\sum_{\text{Apr}}^{\text{Sept}} T$ is the sum of the mean monthly air temperatures of the months April . . . September, $\sum_{\text{Oct}}^{\text{Mar}} T$ the sum of the mean monthly air temperatures of the months October . . . . . March and T_m the mean annual temperature corresponding to each of the time intervals considered.

By putting:

$$\tfrac{1}{2}\,(T_6 + T_7) = T_{sol} \quad , \quad \tfrac{1}{2}\,(T_{12} + T_1) = T'_{sol}$$
$$\tfrac{1}{2}\,(T_3 + T_4) = T_{eq} \quad , \quad \tfrac{1}{2}\,(T_9 + T_{10}) = T'_{eq}$$

where T_{sol}, T'_{sol} represent respectively the mean temperatures at the vicinity of the solstices (June/July and December/January) and T_{eq}, T'_{eq} the mean temperatures at the vicinity of the equinoxes (March/April and September/October) we get:

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{2}\,(f_2 - f_1) &= (T_{sol} + T'_{sol}) - (T_{eq} + T'_{eq}) \\ \tfrac{1}{2}\,g &= T_{eq} - T'_{eq}. \end{aligned} \qquad (10)$$

Thus relation (7) becomes:

$$\operatorname{tg}(V-11^\circ) = [(T_{sol}+T'_{sol})-(T_{eq}+T'_{eq})]:(T'_{eq}-T_{eq}) \qquad (11)$$

Table II gives the values of the constants A, C, P, e, V and W for each sunspot cycle for the following stations[1]:

1. Vienna..... 1776—1944	4. Copenhagen .. 1799—1944
2. Prague..... 1776—1944	5. Oslo..... 1824—1944
3. Berlin ..... 1776—1933	6. Bergen ..... 1824—1944

The values of the mean monthly air temperatures for Prague were taken from HLAVÁČ [7] and SCHINDLER [8]; those for the other stations from „World Weather Records" [9].

From relations (8), (9) and (11) we can see immediately the physical meaning of the constants A, C and V. Thus, when the phase angle V takes values near the value $V = 11^\circ$, the constant A differs only slightly from the mean annual temperature corresponding to the same 11-year cycle. In Central Europe and especially in Vienna, where mostly $V < 11^\circ$ (see Table 2) the constant A takes values slightly smaller than those of the mean annual temperature T_m. In Northwestern Europe on the contrary (Copenhagen, Oslo, Bergen), where $V > 11^\circ$ in general, constant A takes values greater than the mean annual temperature. However, owing to the fact that the temperature is expressed in absolute degrees, the relative variation of this constant from period to period is very small, not exceeding the 0.7 per cent of its mean value.

Constant C, as is shown by relation (8) depends on the difference of the mean temperatures of the six warmer (April to September) and the six colder (October to March) months of the year. We must notice here the continuous decrease of this constant in Central Europe (Vienna, Prague, Berlin) and especially its sudden decrease during the period 1902—13 (see Table II).

Finally the phase angle V plays a special role in the distribution of the mean temperatures at the vicinity of the solstices and the equinoxes. In fact, as in all the six considered stations we have $T'_{eq} - T_{eq} > 0$, it follows from relation (11) that:

$$\begin{aligned} &\text{if} \quad V = 11^\circ \quad , \quad T_{sol} + T'_{sol} = T_{eq} + T'_{eq} \\ &\text{,,} \quad V < 11^\circ \quad , \quad T_{sol} + T'_{sol} < T_{eq} + T'_{eq} \\ &\text{,,} \quad V > 11^\circ \quad , \quad T_{sol} + T'_{sol} > T_{eq} + T'_{eq}. \end{aligned}$$

Thus in the three stations of Northwestern Europe (Copenhagen, Oslo, Bergen) where $V > 11^\circ$, we find for all the periods considered:

---

[1] The arithmetical values of the constantes P, e, w differ a little from those given in a previous paper [3], because we use here the method of least squares and not the method of successive approaches.

Also, instead of the difference $V - 9^\circ$ we have here the difference $V - 11^\circ$ because the sun's longitude has been taken from Table I and not from the astronomical almanacs.

Table II.

Values of Constants A, C, V, P, e, W

Periods	Vienna						Prague						Berlin					
	A	*C*	*V*	*P*	*e*	*W*	*A*	*C*	*V*	*P*	*e*	*W*	*A*	*C*	*V*	*P*	*e*	*W*
	°	°	°			°	°	°	°			°	°	°	°			°
I: 1776—84	282.34	11.20	3.9	1.00518	0.0135	7.8	281.81	10.47	6.0	1.00562	0.0138	11.3	282.08	10.47	9.8	1.00457	0.0154	9.1
II: 1785—98	3.16	10.81	8.8	0.99753	229	16.0	3.14	10.22	10.9	0.99735	237	13.3	2.24	10.08	12.0	0.99520	252	17.7
III: 1799—1810 ..	2.75	11.02	6.2	1.00177	218	10.1	2.40	10.62	6.9	1.00193	228	9.4	0.68	10.17	5.5	1.00340	209	12.0
IV: 1811—23	2.06	10.96	0.1	1.00065	173	7.8	1.89	10.34	2.5	1.00015	187	7.0	0.53	10.03	1.6	1.00006	191	7.6
V: 1824—33	2.24	10.86	5.7	1.00955	86	−11.3	2.41	10.54	7.5	1.00906	123	−10.9	1.46	10.05	6.8	1.00645	133	−11.2
VI: 1834—43	2.46	10.70	9.4	0.99915	238	11.7	2.19	10.31	10.5	0.99946	250	8.4	1.93	9.59	11.4	1.00021	218	9.2
VII: 1844—56	1.82	10.56	7.2	0.99627	256	10.9	1.63	10.10	9.6	0.99635	265	10.5	1.77	9.65	12.4	0.99676	263	10.8
VIII: 1857—67	1.25	10.63	2.4	0.99611	259	15.7	1.62	10.20	5.9	0.99797	239	15.2	2.19	9.46	10.8	0.99573	268	13.8
IX: 1868—78	1.70	10.39	5.5	1.00071	197	18.1	2.30	10.35	10.6	0.99942	223	20.8	2.84	9.33	13.8	0.99828	230	21.3
X: 1879—89	1.45	10.32	6.8	1.00160	185	12.2	2.00	10.03	11.0	0.99982	211	11.4	2.41	9.43	15.5	0.99934	224	9.9
XI: 1890—1901 ..	0.99	10.30	1.0	1.00264	172	12.5	1.65	10.03	7.1	1.00124	197	11.1	1.99	9.55	8.8	1.00080	192	13.0
XII: 1902—13	1.98	9.35	8.0	1.00243	145	11.2	2.53	9.42	12.2	1.00007	169	13.6	2.87	8.94	14.6	0.99770	200	12.6
XIII: 1914—23	2.48	9.21	11.3	1.00122	149	18.6	2.88	9.40	14.4	1.00022	167	17.9	2.73	8.98	13.5	1.00033	156	20.5
XIV: 1924—33	1.84	9.30	6.3	0.99860	245	12.6	2.41	9.81	10.6	0.99824	250	13.1	2.46	9.18	12.0	0.99950	227	15.7
XV: 1934—44	1.47	10.00	2.6	1.00356	168	6.9	2.19	10.06	6.8	1.00089	211	11.0	—	—	—	—	—	—

Periods	Copenhagen						Oslo						Bergen					
	A	*C*	*V*	*P*	*e*	*W*	*A*	*C*	*V*	*P*	*e*	*W*	*A*	*C*	*V*	*P*	*e*	*W*
	°	°	°			°	°	°	°			°	°	°	°			°
III: 1799—1810 ..	280.96	8.68	13.8	0.99904	0.0335	11.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
IV: 1811—23	1.08	.21	13.8	.99787	297	11.5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
V: 1824—33	1.86	.92	19.9	.99986	273	4.2	279.50	9.62	19.5	0.99951	0.0256	8.8	281.35	6.78	19.4	1.00075	0.0167	14.7
VI: 1834—43	0.84	.54	19.5	.99908	273	11.0	8.67	10.16	15.2	.99895	252	14.2	0.84	6.22	24.0	228	165	13.8
VII: 1844—56	1.07	.62	20.4	.99699	322	10.6	8.75	10.90	17.4	99894	281	11.0	0.99	6.74	23.4	0.99857	217	17.0
VIII: 1857—67	1.37	.28	20.4	.99477	334	12.3	9.40	10.41	19.5	.99565	317	13.6	1.11	6.59	22.4	99589	268	12.5
IX: 1868—78	1.61	.49	22.2	.99621	288	19.4	9.46	10.87	19.2	.99483	310	17.8	0.80	6.72	21.5	99481	254	25.4
X: 1879—89	1.62	.65	24.0	.99670	291	11.4	9.82	10.75	21.0	.99392	313	12.7	0.86	6.76	22.4	99621	247	16.3
XI: 1890—1901 ..	1.78	.57	20.9	1.00044	245	8.9	9.98	10.85	19.4	1.00110	221	9.7	1.08	6.57	23.4	1.00094	178	10.6
XII: 1902—13	2.06	.07	23.4	0.99790	252	10.7	280.25	9.88	20.9	.99798	233	13.6	1.27	5.99	25.5	0.99777	197	10.9
XIII: 1914—23	2.00	.18	22.9	.99951	215	15.8	279.71	10.28	18.1	1.00222	178	16.9	0.49	6.13	19.1	1.00252	136	26.4
XIV: 1924—33	2.27	7.96	22.7	.99937	271	15.1	280.40	9.82	22.8	0.99917	243	20.6	1.67	6.17	27.1	1.00066	179	23.9
XV: 1934—44	2.28	8.47	19.8	1.00220	248	10.2	280.10	10.31	17.1	1.00573	182	6.1	1.63	6.18	19.7	1.00345	171	15.8

$$T_{sol} + T'_{sol} > T_{eq} + T'_{eq},$$

whereas in Central Europe and specially in Vienna and Prague we generally have the contrary (see fig. 1).

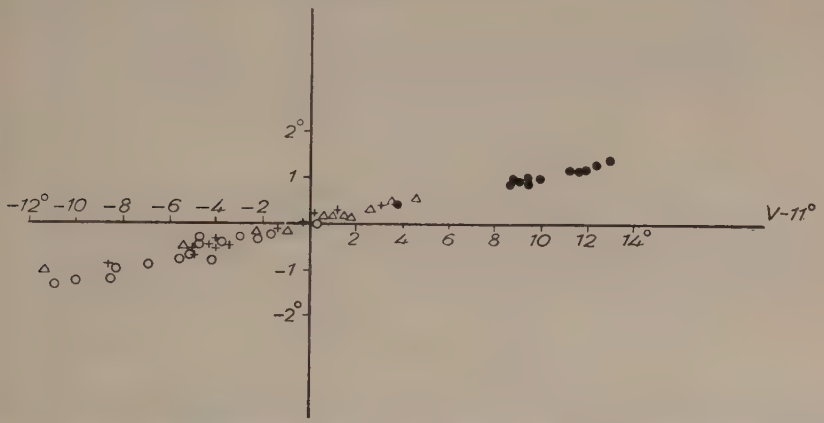


Fig. 1. Values of the differences $(T_{sol}+T'_{sol})-(T_{eq}+T'_{eq})$ and $V-11°$ for Vienna (open circles), Prague (crosses), Berlin (triangles) and Copenhagen (points)

Of special interest are the variations of P, e and W on which depend the differences between the seasonal temperatures. From these three constants the two former represent the parameter and the eccentricity of the ellipse (2), whereas W plays a role similar to that of V. In fact, if we call:

$$T_{win} = {}^1/_3\,(T_1 + T_2 + T_3) \quad , \quad T_{sp} = {}^1/_3\,(T_4 + T_5 + T_6)$$
$$T_{sum} = {}^1/_3\,(T_7 + T_8 + T_9) \quad , \quad T_{aut} = {}^1/_3\,(T_{10} + T_{11} + T_{12})$$

we can easily show that:

if $W = 11°$, $T_{sum} + T_{win} = T_{aut} + T_{sp}$ or $T_{sum} - T_{sp} = T_{aut} - T_{win}$
,, $W < 11°$, $T_{sum} + T_{win} < T_{aut} + T_{sp}$,, $T_{sum} - T_{sp} < T_{aut} - T_{win}$
,, $W > 11°$, $T_{sum} + T_{win} > T_{aut} + T_{sp}$,, $T_{sum} - T_{sp} > T_{aut} - T_{win}$

where, T_{win} represents the mean temperature of Winter
T_{sp} ,, ,, ,, ,, ,, Spring
T_{sum} ,, ,, ,, ,, ,, Summer
T_{aut} ,, ,, ,, ,, ,, Autumn.

Thus during the period 1824—1833 we have:

	Vienna	Prague	Berlin	Copenhagen	Oslo	Bergen
$W-11°$	−22°.3	−21°.9	−22°.2	−7°.2	−2°.2	+3°.7
$(T_{sum}+T_{win})-(T_{aut}+T_{sp})$	−1°.04	−1°.33	−1°.72	−0°.96	−0°.03	+0°.66 C

Whereas during the period 1914—1923 is:

	Vienna	Prague	Berlin	Copenhagen	Oslo	Bergen
$W-11°$	+7°.6	+6°.9	+9°.5	+4°.8	+5°.9	+15°.4
$(T_{sum}+T_{win})-(T_{aut}+T_{sp})$	+1°.17	+1°.20	+1°.28	+0°.93	+0°.83	+1°.73 C

III. Variations of certain characteristic temperature differences from period to period of solar activity.

a) Difference between the mean temperatures of the 4 warmer and the 4 colder months of the year. Let T_h be the average of the mean monthly air temperatures of the months May, June, July, August and T_c that of the months November, December, January and February i. e.:

$$T_h = \tfrac{1}{4}(T_5 + T_6 + T_7 + T_8)$$
$$T_c = \tfrac{1}{4}(T_{11} + T_{12} + T_1 + T_2). \qquad (12)$$

From relation (1) we can easily find [3] that:

$$T_h - T_c = 1.67\, C \cdot \cos(V - 11°) \qquad (13)$$

Since the factor $\cos(V-11°)$ varies slightly from cycle to cycle, it follows from (13) that the difference $T_h - T_c$ varies proportionally to the constant C. In fig. (2) the open circles represent the values of the difference $T_h - T_c$

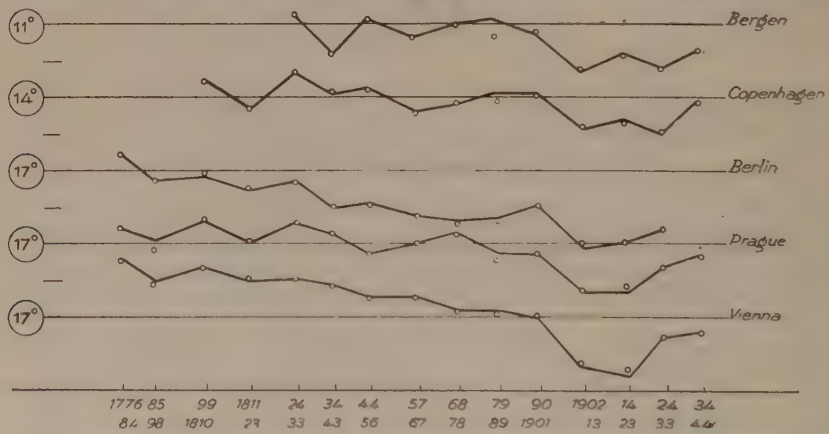


Fig. 2. Values of the difference $T_h - T_c$ for the successive sunspot cycles. The open circles represent the values of this difference given by the observations, the continuous line the calculated values

given by the observations, whereas the continuous lines represent the values of this difference given by relation (13). A noticable decrease of this difference in Central Europe is clearly seen, a fact already noticed by other investigators too.

Fig. 3. Observed values of the difference $T_h - T_c$ for Central England (the values of the mean monthly air temperatures were taken from the table of G. MANLEY)

Fig. 3 represents the values of the difference $T_h - T_c$ for Central England. The values of the temperatures for this region were taken from the table of G. MANLEY [6].

The general march of the difference T_h—T_c in Central Europe as well as in Central England, leads one to suspect that probably this difference has a long period variation, whose last maximum took place during the period 1776—84 and the last minimum during the period 1902—13.

b) Difference between the mean temperatures at the vicinity of the equinoxes

As the parameter P of the ellipse (2) takes values differing slightly from the unit (see Table 2) we can approximately put $P+1 \approx 2$ in relations (3) and (4) and omit at the same time the square of the eccentricity e. Thus we have:

$$T_i = A - \tfrac{1}{2} A \cdot P \cdot e \cdot \cos\ (L_i - W) + C \cdot \sin\ (Li - V) - \tfrac{1}{2} C \cdot P \cdot e \cdot \sin\ (L_i - V) \cdot \cos\ (L_i - W)$$

$$T_{13-i} = A P + \tfrac{1}{2} A \cdot P \cdot e \cdot \cos\ (L_i - W) + C \cdot P \cdot \sin\ (L_i - V) + \tfrac{1}{2} C \cdot P \cdot e \cdot \sin\ (Li - V) \cdot \cos\ (L_i - W)$$

$i = 1.\ 2. \ldots 6.$

If we take the principal terms[1] only, we have finally:

$$T_i = A - \tfrac{1}{2} A \cdot P \cdot e \cdot \cos\ (L_i - W) + C \cdot \sin\ (L_i - V) \quad (14)$$

$$T_{13-i} = A P + \tfrac{1}{2} A \cdot P \cdot e \cdot \cos\ (Li - W) + C \cdot P \cdot \sin\ (Li - V) \quad (15)$$

From these relations we get, for $i = 3$ and $i = 4$:

$$T_3 + T_4 = 2A - \tfrac{1}{2} A \cdot P \cdot e \cdot [\cos\ (L_3 - W) + \cos\ (L_4 - W)] + C\ [\sin\ (L_3 - V) + \sin\ (L_4 - V)]$$

$$T_9 + T_{10} = 2\ A.P. + \tfrac{1}{2} A \cdot P \cdot e.\ [\cos\ (L_3 - W) + \cos\ (L_4 - W)] + C \cdot P\ [\sin\ (L_3 - V) + \sin\ (L_4 - V)]$$

But:

$$\cos\ (L_3 - W) + \cos\ (L_4 - W) \approx 2 \cdot \cos 15^\circ \cos\ (W - 11^\circ) = 1.932 \cos\ (W - 11^\circ)$$

$$\sin\ (L_3 - V) + \sin\ (L_4 - V) \approx -2 \cdot \cos 15^\circ \sin\ (V - 11^\circ) = -1.932 \sin\ (V - 11^\circ)$$

Consequently:

$$\tfrac{1}{2}\ (T_3 + T_4) \equiv T_{eq} = A - 0.483\ A \cdot P \cdot e \cdot \cos\ (W - 11^\circ) - 0.483\ C \sin\ (V - 11^\circ)$$

$$\tfrac{1}{2}\ (T_9 + T_{10}) \equiv T'_{eq} = A \cdot P \cdot + 0.483\ A\ .\ P\ .\ e\ .\ \cos\ (W - 11^\circ) - 0.483\ C \cdot P \cdot \sin\ (V - 11^\circ)$$

Therefore:

$$T'_{eq} - T_{eq} = A\ (P - 1) + 0.966\ A \cdot P \cdot e \cdot \cos\ (W - 11^\circ) - 0.483\ C\ (P - 1) \sin\ (V - 11^\circ)$$

or, neglecting the last term[2]

$$T'_{eq} - T_{eq} = Q_o + 0.966\ e_o \cdot \cos\ (W - 11^\circ), \quad (16)$$

where

$$Q_o = A\ (P - 1) \quad (17)$$

$$e_o = A \cdot P \cdot e. \quad (18)$$

[1] The coefficient $\tfrac{1}{2}\ C \cdot P \cdot e$ is of the order $0^\circ.1\ C$.

[2] The coefficient $0.483\ C\ (P-1)$ is of the order $0^\circ.02\ C$.

c) Difference between the mean temperatures of the months July—January and June—December. From relations (14) and (15) we have for $i = 1$ and $i = 6$:

$$T_7 - T_1 = A\,(P-1) + \tfrac{1}{2}\,A \cdot P \cdot e\,[\cos\,(L_6 - W) + \cos\,(L_1 - W)] + \\ + C\,[P \sin\,(L_6 - V) - \sin\,(L_1 - V)]$$

$$T_6 - T_{12} = A\,(1-P) - \tfrac{1}{2}\,A \cdot P \cdot e\,[\cos\,(L_6 - W) + \cos\,(L_1 - W)] + \\ + C\,[\sin\,(L_6 - V) - P \sin\,(L_1 - V)]$$

but:

$$\cos\,(L_6 - W) + \cos\,(L_1 - W) \approx 2 \cdot \sin 15^\circ \cos\,(W - 11^\circ) = 0.259 \cos\,(W - 11^\circ)$$

$$\sin\,(L_6 - V) - \sin\,(L_1 - V) \approx 2 \cdot \cos 15^\circ \cos\,(V - 11^\circ) = 1.932 \cos\,(V - 11^\circ)$$

hence, taking into account relations (17) and (18) we get:

$$R = T_7 - T_1 = \quad Q_0 + 1.932\,C \cdot \cos\,(V - 11^\circ) + 0.259\,e_0 \cdot \cos\,(W - 11^\circ) \quad (19)$$

$$R' = T_6 - T_{12} = -Q_0 + 1.932\,C \cdot \cos\,(V - 11^\circ) - 0.259\,e_0 \cdot \cos\,(W - 11^\circ) \quad (20)$$

Relation (19) shows that the difference between the mean temperatures of the months July—January, which usually represents the annual range R of the temperature, depends on Q_0, C and e_0. However, owing to the fact that the coefficient of e_0 is small, the variations of the annual range must have, on the whole, the characteristics of the variation of the constant C and the parameter P [because $Q_0 = A\,(P-1)$]. Thus in Vienna, Prague and Berlin, where constant C shows a continuous decrease, the annual range R will also show a systematic decrease with sudden rise, however, during the periods 1799—1810, 1824—33 and 1890—1901, when the parameter P assumes high values (see Table II) and the quantity Q_0 its greatest positive values.

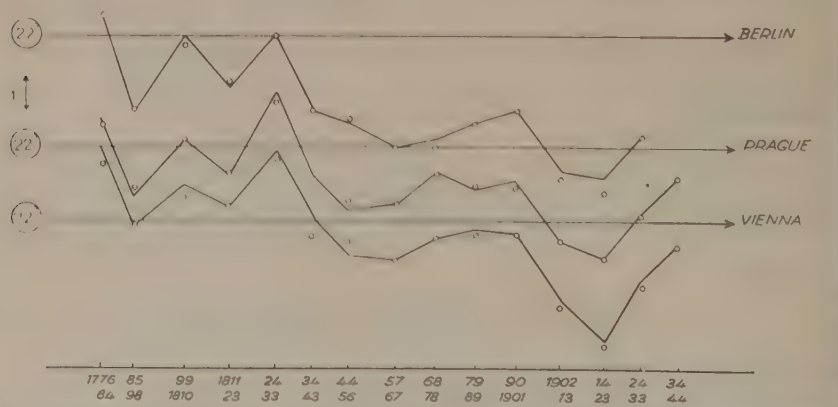


Fig. 4. Values of the difference $R = T_7 - T_1$ for the successive sunspot cycles. The open circles represent the values of R given by the observations and the continuous line those calculated by relation (17)

This is clearly shown in fig. 4 where the open circles represent the observed values of the mean annual range R for each period of solar activity and the continuous lines those calculated by relations (19).

Analogous results are found for the difference between the mean temperatures of the months June—December, $R' = T_6 - T_{12}$ which represents the „theoretical annual range" of the temperature; so we shall have, in this case too, a systematic decrease of the difference $T_6 - T_{12}$ until the period 1914—23 for the three stations of Central Europe. But here the influence of Q_o will be opposite to that in the previous case of $T_7 - T_1$.

From (19) and (20) we get:

$$R - R' = 2\,Q_o + 0.518\,e_o \cdot \cos\,(W - 11°). \qquad (21)$$

From this relation we deduce that the variations of this difference from one period of solar activity to the next, will mainly show the caracteristics of the variations of Q_o, that is of the parameter P.

d) The range X. Combining relations (16) and (21) we get:

$$X = (T'_{eq} - T_{eq}) - \tfrac{1}{2}\,(R - R') = 0.71\,e_o \cdot \cos\,(W - 11°). \qquad (22)$$

But,

$$(T'_{eq} - T_{eq}) - \tfrac{1}{2}\,(R - R') = \tfrac{1}{2}\,[(T_9 - T_4) + (T_{10} - T_3)] - \\ - \tfrac{1}{2}\,[(T_7 - T_6) + (T_{12} - T_1)]$$

hence the quantity X represents the range of the variation of the difference $T_{13-i} - T_i$, $i = 1, 2, \ldots 6$ (see fig. 5).

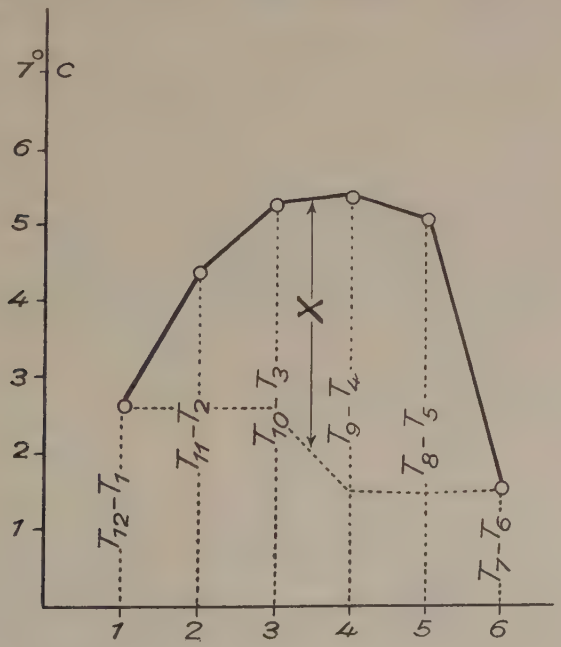


Fig. 5. Values of the difference $T_{13-i} - T_i$, $i = 1, 2, \ldots 6$ for Vienna (1934—44)

From relation (22) we deduce that the range X depends mainly on e_o, because cos $(W - 11°)$ changes slightly from period to period.

IV. The sunspot number and the elements of the temperature ellipse

In a previous paper [3] we pointed out that the eccentricity e and the parameter P of the ellipse (2) are correlated with the annual sunspot number. Thus, during the 4 periods with high mean annual sunspot number, the values of the eccentricity e corresponding to Vienna, Rome, Copenhagen and Bergen are great and those of the parameter P are small. The opposite takes place, during the following 3 periods with low mean annual sunspot number. Analogous correlation is observed for the quantities e_0 and Q_0 which depend on e and P.

Now a more detailed investigation shows that the variations of e_0 and especially those of the average of its values corresponding to numerous stations of Central and Northwestern Europe follow in a impressive way the variations of the mean annual sunspot number N corresponding to the successive sunspot cycles.

The strangeness of this phenomenon lies in the fact that for the six considered stations *the origin of the time scale corresponding to e_0 is shifted a whole period to the left of the origin of the time scale corresponding to the mean annual sunspot number N*. Thus the values of e_0 for the period 1914—23 are correlated with that of N corresponding to the immediately preceding period 1902—13.

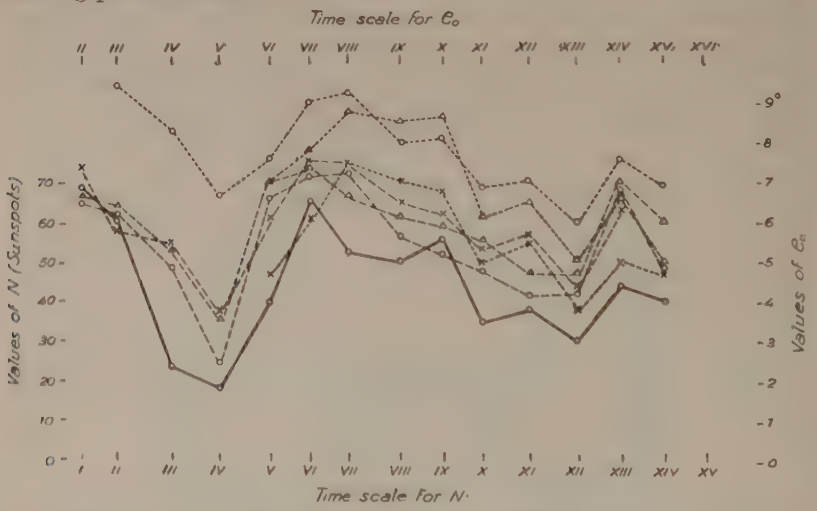

Time scale for e_0
II III IV V VI VII VIII IX X XI XII XIII XIV XV XVI
Values of N (Sunspots)
Values of e_0
-9° -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 -0
0 10 20 30 40 50 60 70
Time scale for N
I II III IV V VI VII VIII IX X XI XII XIII XIV XV

Fig. 6. Variation of N and e_0 from period to period. N = continuous line
○ — — — Values of e_0 for Vienna
△ — — — △ „ „ „ „ Prague
× — — — × „ „ „ „ Berlin
○ ..... ○ Values of e_0 for Copenhagen
△ ..... △ „ „ „ „ Oslo
× ..... × „ „ „ „ Bergen
(The origin of the time scale for e_0 is shifted a whole period to the left)

As regards Q_0 its variations from period to period are opposite to the variations of the mean annual sunspot number N. In this case also, the above mentioned shift of the origin of the time scale holds.

These results are shown in fig. (6) where the continuous line represents the values of the mean annual sunspot number N for each period [*10*] (see Table III) and the broken line represents the values of e_o in each of the six stations of Central and Northwestern Europe respectively. The origin of the time scale of e_o is shifted a whole period to the left as regards the origin of the time scale of N.

Table III. *Values of the mean annual sunspot number for the successive periods of solar activity*

Periods	N	Periods	N	Periods	N
I 1776—84	68.6	VI 1834—43	65.4	XI 1890—1901	38.5
II 1785—98	60.0	VII 1844—56	53.2	XII 1902—13	31.0
III 1799—1810	23.5	VIII 1857—67	49.9	XIII 1914—23	44.6
IV 1811—23	18.2	IX 1868—78	56.2	XIV 1924—33	41.0
V 1824—33	39.5	X 1879—89	34.8	XV 1934—44	55.4

V. The annual sunspot number and the range X

If the above given correlation between e_o, Q_o and N is real, then one might expect a corresponding relationship between N and the mean monthly air temperatures, not only in the six considered stations but also in many others situated in various regions of the temperate zones.

However, as the mean monthly air temperatures themselves do not depend solely on e and P but also on other constants, one must not expect an obvious relationship between the variations of the mean monthly air temperatures and those of solar activity expressed by the mean annual sunspot number, because the influence on the mean monthly temperatures of the variations of e and P from one period to the next is screened out by the variations of the other constants which do not show any correlation with N. The same holds for the difference $T_h - T_c$ between the mean temperatures of the 4 warmer and the 4 colder months of the year, which is independent on e_o and Q_o (see eq. 11), as well as for the annual range $R = T_7 - T_1$. Only for the quantities $\Delta R = R - R'$ and X which depend respectively on Q_o and e_o (see eq. 19 and 20) one might expect to find an analogous relationship.

For this purpose we considered at first 13 stations in Europe and Near East which have relatively long series of thermometrical observations and from their data we calculated the values of ΔR and X, by using the relations:

$$\Delta R = R - R' = (T_7 - T_1) - (T_6 - T_{12}) = (T_7 - T_6) + (T_{12} - T_1)$$

and $$X = \tfrac{1}{2}\,[(T_9 + T_{10}) - (T_3 + T_4)] - \tfrac{1}{2}\,\Delta R$$

where T_i, $i = 1, 2, \ldots 6$ represent the mean monthly air temperatures for each period of solar activity.

The numerical results of these calculations are given in Tables IV and V. In the last column of these Tables are given for each period the average $\overline{X}$ and $\overline{\Delta R}$ of the values of X and ΔR corresponding to the 13 stations considered, where as the last line of Table IV gives for each station the average X_o of the values of X corresponding to all the periods considered here.

Table IV. *Values of X, X_0 and $\overline{X}$ for 13 stations in Europe and Near East*

Periods	Vienna	Prague	Berlin	Trondheim	Vilna	Copenhagen	Rome	Bergen	Oslo	Gibraltar	Alexandria	Beirut	Bushire	$\overline{X}$	Number of stations
I 1776—84....	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
II 1785—98....	4.74	4.95	5.35	4.80	6.70	—	—	—	—	—	—	—	—	5.31	5
III 1799—1810..	4.38	4.73	4.27	4.26	5.20	6.72	—	—	—	—	—	—	—	4.94	6
IV 1811—23....	3.51	3.85	3.86	3.37	4.07	5.95	4.83	—	—	—	—	—	—	4.20	7
V 1824—33....	1.65	2.37	2.63	4.39	4.80	5.54	3.29	3.40	5.21	—	—	—	—	3.50	9
VI 1834—43....	4.79	5.04	4.50	3.54	5.88	5.47	5.01	3.46	5.08	—	—	—	—	4.75	9
VII 1844—56....	5.25	5.38	5.32	3.92	6.10	6.42	5.34	4.17	5.41	—	—	—	—	5.26	9
VIII 1857—67....	5.22	4.83	5.48	5.53	6.58	6.80	5.01	5.47	6.37	3.82	—	—	—	5.51	10
IX 1868—78....	3.83	4.33	4.40	4.83	6.07	5.53	4.81	4.78	5.83	4.17	4.86	—	—	4.86	11
X 1879—89....	3.76	4.36	4.64	5.45	5.65	5.90	4.30	4.91	6.22	3.72	5.25	6.01	5.46	5.05	13
XI 1890—1901..	3.43	3.90	3.83	3.69	4.64	4.81	4.99	3.45	4.30	3.97	4.95	5.72	4.83	4.34	13
XII 1902—13....	2.95	3.43	4.10	3.77	4.95	5.09	4.30	3.98	4.67	3.91	5.43	6.02	5.31	4.45	13
XIII 1914—23....	2.91	3.38	3.21	2.70	—	4.36	4.20	2.65	3.56	4.29	5.07	5.89	5.34	3.97	12
XIV 1924—33....	4.74	4.91	4.46	2.82	5.56	5.30	5.25	3.40	4.58	4.50	5.31	6.01	5.61	4.80	13
XV 1934—44....	3.29	4.14	—	3.42	—	4.91	4.48	3.40	3.52	4.29	5.29	5.93	—	4.27	10
X_0	3.82	4.26	4.31	4.04	5.52	5.63	4.66	3.92	4.98	4.08	5.18	5.93	5.31	$\overline{X_0}$ = 4.66	

Table V. *Values of ΔR and $\overline{\Delta R}$ for 13 stations in Europe and Near East*

Periods	Vienna	Prague	Berlin	Trondheim	Vilna	Copenhagen	Rome	Bergen	Oslo	Gibraltar	Alexandria	Beirut	Bushire	$\overline{\Delta R}$	Number of stations
IV 1811—23....	3.12	3.20	3.03	3.98	4.52	3.44	3.02	—	—	—	—	—	—	3.47	7
V 1824—33....	6.58	6.88	5.76	1.83	4.91	4.39	4.79	3.26	4.00	—	—	—	—	4.93	9
VI 1834—43....	3.24	3.60	3.75	5.69	3.68	3.76	3.68	4.27	3.52	—	—	—	—	3.90	9
VII 1844—56....	2.18	2.30	2.44	3.67	4.32	3.30	2.87	2.40	3.50	—	—	—	—	3.00	9
VIII 1857—67....	1.93	2.70	1.94	2.90	1.91	2.46	2.80	2.14	2.68	2.71	—	—	—	2.42	10
IX 1868—78....	3.34	3.06	2.38	1.35	1.46	2.05	4.52	0.79	1.46	2.34	4.13	—	—	2.44	11
X 1879—89....	3.97	3.55	3.49	1.79	4.04	2.93	4.32	1.80	1.49	2.77	3.40	4.62	4.03	3.24	13
XI 1890—1901..	4.08	3.60	3.37	3.31	4.41	3.88	4.13	3.17	3.92	3.04	4.38	5.28	4.47	3.93	11
XII 1902—13....	3.62	2.76	2.07	2.50	2.69	2.91	4.68	1.96	2.60	2.95	3.88	4.44	4.19	3.16	13
XIII 1914—23....	2.97	2.96	3.08	3.83	—	3.42	3.97	3.70	4.30	3.15	3.65	3.90	3.04	3.50	12
XIV 1924—33....	2.77	2.87	3.30	4.47	4.75	3.78	3.60	3.07	3.10	2.65	3.57	4.60	2.98	3.50	13
XV 1934—44....	4.27	3.44	—	5.72	—	4.91	4.59	4.66	5.75	2.64	3.80	4.18	—	4.40	10
ΔR_0	3.51	3.41	3.15	3.42	3.67	3.44	3.91	2.84	3.30	2.78	3.83	4.50	3.74		

Table VI. *Correlation coefficient between X and N*

Stations	Periods	Corr. Coeff. $r_{x,N}$	Stations	Periods	Corr. Coeff. $r_{x,N}$
Vienna	II — XV	0.76 ± .04	Oslo	V — XV	0.75 ± .05
Prague	II — XV	0.81 ± .04	Bergen	V — XV	0.67 ± .06
Berlin	II — XIV	0.81 ± .04	Trondheim	II — XV	0.48 ± .09
Vilna	II — XV	0.78 ± .04	Rome	IV — XV	0.56 ± .08
Copenhagen	III — XV	0.58 ± .08			

A comparison of the values of X and ΔR with those of N given by Table III shows, in fact, a more or less high correlation between these quantities (see Table VI and fig. 7 and 8), *when the origin of the time scale*

for X and ΔR is shifted a whole period to the left of the origin of the time scale of the sunspots; that is if we correlate the values of N corresponding to the period I (1776—84) *with those of X and ΔR corresponding to the period* II (1785—98) *etc.*

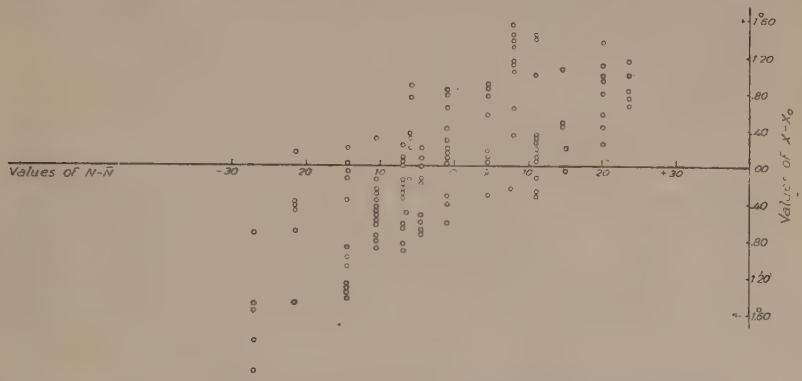


Fig. 7. Correlation between $N—\overline{N}$ and $X—X_0$, where $\overline{N}$ is the average of the values of N for the periods I to XV and X_0 is the average of the values of X in each station.
(The origin of the time scale for the difference $X—X_0$ is shifted a whole period to the left)

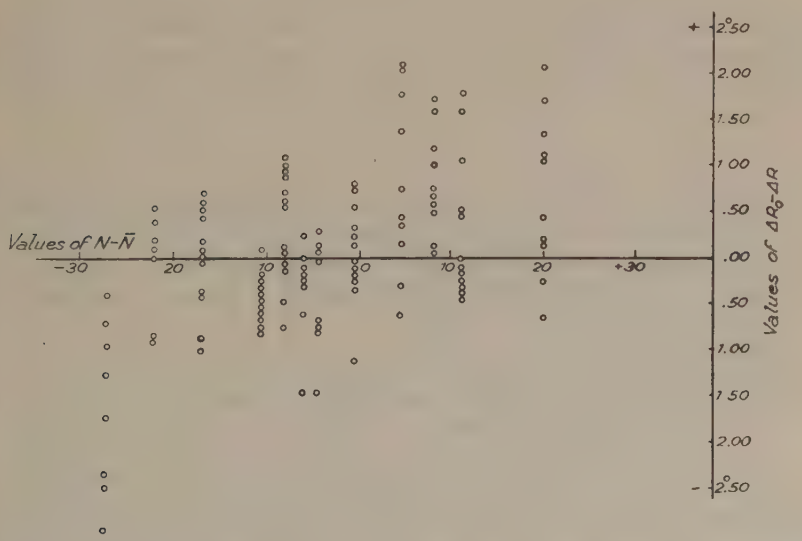


Fig. 8. Correlation between $N—\overline{N}$ and $\Delta R_0—\Delta R$ (open circles) for 13 stations in Europe and Near East
$\overline{N}$ is the average of N for the periods I to XV and ΔR_0 is the average of ΔR in each station (periods IV to XV). The origin of the time scale for $\Delta R_0—\Delta R$ is shifted a whole period to the left

This correlation becomes closer if, instead of taking X in each station separately, we consider the average $\overline{X}$ which corresponds to as many stations of a large area as possible.

In fig. 9 the continuous line represents the values of $N-\overline{N}$, where $\overline{N}$ is the average of the values of N for the periods I to XV, and the open circles the values of $\overline{X}-\overline{X}_m$ for 13 stations in Europe and Near East. $\overline{X}_m$ is the mean value of the values of $\overline{X}$ given in column (14) of the Table IV. As in fig. 6, thus here again, the origin of the time scale for $\overline{X}-\overline{X}_m$

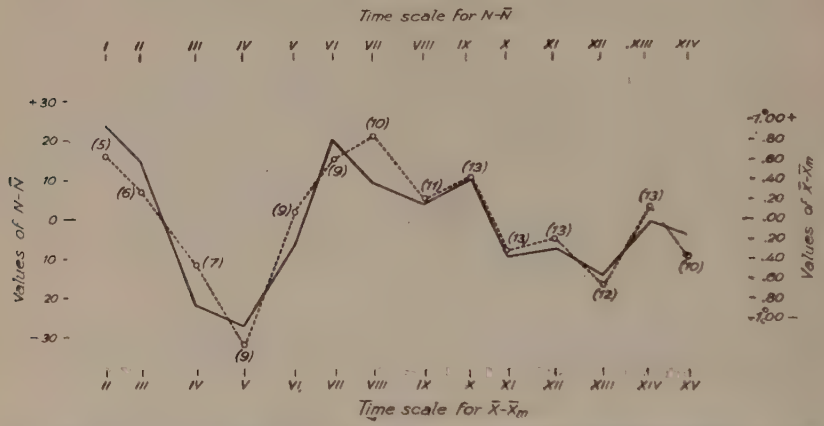


Fig. 9. Values of $N-\overline{N}$ (continuous line) and $\overline{X}-\overline{X}_m$ (open circles) for 13 stations in Europe and Near East, where $\overline{X}_m$ is the average of $\overline{X}$ for the periods II—XV. Over the open circles is written the number of stations to which the average $\overline{X}$ correspond. The origin of the time scale for $\overline{X}-\overline{X}_m$ is shifted a whole period to the left

is shifted a whole period to the left. Over the open circles is written the number of stations to which the average $\overline{X}$ corresponds. With the exception of the period VIII/VII during which we have a disagreement mainly in the stations of Northwestern Europe, for all the other periods there exists a close correlation between $\overline{X}$ and N, the mean correlation coefficient being $r_{\overline{X},N} = 0.91 \pm 0.02$.

VI. Extension of the above investigations to 13 stations in the United States and 9 stations in the Southern Hemisphere

As the above stated relationship between $\overline{X}$ and N is obviously of special interest, we have tried to extend this research to other regions of the northern and southern temperate zones. For this purpose we considered 9 stations in the southern hemisphere having the relatively long series of thermometrical observations contained in „World Weather Records" [9].

Apart from the above European stations we considered also 13 stations in the northern hemisphere distributed all over the United States and in various altitudes. Tables VII and VIII give for each period the values of X and ΔR of these stations and also the averages $\overline{X}$ and $\overline{\Delta R}$ correspon-

ding to all the stations considered. In Table IX are given the values of X and $\overline{X}$ corresponding to the 9 stations in the southern hemisphere.

Tacle VII. *Values of X and $\overline{X}$ for 13 stations of USA*

Periods	New Haven	New York	Albany	Charleston	St. Louis	San Diego	Santa Fé	San Francisco	Denver	Salt Lake City	El Paso	Portland	Helena	$\overline{X}$	Number of stations
V 1824—33....	5.72°	6.23°	5.16°	4.70°	—	—	—	—	—	—	—	—	—	5.45°	4
VI 1834—43....	5.50	6.76	6.15	5.65	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6.02	4
VII 1844—56....	6.10	7.00	6.19	3.81	5.32	—	—	—	—	—	—	—	—	5.68	5
VIII 1857—67....	6.61	6.99	6.30	4.43	4.82	3.02	5.95	2.84	—	—	—	—	—	5.12	8
IX 1868—78....	7.81	8.17	7.79	4.68	5.67	3.72	5.85	3.09	—	—	—	—	—	5.85	8
X 1879—89....	7.16	7.74	7.05	4.91	4.21	2.55	4.04	2.07	3.82	—	—	—	—	4.84	9
XI 1890—1901..	7.27	7.92	7.70	5.36	7.10	2.71	5.83	3.24	6.31	4.70	4.70	2.86	3.32	5.31	13
XII 1902—13....	6.36	6.65	6.48	4.88	5.46	3.14	5.76	2.95	5.78	4.58	5.09	2.61	3.77	4.89	13
XIII 1914—23....	7.23	7.50	6.93	5.57	6.04	2.64	6.42	2.91	6.27	4.88	5.70	3.75	4.59	5.42	13
XIV 1924—33....	7.47	7.82	7.42	5.66	6.16	1.95	6.56	2.36	6.13	4.21	6.37	2.44	2.72	5.17	13
XV 1934 —44....	6.89	7.19	6.59	5.89	6.53	2.43	5.14	2.60	5.06	3.35	4.59	2.77	2.48	4.73	13
XVI 1945—53*...	6.76	7.41	6.40	5.66	6.69	3.19	7.23	3.27	5.85	4.56	5.86	2.89	3.32	5.31	13
X_o.....	6.75°	7.28°	6.68°	5.09°	5.80°	2.81°	5.86°	2.81°	5.60°	4.33°	5.11°	2.73°	3.27°	5.32°	

* Incomplete Period.

Table VIII. *Values of $\Delta R = R - R'$ and $\overline{\Delta R}$ for 13 stations of USA*

Periods	New Haven	New York	Albany	Charleston	St. Louis	San Diego	Santa Fé	San Francisco	Denver	Salt Lake City	El Paso	Portland	Helena	$\overline{\Delta R}$	Number of stations
V 1824—33	5.18°	5.54°	4.59°	1.49°	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4.20°	4
VI 1834—43..	4.21	4.92	3.96	1.12	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3.55	4
VII 1844—56	4.95	4.95	4.95	3.13	3.04	—	—	—	—	—	—	—	—	4.20	5
VIII 1857—67	4.24	5.34	5.16	2.98	5.16	2.61	2.69	0.52	—	—	—	—	—	3.59	8
IX 1868—78	4.38	4.16	4.26	2.29	3.08	1.99	2.39	0.09	—	—	—	—	—	2.83	8
X 1879—89	5.81	5.56	6.16	3.24	6.82	2.91	4.44	1.38	5.93	—	—	—	—	4.69	9
XI 1890—1901	4.48	4.37	4.44	1.81	2.93	3.22	1.97	0.44	3.74	5.82	0.78	4.56	8.37	3.61	13
XII 1902—13	5.12	4.97	5.28	1.67	4.44	2.38	0.61	0.97	1.97	4.32	—0.75	4.32	6.12	3.19	13
XIII 1914—23	4.65	4.47	5.58	1.39	3.51	2.74	2.28	0.81	3.12	5.66	0.43	2.81	4.42	3.22	13
XIV 1924—33	3.66	3.79	3.91	2.44	4.22	2.36	1.93	0.41	3.47	6.28	0.26	4.21	6.35	3.33	13
XV 1934—44	4.70	4.60	5.21	0.49	4.58	3.40	3.57	1.18	5.63	8.35	1.87	4.76	9.82	4.47	13
XVI 1945—53*	4.70	4.39	4.41	—0.43	3.29	2.99	1.87	0.91	5.06	7.22	0.98	5.27	7.72	3.72	13

* Incomplete Period.

The observation data for these areas show that:

a) The values of $\overline{X}$ corresponding to the 13 stations in the United States show a close correlation with the values of N, for all the periods from V to XIV, the correlation coefficient being $r_{\overline{X},N} = 0.89 \pm 0.02$.

b) *In contrast to the European region no phase difference exists between $\overline{X}$ and N in the United States.*

These two results seem to hold for South America too (Buenos Aires and Santiago) and for South Africa (Cape Town, Durban). On the contrary, in Australia and New Zealand, very probably, there exists

a phase difference between $\overline{X}$ and N, like that for the European stations. These results, however, referring to the latter three regions of the Southern hemisphere, must be accepted with circumspection, because they refer to few stations only and on the other hand the periods for which we have thermometrical observations are relatively few.

Table IX. *Values of X and $\overline{X}$ for 9 stations in the Southern Hemisphere*

Periods	New Zeeland, Australia						South America			South Africa		
	Auckland	Wellington	Dunedin	Sydney	Adelaide	$\overline{X}$	Buenos Aires	Santiago	$\overline{X}$	Cape Town	Durban	$\overline{X}$
IX 1868—78	3°.03	2°.27	1°.80	2°.52	2°.91	2°.51	—	—	—	—	—	—
X 1879—89	2.72	2.17	1.45	2.47	2.87	2.34	3°.04	1°.71	2°.38	—	—	—
XI 1890—1901	2.59	1.75	0.98	1.55	2.97	1.97	3.90	2.40	3.15	2°.92	2°.42	2°.67
XII 1902—13	2.83	2.44	1.52	2.36	2.41	2.30	3.62	1.82	2.72	2.78	1.75	2.29
XIII 1914—23	2.12	1.88	1.09	2.08	2.89	2.01	3.68	3.10	3.39	3.22	1.91	2.57
XIV 1924—33	3.09	2.59	1.83	2.08	3.08	2.53	3.82	2.16	2.99	2.93	1.83	2.38

In fig. 10 the open circles represent the values of $\overline{X}-\overline{X}_m$ for the United States (13 stations) and the continuous line represents, here too, the values of $N-\overline{N}$, where $\overline{X}_m$ and $\overline{N}$ are respectively the averages of $\overline{X}$ and N for the periods from V to XIV. Above the open circles is written the number of the stations of the United States to which the values of $\overline{X}$ refer.

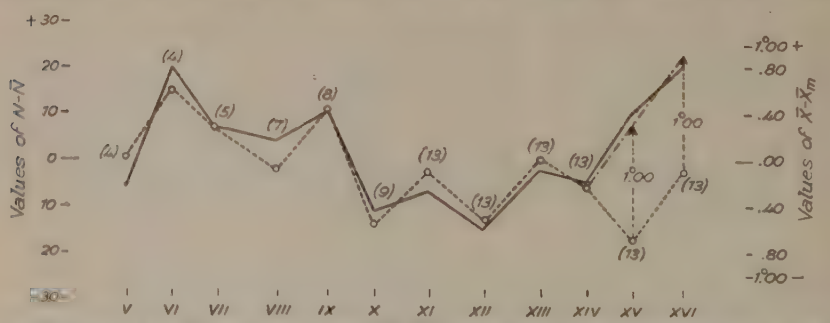


Fig. 10. Values of $N-\overline{N}$ (continuous line) and $\overline{X}-\overline{X}_m$ (open circles) for the 13 stations in the United States, where X_m is the average of $\overline{X}$ for the periods V to XIV. Over the open circles is written the number of stations to which the average $\overline{X}$ refers

In this figure we see that, while the values of $\overline{X}-\overline{X}_m$ and $N-\overline{N}$ are in a very satisfactory agreement at all the periods from V to XIV, during the two last periods (XV and XVI) on the contrary there appears a

notable decrease of the difference $\overline{X}-\overline{X}_m$. This is mostly due to a considerable decrease in the values of X during the last two periods, as compared with the values of X during the preceding period XIV, at New Haven, New York, and Albany on the one hand and Denver, El Paso, Santa Fé and Salt Lake City on the other.

As we can easily see from Table X, the values of X at the above mentioned stations present, in fact, a decrease of about 1°C during the period XV, as compared with those during the previous period XIV; whereas an increase of the values of X of about 0°.3 C appears at the other stations. Similarly, during the period XVI and at the above given stations — excepted Santa Fé and Salt Lake City — we have a decrease of about 0°.6 C in the values of X, as compared with those corresponding to periodXIV, while at the other stations we have an increase of about 0°.6 C.

Namely, we have a disagreement here between $\overline{X}$ and N, as was the case in Europe during the period VIII/VII, where the value of $\overline{X}$ instead of showing a decrease, if compared with that of the previous period, showed an increase contrary to the general relationship between $\overline{X}$ and N.

A disagreement between the values of $\overline{X}$ and N also appears in Central England[1] (see fig. 11), where, during the period XIII/XII we have a maximum of $\overline{X}$ instead of the expected minimum.

If, however, we consider the average $\overline{X}_{Gen}$ of the values of $\overline{X}$ corresponding to Europe, Central England and the United States — always observing the phase difference between Europe and Central England on the one hand and the United States on the other — it is remarkable that these disagreements mostly disappear. In fact, in fig. 12 the open circles represent the values of $(\overline{X}-\overline{X}_m)_{Gen}$ given by the formula:

Table X. *Values of* $X_{XV}-X_{XIV}$ *and* $X_{XVI}-X_{XIV}$ *for Stations of USA*

Periods	New Haven	New York	Albany	Denver	El Paso	Santa Fé	Salt Lake City	Helena	Charleston	St. Louis	San Diego	San Francisco	Portland
XV—XIV	−0°.58	−0°.63	−0°.90	−1°.07	−1°.78	−1°.42	−0°.86	−0°.24	+0°.23	+0°.37	+0°.48	+0°.24	+0°.33
XVI—XIV	−0.71	−0.41	−1.09	−0.28	−0.51	+0.67	+0.35	+0.60	0.00	+0.53	+1.24	+0.91	+0.45

[1] The values of $\overline{X}$ for Central England were calculated from the table of the mean monthly air temperatures given by G. MANLEY [6]. For this area, the year 1890 is included within the period X i. e. X: 1879 — 1890.

$(\overline{X}-\overline{X}_m)_{\text{Gen}} = {}^1/_9[4\,(\overline{X}-\overline{X}_m)_{\text{Eur}} + 4\,(\overline{X}-\overline{X}_m)_{\text{USA}} + (\overline{X}-\overline{X}_m)_{\text{C. Engl.}}]$
and the continuous line shows the values of $\overline{N}-N$.

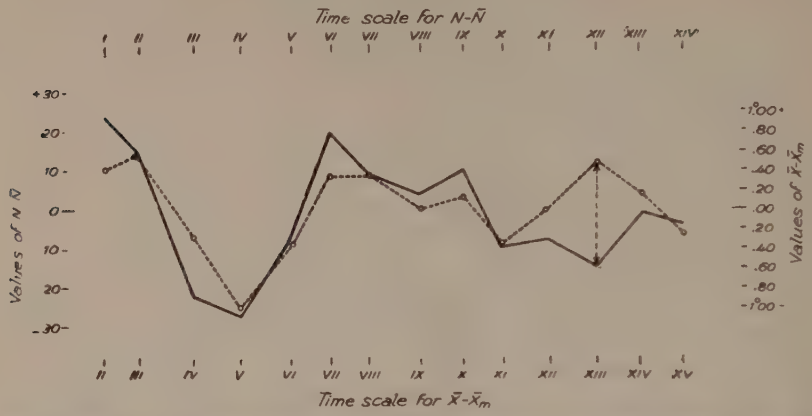


Fig. 11. Values of $N-\overline{N}$ (continuous line) and $\overline{X}-\overline{X}_m$ (open circles) for Central England, where $\overline{X}_m$ is the average of $\overline{X}$ for the periods II to XV. The origin of the time scale for $\overline{X}-\overline{X}_m$ is shifted a whole period to the left

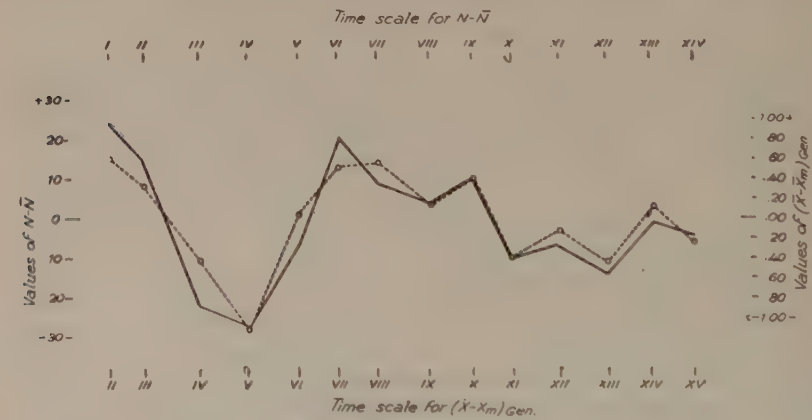


Fig. 12. Values of $N-\overline{N}$ (continuous line) and $(\overline{X}-\overline{X}_m)_{\text{Gen}}$ (open circles)

In this figure it can be seen that those disagreements, appearing in the various areas if they are taken separately, will vanish to a large extent; and, that the course of the differences $(\overline{X}-\overline{X}_m)_{Gen}$ and $N-\overline{N}$ is more or less the same, the correlation coefficient taking a very high value ($r_{\overline{X},N} = 0.94 \pm 0.01$).

VII. The difference $T'_{eq}-T_{eq}$

The phase difference between Europe and the United States is observed not only in the values of $\overline{X}$ but also in the averages of the difference

$T'_{eq} - T_{eq}$. The averages $\overline{T'_{eq} - T_{eq}}$ of this difference for each period can be easily calculated from Tables IV, V, VII and VIII by the relation:

$$\overline{T'_{eq} - T_{eq}} = \overline{X} + \tfrac{1}{2}\overline{\Delta R}$$

The above stated phase difference between the values of $\overline{X}$ and $\overline{T'_{eq} - T_{eq}}$ corresponding to Europe and the United States is represented by fig. 13*a*, *b* where the above circles in (*a*) and (*b*) represent respectively the values of $\overline{X}$ and $\overline{T_{eq} - T_{eq}}$ for the United States and the below circles the values of these quantities for Europe.

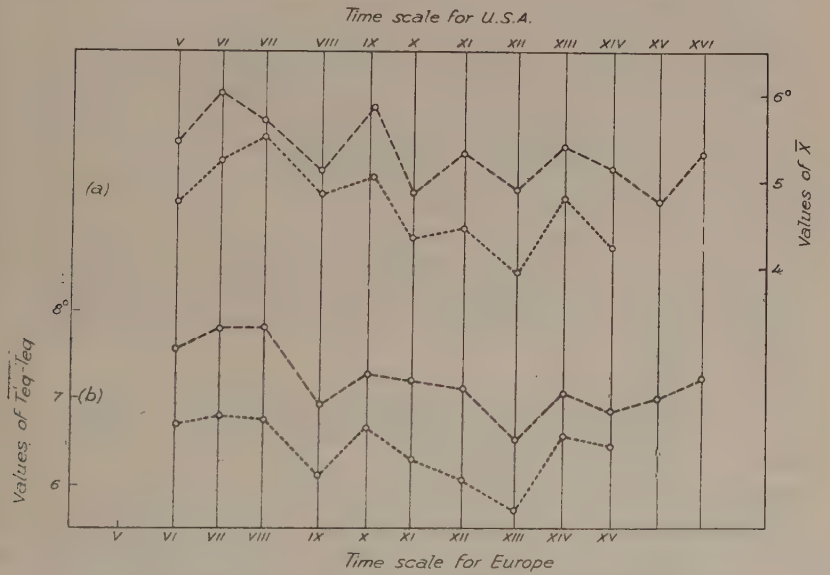


Fig. 13*a*. Values of $\overline{X}$ for the United States (above) and Europe (below)
Fig. 13*b*. Values of $\overline{T'_{eq} - T_{eq}}$ for the United States (above) and Europe (below)

If we except the period VIII/VII during which a disagreement is observed between the values of $\overline{X}$ for Europe and the United States, in all the other periods the values of this quantity corresponding to these two areas present an almost analogous course. This analogy is even more striking if we consider the values of the quantity $\overline{T'_{eq} - T_{eq}}$. Indeed, for the periods V to XV the values of the ratio:

$$(\overline{T'_{eq} - T_{eq}})_{\text{USA}} \ : \ (\overline{T'_{eq} - T_{eq}})_{\text{Eur}}$$

lie between 1.07 and 1.17. We therefore think it most improbable that this phase difference between Europe and U.S.A. should be fortuitous and without any physical significance.

This observed phase difference, which probably exists between other regions of the Earth, too, discloses the fact that the atmosphere responds differently to the same impulse, from region to region. On the other

hand, if we consider that X represents, formally, the range of the differences $T_{13-i}-T_i$ and that these differences depend on the absorption of the Earth's surface radiation by the lower layers of the atmosphere, then it is probable that this quantity X is directly or indirectly related to the amount of the water vapours and other elements present at each time in the lower atmosphere, on which its transparency coefficient depends. In this case the above stated relationship must arise from a relation between the solar activity, expressed by the mean annual sunspot number, and the atmospheric transparency.

But all these are not more than conjectures. The only thing certain for the present is the relationship between $\overline{X}$ and N, given by the observation data for Europe and the United States to the discovery of which we were led by the developments (3) and (4) of the mean monthly air temperatures. This relationship, as our preliminary investigations show, does not seem to hold within the 11-year sunspot cycle, where the quantity X generally presents a double fluctuation, with two or more maxima and minima. But in this case too, the course of the maxima and minima of X agrees satisfactorily with that of the mean annual sunspot number N corresponding to the successive periods, always with a phase difference of a whole period for the 13 stations of Europe and Near East studied before. This problem will be the subject of special investigations on our part.

On the other hand, of the six constants on which the mean monthly air temperatures depend [see developments (3) and (4)], only the parameter P and the eccentricity e as well as their functions Q_0 and e_0 seem to be correlated with sunspots. The other constants A, C, V and W do not present any correlation with the mean annual sunspot number. Consequently, the effect of the variations of e and P on the developments (3) and (4) from one 11-year period to the next is altered by the variations of the other constants that are not dependent on the sunspots. Perhaps we can so explain why all to date attempts at finding a clear relationship between sunspots and air temperature have failed.

Acknowledgments

The writer wishes to express his sincere thanks to the National Meteorological Services of the Countries to which the stations considered here belong, for their kindness to put the observation data of the air temperature from 1934 onwards at his disposal.

Also to Mr. HAROLD DAVIES, M. A., Professor of English and Mrs. ARIADNE KOUMARI, M. A., Lecturer in English at the Institute of Foreign Languages and Literatures, University of Thessaloniki, who kindly read and corrected the English text.

References

1. XANTHAKIS, J.: Relation between the mean monthly air temperatures in the temperate zones. Thessaloniki University Press, 1948. Also Bull. Amer. Meteor. Soc., **29**, 550—552 (1948).

2. Xanthakis, J.: Justification théorique d'une relation empirique entre les valeurs moyennes mensuelles de la temperature de l'air et de la radiation solaire. Praktica de l'Académie d'Athènes, **27**, 168—178 (1952).

3. Xanthakis, J.: New relations between the mean monthly air temperatures. Thessaloniki University Press, 1953.

4. Mavridis, L.: On the mathematical expression of the annual variation of air temperature. Meteorologica Univ. Thessaloniki, **3**, 1—44 (1954).

5. Mavridis, L.: The mean monthly air temperatures in Prague and Berlin during the periods of solar activity. Praktica de l'Académie d'Athènes, **29**, 97—107 (1954).

6. Manley, G.: The mean temperatures of central England. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., **79**, 242—261 (1953).

7. Hlavàč, G.: Die 165-jährige Prager Temperaturreihe 1775 bis 1939. Meteorol. Z., **57**, 267—271 (1940).

8. Schindler, G.: Die Prager Temperaturreihe (Fortsetzung der Monatsmittel bis 1947). Z. f. Meteorol., **2**, 280—281 (1948).

9. Clayton, H.: World weather records. Smithson. Misc. Coll., **79** (1944), **90** (1934), a. **105** (1947).

10. Stetson, H.: Sunpots in action. New York, 1947.

11. Birkeland, B.: Old meteorological observations at Trondheim. Atmospheric pressure and temperature during 185 years. Geofysiske Publikasjoner, **XV**, No. 4 (1949).

551.594.221 : 551.508.94

(Cavendish Laboratory, University of Cambridge, Cambridge, England)

The Influence of Individual Variations in the Fieldchanges due to Lightning Discharges upon the Design and Performance of Lightning Flash Counters

By

E. T. Pierce

With 5 Figures

Summary. It is shown that lightning flash counters responding only to the electrostatic component of the change in field are likely to be least subject to error; this implies a preferential selection of very low frequencies. Data and examples indicating the extent of the inaccuracies encountered are given. From statistics, showing rates of flashing and the duration of discharges, it is concluded that counters should have an insensitive period of approximately a second. Some remarks on general design considerations are appended, and a simple circuit for counting discharges to ground is given.

Zusammenfassung. Es wird gezeigt, daß Blitzzähler, welche nur auf die elektrostatische Komponente der Feldänderungen reagieren, die geringsten Fehlerquellen aufweisen. Diese Methode erfaßt eine bevorzugte Auswahl sehr niedriger Frequenzen. Beobachtungsdaten und Beispiele für das Ausmaß der festgestellten Ungenauigkeiten werden angegeben. Aus der Statistik der Blitzzahlen und der Dauer der Entladungen wird geschlossen, daß die Zähler eine unempfindliche Periode von etwa 1 Sekunde haben sollen. Einige allgemeine Bemerkungen über die Konstruktion sowie ein einfaches Schaltschema für die Zählung von Entladungen gegen die Erde werden beigefügt.

Résumé. On montre que les compteur d'éclairs qui ne réagissent qu'aux variations du champ électrostatique présentent le moins de causes d'erreur. Cette méthode comprend un choix préférentiel des très basses fréquences. On donne des exemples de l'importance des erreurs constatées. On déduit de la statistique du nombre des décharges et de leur durée que les compteurs doivent avoir une période d'insensibilité d'environ une seconde. Suivent quelques remarques générales sur la construction des appareils et sur un schéma simple de montage permettant de dénombrer les coups de foudre.

Introduction

It has been realised for some time that an instrument which would count all lightning flashes occurring within a given radius of an observing

station, would be of considerable value to radio and electrical engineers, and meteorologists, interested in thunderstorm statistics. Several designs of counter, all intended to operate upon the field-change due to the discharge, have been suggested, but there has been little attempt to assess the effects of the variations between individual flashes upon the performance of the counters. Neither has the problem of the optimum design that would minimise the influence of these variations been seriously examined. It is the purpose of this note to consider these omissions.

All the observations from which the date given below were derived, were made at Cambridge, England, and therefore refer to temperate regions; care must be employed in applying these results to tropical areas. The principal differences between tropical and temperate thunderstorms are not in the characteristics of individual flashes of the same general type, but in the relative proportions of cloud and ground discharges and in the rates of flashing. Discharges to earth produce field-changes of much the same nature whether they occur in the tropics or in temperate regions; the same is true for cloud flashes. In tropical storms, however, only about 10% of the discharges go to ground as compared with roughly 40% for thunderstorms in temperate regions, but the rate of flashing is usually much greater.

Field-changes due to Lightning Flashes

The field-change E associated with a flash, depends upon the distance D of the observing station from the discharge, and may be written, with sufficient accuracy for general design considerations, as

$$E = \frac{M}{D^3} + \frac{1}{cD^2} \cdot \frac{dM}{dt} + \frac{1}{c^2 D} \cdot \frac{d^2M}{dt^2} \qquad (1)$$

where M is the change of electric moment that occurs. The three terms in equation (1) are often denoted by E_S, E_I and E_R, and termed the electrostatic, induction and radiation components, respectively.

A typical thunderstorm produces electrostatic field-changes of five main varieties at an observing station over 20 km. from the storm. These consist of four simple, and one complex type, containing sections of both signs; the latter may be regarded as a combination of two or more of the simple varieties. The usual forms of the four simple types, for a storm 100 km. distant from the recording site, are depicted in Fig. 1; the relative frequency of occurrence, and the average associated change of moment M in coulomb-km. are also given. It will be noted from Fig. 1 that slow negative field-changes, which are probably produced by ascent of negative charge within a cloud, and positive field-changes with fast R elements, which are due to flashes transporting negative charge to earth, each R element being associated with a return-stroke stage, are by far the most common.

Every electrostatic field-change E_S is accompanied by a radiation field E_R, which is of course greatest at the stages of the discharge where $\frac{d^2M}{dt^2}$ is large. A radiation pulse is associated with each R element;

these pulses have peak-to-peak amplitudes of roughly 3.0 v./m. at 100 km., with a frequency spectrum lying mainly between 2 and 15 kc./s. Leader processes in lightning discharges are responsible for the comparatively slow variations in electrostatic field shown in Fig. 1. Some of

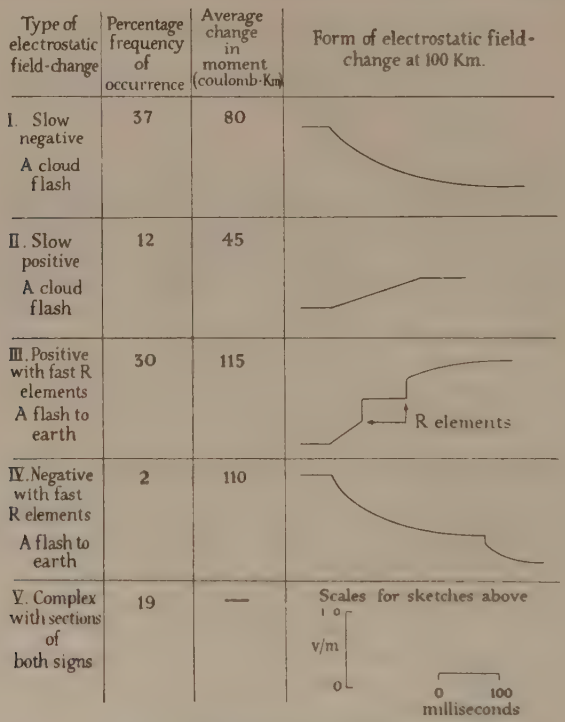


Fig. 1. Electrostatic field-changes. General data

these leaders may have radiation pulses associated with steps superimposed upon them; these pulses are of very characteristic form. A typical pulse amplitude at 100 km. is 0.5 v./m., while the frequency content is mainly between 20 and 150 kc./s.; pulses may be isolated or occur at intervals of from 10 to 2000 or more microseconds.

Although the variations in the individual electrostatic field-changes from a storm at a given distance are considerable (they are discussed in more detail in the next section), over 90% of the changes in moment lie between 20 and 160 coulomb-km.; since the inverse cube law of variation of E_S with D is well obeyed (1), this range in moment change represents a 2 to 1 range in distance. The individual radiation fields at the source vary over a range which is certainly not less than that found for the electrostatic fields, while observations suggest that the change of E_R with D is less rapid than an inverse distance law. Thus an 8 to 1 range in the radiation fields generated by a storm represents a range

of the same order in distance; in consequence, counters which attempt to relate a definite magnitude of radiation field to a particular distance are subject to gross error. This effect is confirmed by direct observation; it is quite common for radiation fields of 0.5 v./m. to be recorded from discharges at 20 km. and at 1000 km.

The preference, resulting from the considerations in the preceding paragraph, of the electrostatic component of field over the radiation component, as the basis for a lightning flash counter, represents in effect, a choice of a response at very low rather than high frequencies. This is easily seen by considering M to change with time at a definite frequency; if the frequency is 10 kc./s., the three components of equation (1) will be equal in magnitude for a distance of 5 km.; if the frequency is 0.1 kc./s., $E_R = E_I = E_S$ at 500 km. Counters such as those of Forrest [2] and Foldes [3] which operate on relatively high frequencies, therefore function predominantly upon radiation fields and are, in consequence, subject to corresponding inaccuracies.

Gane and Schonland [4] in their ceraunometer recognised the superiority of the electrostatic component as the basis for counter design. This instrument is based on the assumption that only two kinds of discharge occur; the first brings negative charge to earth and produces a positive field-change roughly of Type III (Fig. 1) at all distances; the second raises negative charge, and gives a negative field-change of Type I beyond 10 km. and a positive field-change within this distance. Although these assumptions may be true for South-Africa they are only very approximately so in the British Isles. Here, cloud flashes lowering negative charge and giving slow positive field-changes (Type II) at some distance from the discharge are not uncommon; furthermore, the reversal distance for discharges giving Type I field-changes is not sharply defined by $D = 10$ km., but in reality a reversal zone extends from 0 to 20 km. The frequency response chosen for the ceraunometer was unfortunately such that E_R and E_S became of comparable magnitude at 25 km., and in order for the operation to be upon E_S alone, the range was limited to 20 km. Since the fundamental assumption concerning cloud flashes is only approximately true while reversal effects are spread over the whole zone (0 to 20 km.) involved in the counter, the poor results obtained in Europe with the ceraunometer are not surprising.

Variations in the Individual Electrostatic Fields

E_S for a given distance is directly proportional to M; thus from Fig. 2 which shows the distribution of changes in moment for the three principal simple types of electrostatic field-change, the performance of a counter can be assessed. Suppose, for example, that an instrument has been developed which responds to an E_S greater than about 0.9 v./m.; the corresponding change of moment is 100 coulomb-km. at 100 km. Then this counter would accept flashes with changes of moment greater than 60 coulomb-km. originating at 84 km., discharges from 58 km.

if the moment change exceeds 20 coulomb-km., and so on. It can be deduced from Fig. 2, that for the normal discharge to ground, which produces a positive field-change with one or more R elements, a counter with a threshold at 0.9 v./m., would count 42% of these flashes if the

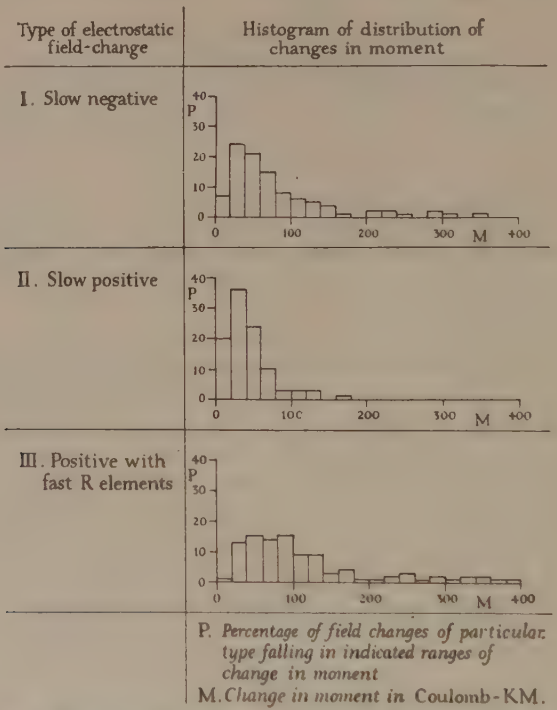


Fig. 2. Electrostatic field-changes. Distribution of changes in moment

storm was at 100 km., 71% at 84 km., and 99% for activity at 58 km. Similar figures can be obtained for the other varieties of field-change, and, using the data for the relative frequency of occurrence given in Fig. 1, can be employed to assess the behaviour of thunderstorms as a whole. Allowance for complex field-changes can be fairly accurately made in the following manner; half of them are completely slow in character, and since the change in moment for a negative field-change of Type I exceeds, upon the average, that for a positive field-change of Type II, these may be classed as far as moment changes are concerned as Type I field-changes; the remainder contain a field-change of Type III and, by a similar argument, may be classed as of this variety.

A particular example is perhaps of some interest. Suppose thundery activity giving a density of 1 flash per π sq. km. exists over a wide area, and that a counter at the observing station responds to all electrostatic changes of field exceeding 0.9 v./m. in magnitude. Then it can be calculated that approximately 8800 flashes will be counted; this figure repre-

sents the number of discharges occurring within a radius of 94 km. of the instrument. Practically all flashes originating within 30 km., and none of those from beyond 150 km., will be registered. The data available can also be used to establish Table 1, which shows the number of flashes occurring within several radii, the number that are registered by the counter that originate within the specified radius, and the number accepted by the counter that come from beyond the specified radius.

Table 1. *Performance of a counter operating on a threshold electrostatic field of 0.9 v./m*

Specified radius (km.)	Number of flashes occurring within specified radius	Number counted from within specified radius	Number occurring within specified radius not counted	Number counted that originate beyond specified radius
30	900	900	0	7,900
40	1,600	1,590	10	7,210
50	2,500	2,460	40	6,340
60	3,600	3,500	100	5,300
70	4,900	4,600	300	4,200
80	6,400	5,700	700	3,100
90	8,100	6,700	1,400	2,100
100	10,000	7,500	2,500	1,300
110	12,100	8,000	4,100	800
120	14,400	8,300	6,100	500
130	16,900	8,600	8,300	200
140	19,600	8,750	10,850	50
150	22,500	8,800	13,700	0

Table 1 indicates that although the instrument gives a response corresponding to a radius of 94 km., in actual practice only some 80% of the discharges within this radius are counted; roughly 1800 are not registered, but are compensated for by the 1800 flashes with large changes of moment that originate beyond 94 km., and are accepted.

The Duration of Flashes and the Rate of Flashing

In order to avoid multiple counts of the same discharge, it is desirable that the design of counters should make provision for an insensitive period considerably greater than the duration of a field-change. If, however, the insensitive period is too long, at high rates of flashing some discharges will be missed.

Fig. 3 is a histogram showing the distribution according to duration of some 1500 electrostatic field-changes recorded at Cambridge; of these only 15 i. e. 1% were found to last for over a second. Fig. 4 represents the relative frequency of flashing rates over an area within a radius of approximately 100 km. of Cambridge. The rates are expressed in flashes per minute each rate being an average over a ten minute record; only records in which the sensitivity was such that the great majority of electrostatic field-changes originating at 100 km. could be recognised,

were considered in deriving Fig. 4. It will be seen that no flashing rates of greater than 20 per minute are included in Fig. 4; these were, however, observed on occasions for short periods of the ten minute records.

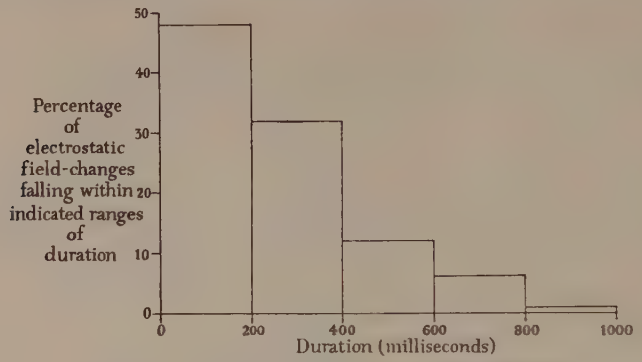


Fig. 3. Electrostatic field-changes. Duration histogram

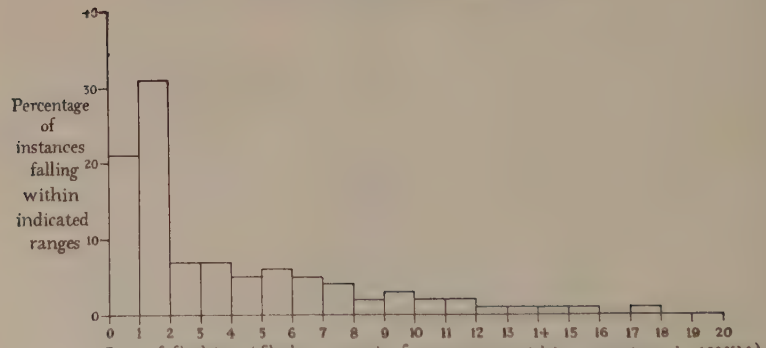

Percentage of instances falling within indicated ranges
40
30
20
10
0
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
Rate of flashing (flashes per min. from storms within approximately 100 KM.)
Rate is an average over a ten minute period in each instance

Fig. 4. Relative frequencies of occurence of various flashing rates

A combination of the data in Fig. 3 and Fig. 4 suggests one second as a suitable insensitive period. There should be few multiple counts, and the margin of safety as regards the rate of flashing is reasonably large. This latter point is of importance since although high flashing rates are infrequent and only exist for short periods, an appreciable proportion of the total number of discharges occur during these high rate periods.

Design Considerations

There is no great difficulty in designing a lightning-flash counter to give reasonably satisfactory operation for ranges of up to about 100 km.; in general, the greater the operating range the less are the inaccuracies due to reversal distance effects, but the larger the errors due to confusion with radiation fields. In order to ensure, as far as possible, that the

instrument functions only on electrostatic field-changes, the upper limit of frequency response should be about 200 c./s.; the lower limit should be sufficient to enable the response to the E_s component, which is often very slow in building up (see Fig. 1), to be reasonably true.

The obvious design on conventional electronic lines, would involve an aerial circuit; an electrometer or similar valve stage in order to maintain the low-frequency response, perhaps incorporating amplification; and some kind of gas discharge valve functioning as the counter. A device that renders the instrument equally sensitive to positive and negative field-changes must be incorporated, while discrimination between discharges to earth and in the cloud, a feature which would enhance the value of the counter, could be achieved on the basis of the presence or absence of an R element: this, in practice, assuming a frequency response from 0 to 200 c./s., would imply the presence or absence of appreciable frequency components between about 50 and 200 c./s. in the field-change.

If many counters are to be built economy is essential and the outline design given above becomes too elaborate. One of the chief difficulties is that the maintenance of adequate low-frequency response almost inevitably involves the use of a valve stage between the counter valve and the aerial.

It seems possible, however, to construct a very simple instrument to cover the range of distance up to about 40 km, which responds solely to positive field-changes containing R elements (Fig. 1), i. e. to the vast majority of flashes to earth. This kind of device would be valuable for such workers as electrical transmission engineers and a suitable circuit is described in the succeeding section.

Simple Circuit for Counting Discharges to Earth

The circuit of Fig. 5 operates in the following manner. C_1 is charged through R_1 to a voltage just insufficient to trigger the thyratron valve V. When a positive field-change occurs, a positive impulse from the aerial is transmitted to the grid of V, V fires, and the condenser discharges through V and the counter, causing it to operate. When the discharge current becomes sufficiently low V ceases to conduct and resetting is thus automatic with the time constant $R_1 C_1$; this is approximately one second. Sensitivity may be controlled either by changing the bias voltage or by including a potentiometer across C_1.

In order for the circuit to respond only to discharges to earth it is necessary for it to operate only on the R elements, and thus any response to very low frequencies is to be avoided. Discrimination against high frequencies is unnecessary since, with an appropriate sensitivity setting, there is little chance of spurious functioning on radiation fields accompanying the slow variations in electrostatic field; for the range considered (0 to 40 km.) these are much smaller than the rapid electrostatic R changes.

In practice an absence of any considerable response below about 100 to 200 c./s. is desirable. The frequency selectivity in the grid circuit besides depending on the values of C_2 and R_2, is also governed by the capacitance and leakage resistance of the aerial, and the capacitance of the input leads.

Tests made during the summer of 1954 were extremely promising. The resistance and capacitance values employed were $R_1 = 150\,\mathrm{k}\Omega$, $R_2 = 1\,\mathrm{M}\Omega$, $C_1 = 8\,\mu\mathrm{F}$, $C_2 = 0.001\,\mu\mathrm{F}$. The aerial was a horizontal

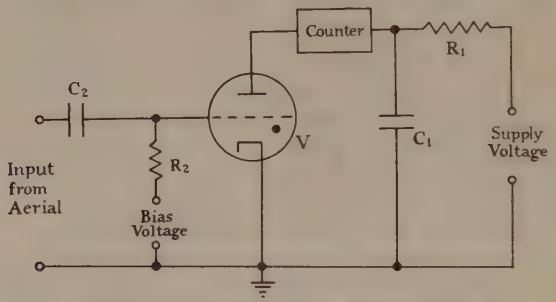


Fig. 5. Simple circuit for counting discharges to earth

wire of capacitance $0.001\,\mu\mathrm{F}$ and effective height 5 m. The counter was a Post Office model Type 100*CW*43/2, and using a T 41 valve, satisfactory operation was achieved with a supply voltage of 240 v. The bias was adjusted so that firing occurred for a 10 v impulse at the grid; this corresponded to the effect of an R element from a storm 40 km. away. Comparison with a continuous record of the electric field showed that all counts were associated with lightning discharges. The only drawback experienced was that, with the above bias setting, occasional very close flashes giving negative field-changes produced triggering; this was considered to be due to unsatisfactory earthing of the equipment.

Good results were also obtained using a 1267 coldcathode valve as the counter valve. This has the advantage of eliminating the need for a filament supply and enabling operation using a single dry battery. The grid circuit has however to be modified and the sensitivity control is in general not as satisfactory.

Although the tests, in view of the relative infrequency of occurrence of thunderstorms during British summers, were not exhaustive, results were sufficiently favourable to merit further observations in more suitable localities, particularly in view of the great simplicity and consequent cheapness of the instrument.

References

1. Pierce, E. T., and T. W. Wormell: "Thunderstorm Electricity", University of Chicago, Department of Meteorology, 1953.
2. Forrest, J. S: Q. J. Roy. Met. Soc. **69**, 33 (1943).
3. Foldes, G.: Note Prél. du L. N. R., **148** (1951).
4. Gane, P. G. and B. F. J. Schonland: Weather, **3**, 174 (1948).

551.510.534 : 551.557.3

Das atmosphärische Ozon als Indikator für Strömungen in der Stratosphäre*

I. Die photochemischen Grundlagen

Von

H. U. Dütsch, Zürich

Mit 12 Textabbildungen

Zusammenfassung. Um die Frage der Beeinflussung des photochemisch kontrollierten atmosphärischen Ozons durch Luftbewegungen auf rationelle Weise untersuchen zu können mit dem Ziel, Auskunft über noch wenig bekannte stratosphärische Strömungsverhältnisse zu erlangen, wird eine graphische Methode zur Bestimmung der Anzahl der pro cm^3 und sec durch Ozon resp. Sauerstoff absorbierten photochemisch wirksamen Quanten entwickelt. Mit deren Hilfe wird die rein photochemisch bestimmte Ozonverteilung bis in 80 km Höhe für die beiden Fälle des Gleichgewichts und des Nichtgleichgewichts erneut durchgerechnet und die Einstellzeit des Gleichgewichts bestimmt; die Resultate werden früheren theoretischen Ergebnissen und neueren Beobachtungsdaten gegenübergestellt. Auf Grund der photochemischen Theorie ist ein Tagesgang des Gesamtozons zu erwarten, mit geringer Amplitude im Laufe des Tages (vor allem bewirkt durch Schwankungen zwischen 30 und 40 km) und stärkerem Ausschlag während der Nacht, welcher bedingt ist durch Ozonbildung aus freien Sauerstoffatomen in 60 bis 80 km Höhe; diese Resultate werden mit einigen neueren Beobachtungen dieser Art verglichen.

Summary. A graphical method for the evaluation of the number of dissociating photons absorbed per cm^3 and sec by ozone and oxygen molecules is developed for studying more efficiently in which manner air motions are influencing the photochemically-controlled atmospheric ozone and to get finally some further knowledge about the little known stratospheric circulation. By means of this graph the purely photochemically governed ozone distribution is newly calculated for both cases of equilibrium and nonequilibrium, as well as the time of half-restauration; the results are compared with

* Eine kurze Zusammenfassung vorläufiger Ergebnisse ist in den Procès-Verbaux des Séances de l'Association de Météorologie, UGGI 9ième Assemblée générale, Bruxelles 1951, S. 323, erschienen.

the results of former computations and recent observational data. From the photochemical theory a daily variation of the total amount of ozone is to be expected with a small amplitude during day-time (resulting mainly from changes between 30 and 40 km) and a somewhat larger deviation at night produced by ozone formation from free oxygen atoms at 60 to 80 km altitude. These results are compared with recent observations of this type.

Résumé. L'auteur développe une méthode graphique pour déterminer le nombre de quanta qui agissent photo-chimiquement et qui sont absorbés par cm^3 et par seconde par l'ozone respectivement par l'oxygène. A l'aide de celle-ci et afin d'être mieux renseigné sur la circulation stratosphérique encore peu connue, il est possible d'étudier rationnellement l'influence qu'exercent des mouvements d'air sur l'ozone atmosphérique dirigé par des phénomènes photo-chimiques. A l'aide de ces graphiques on calcule à nouveau la répartition d'origine purement photo-chimique de l'ozone jusqu'à 80 km d'altitude, pour les deux cas d'équilibre et de non-équilibre, et on détermine le temps nécessaire au rétablissement de l'équilibre. Les résultats obtenus sont comparés aux résultats théoriques antérieurs et aux données d'observations récentes. En se basant sur la théorie photo-chimique on doit s'attendre à une variation diurne de l'ozone total d'amplitude réduite au cours de la journée (causée avant tout par des variations entre 30 et 40 km d'altitude) et plus forte pendant la nuit, causée par la formation d'ozone à partir d'atomes d'oxygène libres à 60—80 km d'altitude. L'auteur compare ces résultats à ceux d'observations récentes de ce genre.

I. Einleitung

Wulf und Deming [*1*] haben 1936/37 gezeigt, daß die Entwicklung einer ohne grundlegende Vernachlässigungen durchführbaren *photochemischen Ozontheorie* zu einer guten Erklärung des atmosphärischen Ozonvorkommens führt. Als aber zwischen 1940 und 1950 Schröer [*2*], Dütsch [*3*] und Craig [*4*] die Theorie unabhängig voneinander weiter ausbauten, ergab sich als übereinstimmendes Resultat, daß zwar der berechnete durchschnittliche atmosphärische Ozongehalt und seine vertikale Verteilung zufriedenstellend mit der Beobachtung übereinstimme, daß aber weder die ausgeprägten jahreszeitlichen Schwankungen des Gesamtozons, noch dessen Abhängigkeit von der geographischen Breite erklärt werden können: Die Theorie ergab statt eines Frühjahrs- ein Sommermaximum sowie eine völlig falsche Breitenabhängigkeit.

Ebensowenig kann eine rein photochemische Theorie die starken wetterhaften Schwankungen des Ozonbetrags erklären, die bis 40% des Mittelwerts erreichen. Es ist augenfällig, daß bei diesen Schwankungen *Ozonverfrachtung durch Luftströmungen* die ausschlaggebende Rolle spielt. Es war daher naheliegend, solche Vorgänge auch zur Klärung der oben erwähnten Diskrepanzen zwischen Beobachtung und photochemischer Theorie heranzuziehen. Tatsächlich konnte gezeigt werden [*3*], daß die photochemische Theorie durch den Einbau gewisser *geeignet postulierter Strömungs- und Austauschvorgänge* befriedigend mit der Beobachtung in Einklang gebracht werden kann, womit an der prinzipiellen Richtigkeit des eingeschlagenen Weges kaum zu zweifeln ist.

Dennoch war es bisher nicht möglich, zu einer gesicherten, eindeutigen Anschauung über die Art der atmosphärischen Strömungsvorgänge zu gelangen, die zu der beobachteten Ozonverteilung führen. Sozusagen jeder Bearbeiter des Problems hat einen andern Mechanismus vorgeschlagen. Doch ist dies aus verschiedenen Gründen nicht verwunderlich.

Einmal ist von Seiten der beobachtenden und der theoretischen Meteorologie fast nichts über die in Frage kommenden *Luftbewegungen in der Stratosphäre* bekannt, weshalb ja gerade die hier vorgeschlagene indirekte Untersuchungsmethode praktisches Interesse besitzt. Im zeitlich sowie räumlich längs der Breitenkreise erstreckten Mittel kann für die Stratosphäre mit sehr guter erster Näherung eine reine Zonalströmung angenommen werden. Eine solche kann aber weder die Abhängigkeit des Ozonbetrags von der geographischen Breite noch von der Jahreszeit beeinflussen. Über eine überlagerte vertikal-meridionale Zirkulationszelle, die, wie bereits gezeigt wurde, sehr starke Auswirkungen auf die Ozonverteilung hätte, ist aus direkter Beobachtung nichts Sicheres bekannt. Theoretische Überlegungen zeigen, daß eine solche Strömung, wenn sie überhaupt existiert, gegenüber dem zonalen Ringstrom sehr schwach sein muß, so daß ein direkter Nachweis in naher Zukunft kaum zu erwarten ist. Ebensowenig bestehen gesicherte Anhaltspunkte über die Größenordnung der stratosphärischen *Austauschvorgänge* sowohl in vertikaler wie in horizontaler Richtung.

Da Abweichungen von einer reinen stratosphärischen Zonalströmung auch in anderer Hinsicht größere Bedeutung zukommt (z. B. in Bezug auf Stratosphärentemperaturen, stratosphärischen Wasserdampfgehalt, und für ein besseres Verständnis des Mechanismus der allgemeinen Zirkulation überhaupt), ist es von einigem Interesse, zu untersuchen, wieviel über solche stratosphärischen Luftbewegungen durch einen Vergleich der durch Strömungsansätze erweiterten photochemischen Ozontheorie mit den Ergebnissen der Ozonbeobachtungen zu erfahren ist. Der Ansatz für die unbekannte Luftbewegung muß dabei so lange variiert werden, bis die Resultate von Theorie und Beobachtung in Einklang kommen.

Ein weiterer Grund für die Widersprüchlichkeit der bisher in Verfolgung dieser Idee postulierten Strömungssysteme liegt (abgesehen von der Möglichkeit, daß der vorgeschlagene Weg zum vornherein keine eindeutige Lösung besitzt) in der Tatsache, daß die meisten Autoren, die das Problem bearbeitet haben, sich mit *qualitativen* Überlegungen begnügten, wobei solche infolge falscher Einschätzung der Geschwindigkeit photochemischer Vorgänge leicht zu Fehlschlüssen führen. *Quantitativ* bis ins letzte Detail durchgerechnet wurde bisher noch kein einziger Vorschlag. Verantwortlich dafür ist in erster Linie die enorme, mit photochemischen Untersuchungen über das atmosphärische Ozon verbundene Rechenarbeit. Es erwies sich daher als eine unerläßliche Vorbedingung der hier geplanten Untersuchung, die bisher zur Bearbeitung der photochemischen Seite des Problems benutzten Rechenmethoden *rationeller* zu gestalten.

II. Strahlungskarten im Dienst der photochemischen Ozontheorie

In den beiden Grundgleichungen [3, S. 24 und S. 69] der photochemischen Theorie,

$$[O_3] = [O_2] \cdot \sqrt{\frac{f_2}{f_3} 2 \cdot 88 \cdot k \cdot [O_2]} \tag{1}$$

für den *Gleichgewichtszustand*, sowie

$$[O_3](t) = \frac{[O_3](t_0) \cdot \sqrt{\frac{4 f_2 f_3}{2,88 \cdot k [O_2]}} + 2 f_2 [O_2] \operatorname{Tghyp}\left(\sqrt{\frac{4 f_2 f_3}{2,88 k [O_2]}} \cdot (t - t_0)\right)}{\sqrt{\frac{4 f_2 f_3}{2,88 \cdot k [O_2]}} + \frac{2 f_3 [O_3](t_0)}{2,88 \cdot k [O_2]^2} \operatorname{Tghyp}\left(\sqrt{\frac{4 f_2 f_3}{2,88 \cdot k [O_2]}} (t - t_0)\right)} \tag{2}$$

für den *Nichtgleichgewichtszustand* bedeuten f_2 und f_3 die pro Sauerstoff- resp. Ozonmolekül und sec absorbierte Anzahl wirksamer Quanten, also die für die photochemischen Umsetzungen maßgebenden Größen. Es ist die Berechnung dieser von Fall zu Fall variablen Werte, die durch numerische Integration erfolgen muß, welche mit sehr großem Zeitaufwand verbunden ist.

Wir haben daher auf Grund einer einmaligen Berechnung einer bestimmten Anzahl günstig gewählter Einzelwerte von f_2 und f_3 eine Art von *Strahlungskarten* konstruiert, die es erlauben, für jeden in einer Untersuchung vorkommenden Fall diese Größen mit genügender Genauigkeit direkt abzulesen.

Alle für die Kartenkonstruktion verwendeten Werte f_2 und f_3 sind neu berechnet worden. Seit unseren früheren Rechnungen, die an und für sich weitgehend zu diesem Zweck hätten herangezogen werden können, haben sich in Bezug auf zwei wesentliche in die Rechnung eingehende Gruppen von physikalischen Konstanten neue Erkenntnisse ergeben, die eine Neuberechnung wünschenswert erscheinen ließen.

Einmal ist es auf Grund der bei Raketenaufstiegen [5, 6] oberhalb der Ozonschicht gemachten Messungen möglich geworden, das *Sonnenspektrum* bis auf 2200 Å herunter direkt festzulegen, während man früher in dem für unser Problem sehr wichtigen Spektralgebiet unterhalb 3000 Å auf mehr oder weniger vage Extrapolationen angewiesen war, zumal es sich gezeigt hatte, daß in diesem Gebiet die Sonne nicht als schwarzer Strahler von 6000° angesehen werden kann. Hier wurde mit der durch Abb. 1 gegebenen spektralen Verteilung gerechnet, die oberhalb von 3400 Å den Werten der Smithonian Institution [7] entspricht, von 2200 bis 3400 Å durch die daran angeschlossenen Raketenmessungen [5, 6] gegeben ist und zwischen 1800 und 2200 Å allerdings noch auf einer an diese passend anschließenden Extrapolation beruht.

Einige Unsicherheit besteht heute noch in Bezug auf die *Sauerstoffabsorptionskoeffizienten* zwischen 2000 und 2400 Å, d. h. gerade in dem Spektralgebiet, das für die Ozonbildung im Bereich der eigentlichen Ozonschicht von ausschlaggebender Bedeutung ist. Die Abweichungen

vom Beerschen Gesetz, die hier nach den Messungen HEILPERNS [8] auftreten, hatten wir früher durch den rein empirischen Ansatz

$$\alpha_p = \alpha' \left(\frac{p}{p_0}\right)^{1,4} + \alpha'' \left(\frac{p}{p_0}\right)^{2,13} \tag{3}$$

berücksichtigt. Nach neueren Untersuchungen HEILPERNS [9] ist jedoch folgender Ansatz, der auch vom theoretischen Standpunkt aus sinnvoller scheint, vorzuziehen:

$$\alpha_p = \alpha_1 \cdot \frac{p}{p_0} + \alpha'_2 \cdot \left(\frac{p}{p_0}\right)^2 c_1^2 + \alpha_2'' \cdot \left(\frac{p}{p_0}\right)^2 c_1 c_2, \tag{4}$$

wo $c_1 = \frac{[O_2]}{[L]}$ Relativkonzentration des Sauerstoffs,

$c_2 = \frac{[A]}{[L]}$ Relativkonzentration des Fremdgases.

Da HEILPERNS Messungen nur bei Drucken ausgeführt wurden, die wesentlich höher liegen als die im Bereich der eigentlichen Ozonschicht vorkommenden, muß dieser Ansatz als *Extrapolationsformel* betrachtet

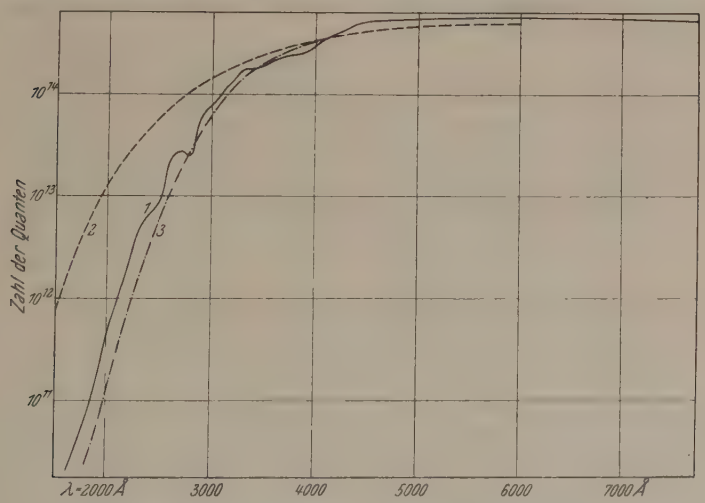


Abb. 1. *Extraterrestrische Quantenstromdichte.* Quanten cm^{-2}, sec^{-1} pro $\Delta\lambda = 10$ Å
1. In dieser Arbeit verwendeter Ansatz für die spektrale Quantenverteilung.
2. Schwarzer Strahler von 6000° K (Fall A nach DÜTSCH [3]).
3. Fall B nach DÜTSCH [3].

werden; wie weit diese gerechtfertigt ist, läßt sich nur schwer beurteilen. Es wäre vom Standpunkt der Ozontheorie aus sehr zu begrüßen, wenn diese Absorptionskoeffizienten bei niedrigeren Drucken nochmals untersucht werden könnten.

HEILPERNS Messungen wurden nur im Spektralbereich oberhalb 2100 Å ausgeführt. Seine Resultate haben offenbar Gültigkeit für das Herzberg-Kontinuum. Für das für unser Problem sehr wichtige Spektralgebiet unterhalb 2100 Å wurde hier angenommen, daß in den Schumann-

Runge-Banden, die sich mit abnehmender Wellenlänge dem allmählich ausklingenden Herzberg-Kontinuum zu überlagern beginnen, das Beersche Gesetz erfüllt ist.

1. *Berechnung der Strahlungskarte I zur Bestimmung von* f_3

Wegen der *Überlappung der Absorptionsgebiete* von Ozon und Sauerstoff hängt f_3 in irgend einem Punkte der Atmosphäre streng genommen nicht nur von d_3, der oberhalb dieses Punktes durchstrahlten Schichtdicke des Ozons, sondern auch von d_2, der Schichtdicke des durchstrahlten Sauerstoffs ab, wobei die Schichtdicke in cm des betreffenden reinen Gases unter Normalverhältnissen und unter Berücksichtigung der Zenitdistanz der Sonne angegeben wird. Bei der Ozonverteilung, wie sie in der Atmosphäre vorliegt, wird aber der Spektralbereich $\lambda \leqq 2600$ Å in Höhen, in denen er noch etwas zu f_3 beiträgt, durch die überlagerte Sauerstoffabsorption um höchstens 10% geschwächt, womit die Vernachlässigung dieses Effekts im Gesamtbetrag von f_3 einen Fehler von weniger als 1% erzeugt. Bei der Genauigkeit, mit der verschiedene in die Rechnung eingehende Konstanten bekannt sind, ist diese Vereinfachung somit ohne weiteres erlaubt.

Es sind aber noch einige weitere Komplikationen zu berücksichtigen. Im unteren Teil der Ozonschicht setzt sich f_3 im wesentlichen aus Strahlung im Bereich der Chappuis- (sichtbares Licht) und der Huggins-Banden zusammen. Da die Absorptionskoeffizienten in diesen Spektralbereichen gering sind, wird dieses Licht beim Durchgang durch die Ozonschicht nur wenig geschwächt. Ein bedeutender Prozentsatz kann daher durch Streuung in tieferen Schichten sowie durch Reflexion an Wolken und an der Erdoberfläche zurückgeworfen werden, durchdringt die Ozonschicht ein zweites Mal von unten her und trägt somit noch einmal zur Ozonzerstörung bei[1]. Der nach der Absorption aus der direkten Strahlung berechnete Wert von $f_{3,0}$ muß daher noch ergänzt werden durch einen Zusatzterm f_3', welcher die Absorption aus dieser *zurückgeworfenen Strahlung* in Rechnung setzt. Eine nähere Untersuchung anhand der von Fritz [*10*] nach den Messungen von Danjon [*11*] für die Erdalbedo berechneten Werte zeigt, daß f_3' relativ wenig von der Sonnenhöhe abhängt. Einerseits steigt die Albedo (wegen der verstärkten Streuung) mit zunehmender Zenitdistanz der Sonne, anderseits ist die Strahlung in diesem Fall nach dem Durchgang durch die Ozonschicht bereits stärker geschwächt. f_3' hängt natürlich vom vorhandenen Gesamtozon x ab; doch ist die Variation mit x relativ klein. Verdoppelung des Gesamtozons ergibt nur eine Schwächung von f_3' um ca. 20%, was maximal 5% von f_3 bedeutet. Wir haben daher in allen Rechnungen für f_3' den konstanten Wert $1{,}6 \cdot 10^{-4}$ Quanten $\sec^{-1}$ eingesetzt, umsomehr als eine Berücksichtigung der Abhängigkeit von x praktisch sehr schwierig wäre. Diese Größe muß zu dem aus der Strahlungskarte I abgelesenen Wert von $f_{3,0}$ *addiert* werden.

[1] Nach persönlicher Mitteilung von R. A. Craig.

Die Berechnung von f_3 erscheint weiter kompliziert durch die *Temperaturabhängigkeit der Absorption* im Gebiet der Huggins- und Chappuis-Banden [*12*]. Es ergibt sich aber, daß dieser Effekt im ersten Spektralbereich bei den Temperaturverhältnissen, wie sie in der Stratosphäre bestehen, praktisch keinen Einfluß besitzt. Etwas stärker ist die Auswirkung der Temperaturabhängigkeit der Chappuis-Banden, da hier $\left(\frac{\partial \alpha}{\partial T}\right)_{T=-50°}$ wesentlich größer ist, und vor allem f_3 im untern Teil der Ozonschicht sich zur Hauptsache aus sichtbarem Licht zusammensetzt. Aber auch

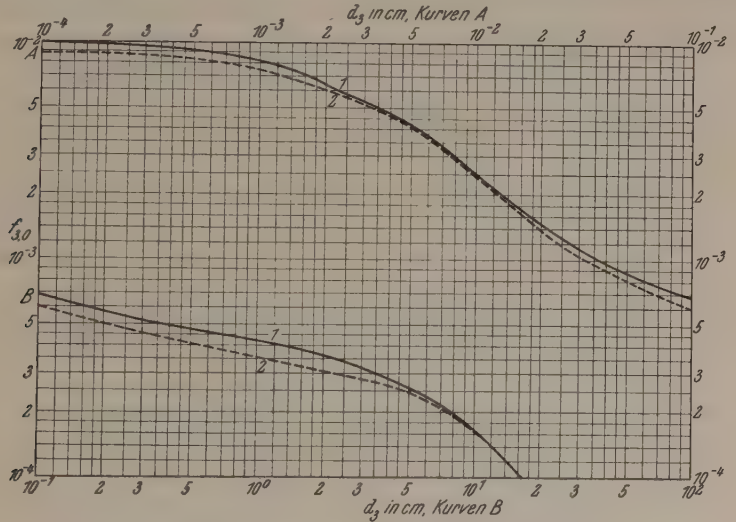


Abb. 2. *Strahlungskarte I.* $f_{3,0}$ als Funktion von d_3.
A: d_3 von 10^{-4} bis 10^{-1}.
B: d_3 von 10^{-1} bis 10^{2}.
1. (————) Unter Verwendung der Absorptionskoeffizienten nach Ny und Choong;
2. (— — —) Unter Verwendung der Absorptionskoeffizienten nach Vigroux

hier überschreiten die Abweichungen gegenüber dem benützten Mittelwert $\pm 4\%$ nicht. Die Auswirkung dieses Temperatureffekts auf die Ozonkonzentration ist damit gering und vor allem klein gegenüber der viel stärkeren Beeinflussung, welche diese durch die *Temperaturabhängigkeit der Reaktionskonstanten k* erfährt. k ist aber als Funktion von T bei Stratosphärentemperaturen nur unsicher bekannt, da die Meßwerte von Eucken und Patat [*23*] extrapoliert werden müssen. Es hat deshalb keinen Sinn, die Berechnung mit der relativ geringfügigen Temperaturabhängigkeit von f_3 zu belasten. Übrigens hat die neue, sozusagen den ganzen in Frage kommenden Spektralbereich umfassende Bestimmung der Ozonabsorptionskoeffizienten durch Vigroux [*13*] im Bereich der Chappuis-Banden überhaupt keine merkliche Temperaturabhängigkeit ergeben.

Aus den vorangehenden Überlegungen ergibt sich, daß f_3 als *eindeutige Funktion* von d_3 betrachtet werden darf, so daß die Karte I unter Addition des konstanten f_3' ohne weitere Korrektur benutzt werden kann.

2. *Strahlungskarte II zur Bestimmung von f_2*

Die Konstruktion dieser Strahlungskarte II war wesentlich umständlicher als die der Karte I, da hier die *Überschneidung der Absorptionsgebiete* von Ozon und Sauerstoff unbedingt berücksichtigt werden mußte. Diese Überlappung ist verantwortlich für wesentliche Eigenschaften der photochemisch kontrollierten Ozonschicht. So bewirkt sie z. B., daß der Gesamtbetrag des Ozons durch starke Temperaturveränderungen viel weniger betroffen wird, als man wegen der kräftigen Temperaturabhängigkeit der Reaktionskonstanten k anzunehmen geneigt ist [*4, 14, 15*]. Sie hat auch zur Folge, daß sich falsche Annahmen über Absorptionskoeffizienten, Intensität der Sonnenstrahlung, Zahlenwert der Reaktionskonstanten usw. bei einer Berechnung des Gesamtozons relativ wenig auswirken, dagegen die Berechnung der vertikalen Verteilung beeinflussen.

f_2 ist wegen dieser Überlappung eine Funktion von d_2 und d_3, und die Strahlungskarte II enthält an Stelle einer einzigen Kurve eine *Kurvenschar*, die verschiedene diskrete d_3-Werte in einem d_2-f_2-Koordinatensystem darstellen. Beim Aufsuchen der f_2-Werte, die zu einem bestimmten (d_2, d_3)-Wertepaar gehören, muß daher zwischen diesen Kurven interpoliert werden.

Eine bedeutende Komplikation ergibt sich außerdem durch die *Abweichung vom Beerschen Gesetz* bei der Sauerstoffabsorption. f_2 ist nur eine eindeutige Funktion des Wertepaares (d_2, d_3), wenn das Beersche Gesetz gültig ist. Die Schwächung durch Absorption bei gleicher durchlaufener Schichtdicke d_2 in Sauerstoff ist kleiner bei niedriger Sonnenhöhe, also höherer Lage des Schichtschwerpunkts; anderseits ist dann allerdings auch α, die Absorptionsfähigkeit des O_2-Moleküls, kleiner.

Bei Verwendung unseres früheren Ansatzes, bei dem $\alpha(p)$ stark mit p variiert, hätten für verschiedene Sonnenhöhen verschiedene Karten konstruiert werden müssen, was die praktische Brauchbarkeit dieser graphischen Methode fast verunmöglicht hätte. Hingegen kann mit dem hier verwendeten neuen Ansatz für $\alpha(p)$ eine *Näherungsrechnung* durchgeführt werden, die mit genügender Genauigkeit gültig ist, solange $d_2 < 3 \cdot 10^4$ cm ist, d. h. z. B. für eine Zenitdistanz von 60° bis unterhalb 20 km Höhe. In hohen Schichten überwiegt nämlich in $\alpha(p)$ das zu p proportionale über das quadratische Glied bei weitem, und die Abweichungen vom Beerschen Gesetz sind gering.

$$f_2 = 8{,}52\,10^{-20} \cdot \sum_0^{\lambda d} \left(\alpha_1 + \alpha_2 \frac{d_2'}{H}\right) I_{0,\lambda} \cdot e^{-2{,}3\left\{d_2\left(\alpha_1 + \alpha_2 \frac{d_2'}{2H}\right) + \alpha_3 d_3\right\}} \quad (5)$$

mit

$$\alpha_2 = \alpha_2' + 3{,}75 \cdot \alpha_2'' \quad (6)$$

d_2' = vertikale Schichtdicke in Sauerstoff,
d_2 = durchstrahlte Schichtdicke in Sauerstoff,
H = Höhe der homogenen Atmosphäre,
$d_2' = d \cdot \cos z$.

In Gleichung (5) kann man, solange $\alpha_2 \frac{d_2'}{H} < < \alpha_1$, ist, ohne einen wesentlichen Fehler zu begehen, d_2' durch d_2 ersetzen, womit f_2 eine eindeutige

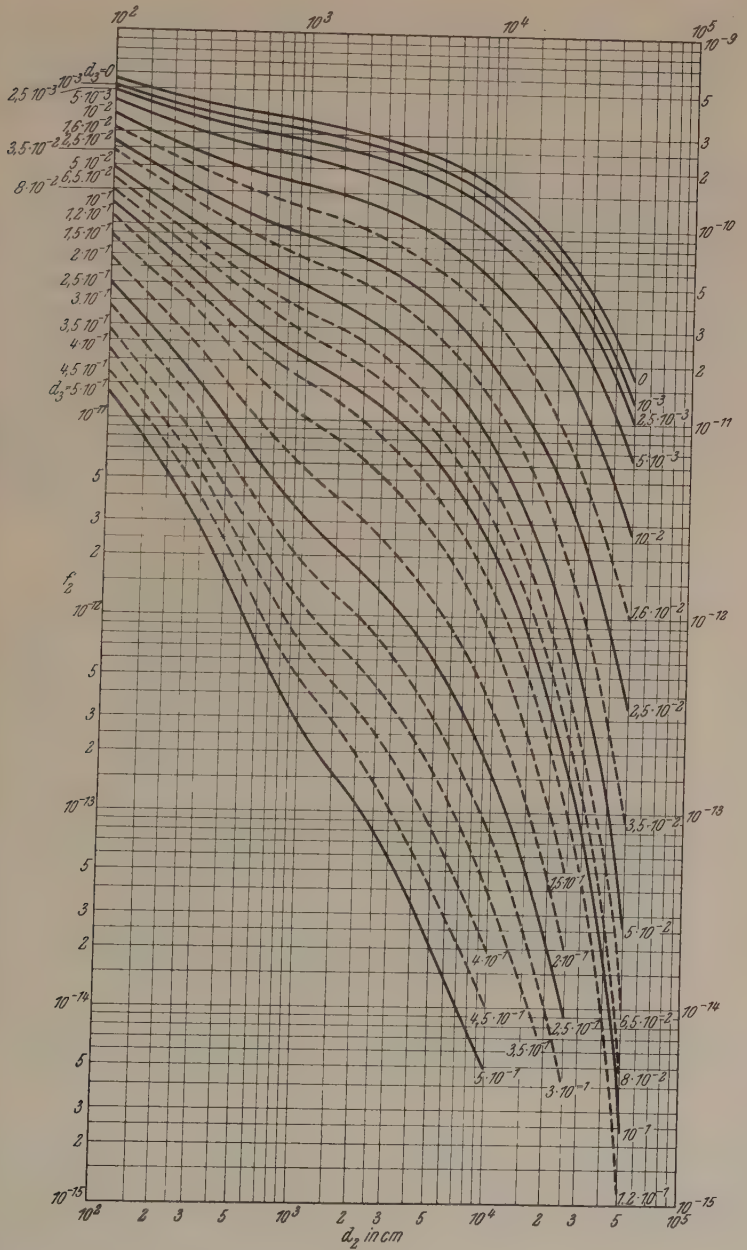


Abb. 3. *Strahlungskarte II.* f_2 als Funktion von d_2 und d_3. Darstellung durch Kurven d_3 = const. in einem d_2/f_2-Koordinatensystem unter Verwendung der Ozonabsorptionskoeffizienten nach NY und CHOONG. Bei Benützung der Absorptionskoeffizienten nach VIGROUX sind die Beschriftungen der Kurven d_3 = const. mit 1,1 zu multiplizieren

Funktion des Wertepaares (d_2, d_3) wird. Eine Abschätzung ergibt, daß für $d_2 \leqq 1{,}14 \cdot 10^4$ cm der relative Fehler 0,7% nicht überschreitet und somit vernachlässigt werden kann. Noch bis zu einer Schichtdicke $d = 3 \cdot 10^4$ cm läßt sich der nun rasch wachsende Fehler leicht korrigieren, indem zu den aus Karte II abgelesenen Werten folgende prozentualen Zuschläge gemacht werden (Tab. 1):

Tabelle 1

d_2 in cm	Zuschlag in % des abgelesenen Wertes
$1{,}5 \cdot 10^4$	$+ \ 1{,}8 \cdot (1-\cos z)$
$2{,}0 \cdot 10^4$	$+ \ 6{,}0 \cdot (1-\cos z)$
$2{,}5 \cdot 10^4$	$+ \ 11{,}5 \cdot (1-\cos z)$
$3{,}0 \cdot 10^4$	$+ \ 18{,}4 \cdot (1-\cos z)$.

Karte II kann also praktisch fast im ganzen Bereich der Ozonschicht Verwendung finden, nämlich gerade soweit, als nicht bereits die Auswirkungen der Rayleighstreuung in den Vordergrund treten und damit ohnehin andere Methoden zur Bestimmung von f_2 angewendet werden müssen.

Erst beim Abschluß dieser Arbeit ist uns die neue Bestimmung der Ozonabsorptionskoeffizienten durch Vigroux [*13*] bekannt geworden, die recht beträchtliche Unterschiede gegenüber den bisher benutzten Werten

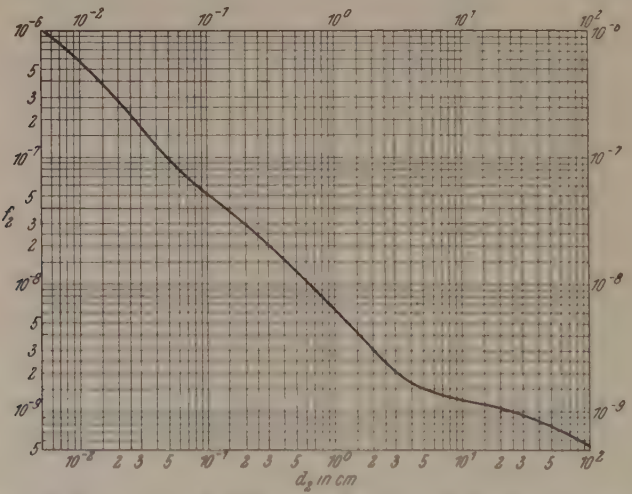


Abb. 4. *Strahlungskarte II a.* f_2 als Funktion von d_2 für $d_3 = 0$ zur Berechnung des Ozons in großen Höhen

ergab (10 bis 12%, in einzelnen Teilen des UV-Spektrums sogar 20 bis 30%). Wir haben daher mit den Koeffizienten Vigroux' f_3 als Funktion von d_3 neu berechnet (Kurve 2 in Abb. 2). Auch f_2 wird durch diese Neubestimmung der Koeffizienten beeinflußt, da diese im Überschneidungsgebiet der Ozon- und Sauerstoffabsorption durch die Messungen von A. Vassy [*16*] an die Werte von Ny und Choong [*17*] im langwelligen UV angeschlossen waren. Da es sich in diesem Wellenlängenbereich aber um eine einheitliche Verkleinerung der Absorptionskoeffizienten um ca. 10%

handelt, war keine Neuberechnung von f_2 notwendig, sondern es genügte, in Abb. 3 die Kurven $d_3 = \text{const.}$ neu zu beziffern. In Abschnitt IV werden die Auswirkungen dieser Änderungen auf die Resultate der photochemischen Theorie diskutiert.

III. Berücksichtigung der Rayleigh-Streuung

Da die kurzwellige, ozonbildende Strahlung entsprechend dem Rayleighschen λ^{-4}-Gesetz sehr stark gestreut wird, muß bei der Berechnung von f_2 von 30 km abwärts der *Streuungseinfluß* berücksichtigt werden. Dies konnte nur in Form einer ziemlich groben Näherungsrechnung geschehen, bei der nur Einfachstreuung berücksichtigt wurde (vgl. [3], Abschnitt 8). Aus praktischen Gründen (Aufwand an Rechenarbeit) wurde die Untersuchung auf eine einzige Wellenlänge ($\lambda = 2050$ ÅE) beschränkt. Dieses Wellenlängengebiet trägt bei großen durchstrahlten Schichtdicken (und erst für solche muß die Streuung berücksichtigt werden) weitaus am meisten zu f_2 bei. Mit den in [3] entwickelten Formeln wurde für die in Tab. 2 ge-

Tabelle 2. *Ozonschichtdicke in 10^{-3} cm oberhalb H*

H	Nummer der Ozonverteilung				
	I	II	III	IV	V
35 km:	6	12	15	15	15
30 km:	14	46	60	60	60
25 km:	25	91	120	125	125
20 km:	40	131	180	215	235
15 km:	50	156	210	265	315

gebenen 5 verschiedenen Standardozonverteilungen $\frac{I+D}{I_0}$, sowie $V = \frac{I+D}{I_F}$ als Funktion der Zenitdistanz der Sonne und der Höhe berechnet (I = Intensität der direkten Sonnenstrahlung unter Berücksichtigung der Schwächung durch Streuung, D = Intensität der gesamten, das Volumelement durchfließenden Streustrahlung, I_F = Intensität der direkten Strahlung ohne Berücksichtigung der Streuung, I_0 = extraterrestrische Strahlungsintensität). Die Resultate sind in Tab. 3 zusammengestellt. Für Zenitdistanzen < 60 bis 75°, für die $V < 1$ ist, läßt sich diese Größe für jede beliebige Zenitdistanz und Höhe leicht mit genügender Genauigkeit durch numerische Interpolation aus den berechneten Werten ermitteln. Die aus Abb. 3 herausgelesenen Werte von f_2 müssen dann noch mit V multipliziert werden.

Für große Zenitdistanzen, wo V eine sehr rasch veränderliche Funktion von z wird, ist es vorzuziehen, zur Bestimmung von f_2 direkt $\frac{I+D}{I_0}$ zu verwenden, wobei dieser Wert noch mit einer etwas von der Höhe abhängigen Konstanten, sowie zur Berücksichtigung des (abgeschätzten) Beitrags der übrigen Wellenlängengebiete mit dem von Tabl. 4 gegebenen von d_2 und d_3 abhängigen Faktor q multipliziert werden muß.

Die Interpolation auf beliebige Zenitdistanzen und Ozonverteilungen kann ebenfalls graphisch anhand der Karten III a bis d (Abb. 5) durchgeführt werden.

Tabelle 3. $V = \frac{I + D}{I_F}$ *für die Standardozonverteilungen* I *bis* V (*vgl. Tabelle* 2)

H	Zenitdistanz				
	0°	45°	60°	75°	85,2°
30 km: I.	0,968	0,950	0,933	0,872	1,46
II.	0,968	0,950	0,933	0,920	19,3
III.	0,964	0,947	0,935	1,02	366
25 km: I.				0,908	156
II.	0,916	0,890	0,889	2,4	$1{,}33 \cdot 10^6$
III.	0,916	0,891	0,905	5,11	$8{,}12 \cdot 10^7$
IV.	0,915	0,895	0,907	5,87	$1{,}7 \cdot 10^8$
20 km: I.				3,52	$5{,}4 \cdot 10^7$
II.	0,822	0,785	0,908	66,2	
III.	0,813	0,790	1,08	407	
IV.	0,806	0,795	1,30	1.600	
V.	0,802	0,799	1,47	3.840	
15 km: I.				613	
II.	0,633	0,650	2,42	$3{,}18 \cdot 10^4$	
III.	0,630	0,685	3,52	$2{,}3 \cdot 10^5$	
IV.	0,622	0,707	6,66	$2{,}2 \cdot 10^6$	
V.	0,611	0,762	14	$2{,}3 \cdot 10^7$	

Die Fehler, die mit der hier beschriebenen, ziemlich rohen Berechnungsmethode zur Berücksichtigung der Rayleighstreuung begangen werden, können vor allem für große Zenitdistanzen im untern Teil der Ozonschicht erheblich werden, so daß entsprechend die für höhere Breiten

Tabelle 4. *Multiplikationsfaktor q für* $\frac{I + D}{I_o}$

d_s \ d_a	$5 \cdot 10^3$	10^4	$2.5 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^4$
$5 \cdot 10^{-2}$	3,9	3,7	5,5	—
$1 \cdot 10^{-1}$	2,9	2,5	2,4	4,5
$2{,}5 \cdot 10^{-1}$	2,7	1,8	1,3	3
$5 \cdot 10^{-1}$	4,4	2,3	1,7	1,1
1	—	—	3,5	1,3

berechneten *Wintergleichgewichtswerte* von 30 km abwärts recht unsicher sind. Da dort in diesem Zeitpunkt aber die Gleichgewichtseinstellung sehr langsam vor sich geht oder gar nicht erfolgt, sind solche Ungenauigkeiten im Rahmen der Theorie des Nichtgleichgewichts, die daher angewendet werden muß und allein physikalisch sinnvoll ist, nicht sehr schwerwiegend.

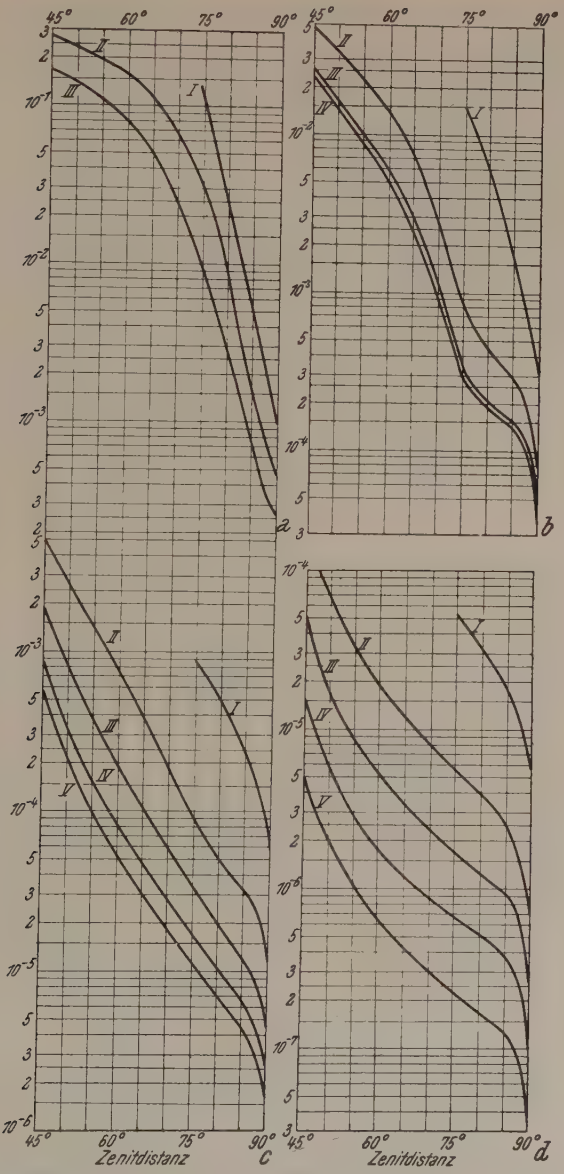


Abb. 5. a bis d. Strahlungskarten III a bis d zur Berücksichtigung der Rayleighstreuung bei tiefem Sonnenstand. $\frac{I+D}{Io}$ als Funktion der Zenitdistanz

a) In 30 km.	b) In 25 km.	c) In 20 km.	d) In 15 km.
$f_2 = \frac{I+D}{I_0} \cdot 2{,}2 \cdot 10^{-11} \cdot q$	$f_2 = \frac{I+D}{I_0} \cdot 2{,}3 \cdot 10^{-11} \cdot q$	$f_2 = \frac{I+D}{I_0} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-11} \cdot q$	$f_2 = \frac{I+D}{I_0} \cdot 2{,}95 \cdot 10^{-11} \cdot q$

IV. Das photochemische Gleichgewicht

Mit Hilfe der Strahlungskarten, deren Konstruktion im vorhergehenden Abschnitt beschrieben worden ist, wurde zunächst die Ozonverteilung im *rein photochemisch bedingten Gleichgewichtszustand* nochmals berechnet und in Tabelle 5 wiedergegeben.

Tabelle 5. *Photochemische Gleichgewichtswerte.* Ozonkonzentration in 10^{12} Molekülen pro cm^3 für verschiedene geographische Breite und für Sommer (S) und Winter (W). a: Stratosphärentemperaturen nach Raketenmessungen [*21*] b: Stratosphärentemperaturen nach Penndorf [*19*].

Höhe km	0° a	45° S a	45° S b	60° S a	45° W a	60° W a	70° S b	80° S b
50	0,024	0,034	0,009	0,032	0,019	0,018		
45	0,071	0,096	0,033	0,096	0,075	0,067		
40	0,237	0,269	0,167	0,282	0,29	0,183		
37,5	0,472	0,535	0,45	0,521	0,515	0,266		
35	0,89	1,0	1,26	0,91	0,865	0,355	1,16	1,16
32,5	1,66	1,65	1,93	1,47	1,25	0,40		
30	2,69	2,4	2,55	2,04	1,54	0,424	1,87	1,55
27,5	3,8	3,2	2,82	2,57				
25	4,83	3,8	3,12	3,01	1,5	0,78	2,12	1,51
22,5	5,63	3,67	3,11	2,75				
20	5,93	3,24	2,84	2,4	1,23	1,0	1,76	1,17
15	3,25	1,83	1,75	1,2	1,12	0,723	1,18	0,925
Gesamtozon in mm O_3	3,31	2,34	2,16	1,84	1,27	0,66	1,57	1,24

Den in Tabelle 5 zusammengestellten photochemischen Gleichgewichtswerten kommt zwar in tieferen Schichten (unterhalb 25 bis 30 km) vor allem im Winter, auch wenn man davon absieht, daß Luftbewegungen nicht berücksichtigt wurden, keine physikalische Realität zu, da aus rein photochemischen Gründen das Gleichgewicht sich nicht einstellt. Diese Zahlen besitzen aber trotzdem ein gewisses Interesse, weil sie allein mit den früheren Ergebnissen verschiedener Autoren verglichen werden können; solche Vergleiche zeigen am besten, wie weit das theoretische Ergebnis durch Variation in den Annahmen über einige noch nicht sicher bekannte, in die Rechnung eingehende physikalische Konstanten beeinflußt wird.

Erwartungsgemäß ergaben sich, was das heute noch grundlegende Problem der Theorie des atmosphärischen Ozons, nämlich die Abhängigkeit des Gesamtbetrags von Jahreszeit und geographischer Breite, anbetrifft, keine prinzipiell neuen Resultate. Die *rein photochemischen Ergebnisse* stehen in dieser Hinsicht nach wie vor im *Gegensatz zu den Beobachtungen.* Dagegen weisen die Absolutwerte des Gesamtbetrags sowie die vertikale Verteilung wesentliche Unterschiede gegenüber früheren Berechnungen auf. In erster Linie wirkt sich hier die neue Annahme über die Abweichungen vom Beerschen Gesetz bei der Sauerstoffabsorption aus, wie sich aus der Zusammenstellung für 45° Breite, Sommer, in Abb. 6 ergibt.

Die Resultate der Abb. 6 sind allerdings nicht streng vergleichbar, da bei Kurve 1 und 2 der Tagesgang der Sonne berücksichtigt wurde, während dies bei 3 und wahrscheinlich auch bei 4 nicht, bei 5 [*15*, *18*] nur

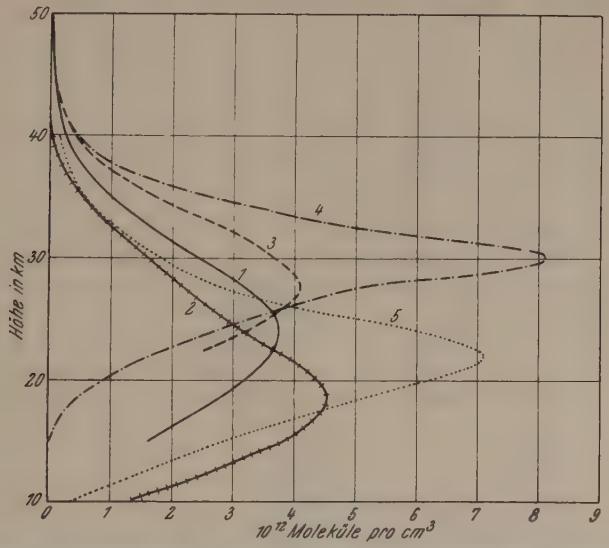


Abb. 6. Vertikale Ozonverteilung nach dem photochemischen Gleichgewicht in 45° Breite, Sommer. Resultate verschiedener Autoren entsprechend ihren unterschiedlichen Ansätzen über die Abweichungen vom Beerschen Gesetz bei der Sauerstoffabsorption

——— 1. DÜTSCH (diese Arbeit) $\alpha_p = \alpha_1 \frac{p}{p_0} + \alpha_2 \left(\frac{p}{p_0}\right)^2$, $\alpha_1 = 0{,}27 \cdot \alpha_2$

—/—/— 2. DÜTSCH [*3*] $\alpha_p = \alpha_1 \left(\frac{p}{p_0}\right)^{1.4} + \alpha_2 \left(\frac{p}{p_0}\right)^{2.12}$

— — — 3. SCHRÖER [*2*] $\alpha_p = \alpha_1 \frac{p}{p_0} + \alpha_2 \left(\frac{p}{p_0}\right)^2$, $\alpha_1 = \alpha_2$

—·—·— 4. CRAIG [*4*] $\alpha_p = \alpha \frac{p}{p_0}$ (Beersches Gesetz gültig)

····· 5. PAETZOLD [*15*] $\alpha_p = \alpha \left(\frac{p}{p_0}\right)^{1.4}$

Der berechnete Ozonbetrag wird im Falle 1) 2,34 mm, 2) 2,73 mm, 4) 2,62 mm und 5) 3,28 mm

durch eine Abschätzung geschehen ist. Differenzen zwischen den einzelnen Autoren bestehen auch in den Annahmen über die spektrale Energieverteilung im Sonnenultraviolett und in Bezug auf die Quantenausbeute bei der Sauerstoffabsorption.

In Abb. 7 sind die neu berechneten mit den beobachteten Werten verglichen. Während zunächst Rechnungen, bei denen noch eine vertikale Temperaturverteilung verwendet wurde, die sich mit einigen Modifikationen für Jahreszeit und geographische Breite eng an die Schätzungen PENNDORFS [*19*] anschloß und damit weitgehend dem N. A. C. A.[1]-Standardansatz [*20*] entsprach, zwischen 40 und 50 km gegenüber der Beob-

[1] N. A. C. A. = National Advisory Committee for Aeronautics.

achtung wesentlich (bis 6 mal) zu kleine Werte ergaben (mit b bezeichnete Spalten in Tabelle 5), schließen sich die Resultate (mit a bezeichnete Spalten in Tabelle 5 und ausgezogene Kurve in Abb. 7) den Meßergebnissen wesentlich besser an, wenn man unter Benützung der durch die

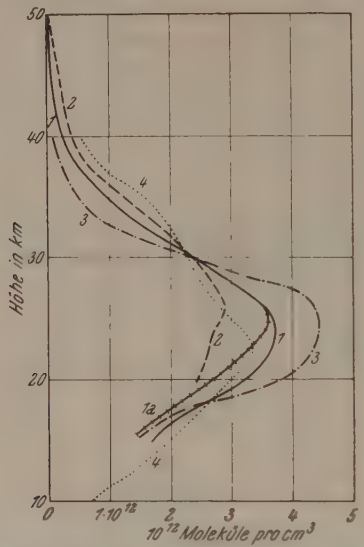


Abb. 7. Vertikale Ozonverteilung. Vergleich der photochemischen Theorie mit den Beobachtungen für mittlere Breiten, Sommer.

——— 1. Theorie, Gleichgewicht, 45° Breite, Sommer.
—/—/— 1a. Theorie, Nichtgleichgewicht, 45° Breite, Sommer.
— — — 2. Rakete, White Sands, Juni 1949.
— · — · — 3. Messung Rakete, White Sands, Oktober 1948.
····· 4. Ballone Weissenau, Sommer.

Anmerkung bei der Korrektur: Eine während der Drucklegung dieses Aufsatzes erschienene neue Arbeit von H. K. PAETZOLD: Jahresgang des totalen Ozonbetrags, Institut f. Meteorologie u. Geophysik d. freien Universität Berlin, Meteorol. Abh. II/4, 92 (1955) gibt eine mit Ballonen gemessene vertikale Ozonverteilung, die beträchtlich von der in Abb. 7 eingezeichneten abweicht, welche aus einer früher von H. K. PAETZOLD publizierten Blockverteilung von uns abgeleitet worden war

Raketenmessungen [*21*] gewonnenen Temperaturwerte rechnet, die bei 50 km ein weniger scharf ausgeprägtes Maximum zeigen als der alte Ansatz. Die neuen Resultate sind zwar oberhalb 35 km gegenüber dem Raketenaufstieg vom Juni 1949 und gegenüber den Ballonmessungen in Weissenau auch noch zu niedrig (im Maximum im Verhältnis 1 : 2), stehen aber anderseits über den Werten der Raketenmessung vom Oktober 1948.

Auch unterhalb 30 km liegt die berechnete Kurve in dem von den verschiedenen Meßkurven umschlossenen Bereich. Auffällig ist, daß sich alle Kurven zwischen 30 und 31 km überkreuzen, also ungefähr in der Höhe, in der nach der Theorie das für die Auswirkung vertikaler Luftbewegungen ausschlaggebende *Maximum der relativen Ozonkonzentration* liegt. Diese Tatsache deutet darauf hin, daß *vertikale Luftbewegungen* am Zustandekommen solcher Differenzen maßgebend beteiligt sind.

Noch nicht völlig geklärt erscheint die Frage der *Quantenausbeute* bei der Absorption durch Sauerstoff, da die Bandenstruktur in Teilen des Spektrums vermuten läßt, daß die Absorption auch unterhalb 2400 Å nicht unbedingt zur Dissoziation führen muß. In unserer früheren Arbeit [*3*] nahmen wir, gestützt auf eine Publikation von FLORY [*22*], nach der im Gebiet der Schumann-Runge-Banden mit Prädissoziation zu rechnen ist, die Quantenausbeute mit 2 an; d. h. jedes absorbierte Quant führt zur Dissoziation und erzeugt zwei O-Atome. Auf derselben Grundlage arbeitete auch CRAIG [*4*], während SCHRÖER [*2*] eine kleinere, aber zum vorneherein nicht bestimmte Quantenausbeute annahm und diese schließlich mit 0,8 ansetzte, weil er mit dieser Zahl die beste Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Theorie erhielt. Wenn die Quantenausbeute kleiner als 2 ist, müßte aber, wie PAETZOLD [*15*] betont, wohl eine Druckabhängigkeit angenommen werden, was gerade zwischen 35 und 50 km, wo die Theorie im Vergleich zur Beobachtung eine zu kleine Ozonkonzentration ergibt, diese Werte noch weiter herabdrücken würde. Es scheint uns daher gerechtfertigt, weiter mit der Annahme $\varphi = 2$ zu rechnen, solange nicht völlig gesicherte experimentelle Beweise für ein anderes Verhalten vorliegen.

Nach Abb. 7 ergibt die photochemische Theorie zwischen 35 und 50 km Werte, die gegenüber den beobachteten wahrscheinlich (wenn auch nicht mit Sicherheit) maximal um den Faktor 2 zu klein sind. Es ist fraglich, ob so große Differenzen in diesen Schichten durch Luftströmungen

Tabelle 6. *Berechnung der Ozonkonzentration mit verschiedenen Werten der Reaktionskonstanten k im Vergleich mit Raketenmessung*

Höhe km	Ozonkonzentration in 10^{12} Molekülen pro cm^3			
	beob. Juni 1949	k nach [*25*]		k nach [*23*]
		Gleichgew. berechnet	Nichtgleichgew. geschätzt	Gleichgew. berechnet
50	0,059	0,06		0,034
45	0,21	0,16		0,096
40	0,43	0,44		0,269
37,5	0,75	0,76		0,535
35	1,27	1,26		1,0
32,5	1,89	1,92		1,65
30	2,4	2,67		2,4
27,5	2,81	3,29	3,15	3,2
25	2,8	4,02	3,6	3,73
22,5	2,61	3,91	3,15	3,67
20	2,46	3,20	2,5	3,24

verursacht werden. Wir haben daher die Frage geprüft, ob diese Diskrepanz (falls sie überhaupt reell ist) durch unrichtige Annahmen über die Reaktionskonstante k verursacht sein könnte; wie bei allen neueren Arbeiten auf dem Gebiet der photochemischen Ozontheorie wurden auch hier die von EUCKEN und PATAT [*23*] gemessenen Werte zugrunde gelegt. Ältere Messungen von HARTECK [*24*] und besonders SCHUMACHER [*25*]

ergaben aber für Zimmertemperatur höhere k-Werte, dafür einen kleineren Temperaturkoeffizienten von k. Wir haben daher für 45° Breite. Sommer, die Rechnung mit einem den Werten von Schumacher entsprechenden Ansatz wiederholt (k bei 0° etwa drei-, bei —50° knapp 1,5 mal größer als nach Eucken und Patat).

Oberhalb 30 km ergibt sich nun recht gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung. Den Differenzen in tieferen Schichten kann nicht dasselbe Gewicht beigemessen werden, obschon sie zum Gesamtbetrag wesentlich mehr beitragen. Einmal sind die physikalisch reellen Nichtgleichgewichtswerte (Spalte 3) im Sommer merklich kleiner als die hier berechneten Gleichgewichtskonzentrationen, vor allem aber ist wegen der stärkeren Beeinflussung durch Luftströmungen die Einzelmessung in diesem Bereich wenig repräsentativ. Ein gültiger Schluß auf den wirklichen Wert von k darf aus diesen Untersuchungen natürlich noch nicht gezogen werden; eine erneute, in einem größeren Temperaturbereich durchgeführte Bestimmung dieser Konstanten wäre daher wünschenswert.

Tabelle 7. *Berechnung der Ozonkonzentration unter verschiedenen Annahmen über die Ozonabsorptionskoeffizienten*

Höhe km	Ozonkonzentration in 10^{12} Molekülen pro cm^3	
	α nach Ny und Choong	α nach Vigroux
50	0,035	0,034
45	0,105	0,096
40	0,283	0,269
37,5	0,555	0,535
35	1,05	1,0
32,5	1,74	1,65
30	2,55	2,4
27,5	3,4	3,2
25	4,18	3,82
22,5	4,05	3,67
20	3,5	3,24
15	2,04	1,83

Schließlich wurde ebenfalls für 45° Breite und Sommer die Berechnung der vertikalen Ozonverteilung mit der *revidierten Strahlungskarte*, wie sie sich mit der neuen Bestimmung der Absorptionskoeffizienten nach Vigroux [*13*] ergibt, wiederholt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 7 den ursprünglichen gegenübergestellt.

Bei der Beurteilung der Resultate dieser Berechnungen muß berücksichtigt werden, daß entsprechend den Feststellungen von Vigroux auch alle Meßergebnisse mit dem Dobson-Spektrographen und mit Raketen- und Ballonspektrographen mit einem Zuschlag von mindestens 10% versehen werden müssen. Die Unterschiede im Verhältnis von Beobachtung zur Theorie, die sich ergeben, sind infolgedessen sehr gering, und es spielt offensichtlich für die weiteren Untersuchungen, die hier durchgeführt werden sollen, keine ausschlaggebende Rolle, welche Absorptionskoeffizienten benützt werden. Da gegenwärtig noch alle veröffentlichten Messungen an die alten Koeffizienten gebunden sind, sollen diese auch hier weiter verwendet werden.

Bei der Beeinflussung der Ozonverteilung durch Luftströmungen spielt in erster Linie die *relative Ozonkonzentration* eine Rolle, da sie bei der Verlagerung eines Luftkörpers unverändert bleibt. In Abb. 8 ist diese

Größe in der Form $\frac{[O_3]}{[O_2]}$ als Funktion der Höhe dargestellt. Ihr *Maximum*, dessen Lage bei den Untersuchungen im später erscheinenden Teil II dieser Untersuchung von großer Bedeutung ist, befindet sich im photochemischen Gleichgewichtszustand am Äquator in ca. 30 km Höhe, um

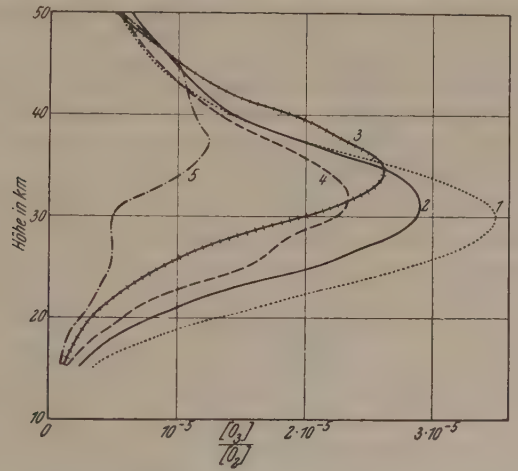


Abb. 8. Relative Ozonkonzentration $\frac{[O_3]}{[O_2]}$ im photochemischen Gleichgewichtszustand als Funktion der Höhe, berechnet aus den Werten *a* der Tab. 5.
····· 1. Äquator, Tag- und Nachtgleiche. ——— 2. 45° Breite, Sommersonnwende.
—/—/— 3. 45° Breite, Wintersonnwende. — — — 4. 60° Breite, Sommersonnwende.
—·—·—· 5. 60° Breite, Wintersonnwende

polwärts im Sommer wenig, im Winter etwas stärker anzusteigen. Wenn man zu den Nichtgleichgewichtswerten übergeht (vgl. unten Abschnitt 5), so verschieben sich diese Maxima nur unbedeutend; der winterliche Anstieg vom Äquator zum Pol wird etwas schwächer. Der Kurventeil oberhalb des Maximums bleibt im Jahresverlauf praktisch unverändert, während unterhalb der Abfall von $\frac{[O_3]}{[O_2]}$ mit abnehmender Höhe im Winter langsamer, im Sommer schneller erfolgt, als die hier dargestellten Gleichgewichtskurven angeben.

Oberhalb 60 km gibt Gleichung (1) (vgl. S. 90) keine befriedigenden Resultate mehr; wie Johnson und Mitarbeiter [*26*] betonen, muß in dieser Höhe auch die Rekombination von O_2-Molekülen durch die Reaktion $O + O + M \rightarrow O_2 + M$ berücksichtigt werden. Man erhält dann für die Ozonkonzentration eine Gleichung dritten Grades:

$$[O_3]^3 - [O_3]^2 \left\{ f_3 \frac{k}{k_3^2}[M] + k[O_2][M] - \frac{f_2}{f_3}[O_2] \right\} - [O_3] \cdot 2\frac{f_2}{f_3} k [O_2]^2 [M] + \\ + \frac{f_2}{f_3} k^2 [O_2]^3 [M]^2 = 0, \qquad (7)$$

die aber mit völlig genügender Genauigkeit durch Gleichung (8) ersetzt werden darf, in die sie übergeht, wenn man $k_3 [O_3]$ gegen $k_2 [O_2] [M]$ vernachlässigt, was, wie die Rechnung zeigt, immer erlaubt ist.

$$[O_3] = [O_2]^2 \sqrt{\frac{\frac{f_2}{f_3} \cdot 2{,}88 \cdot k}{\frac{k_1}{k_2 k_3} f_3 + [O_2]}} \quad . \tag{8}$$

Wenn $\frac{k_1}{k_2 k_3} f_3 \ll [O]_2$ ist, entspricht diese Gleichung dem für tiefere Schichten verwendeten Ansatz.

Gleichung (8) ist brauchbar, solange $[O] \ll [O_2]$, d. h. bis in etwa 85 bis 90 km Höhe, also gerade soweit, als auf Grund dieser Rechnungen noch merklich Ozon vorhanden ist; in größerer Höhe müßte statt 2,88 ein mit der Höhe variabler Faktor eingesetzt werden.

Zur Berechnung der Ozonkonzentration oberhalb 50 km genügt es nicht, das Verhältnis der Geschwindigkeitskonstanten $\frac{k_2}{k_3} \equiv k$ zu kennen, das aus den Messungen von EUCKEN und PATAT [*23*] und andern bekannt ist, sondern es werden k_1, k_2 und k_3 einzeln benötigt; Laboratoriumsmessungen liegen keine vor. Aus Messungen an Br, J, N etc. (vgl. die eingehende Diskussion durch PENNDORF [*27*]) und theoretischen Untersuchungen (TOLMAN [*28*]) ergab sich eine Reaktionskonstante von der Größenordnung $2 \cdot 10^{-32}$ für die Rekombination von zweiatomigen Molekülen im Dreierstoß. Es ist naheliegend, für k_1 einen entsprechenden Wert anzunehmen. Es ist aber fraglich, ob dies für k_2 erlaubt ist, da hier vermutlich ein beträchtlicher sterischer Faktor auftritt. Da diese Werte also als recht wenig gesichert betrachtet werden müssen, haben wir die Berechnung der Ozonkonzentration in hohen Schichten mit drei verschiedenen Ansätzen für die Reaktionskonstanten durchgeführt

Ansatz 1: $k_1 = k_2 \quad = 10^{-32}$.
Ansatz 2: $k_1 = k_3 \quad = 10^{-34}$.
Ansatz 3: $k_1 = 10^{-32}, \quad k_2 = 10^{-34}$.

Dabei ist k_3 mit k_2 durch die Gleichung $\frac{k_2}{k_3} = k$ verknüpft, in welche für k die Werte von EUCKEN und PATAT eingesetzt werden. Da es sich nur um eine größenordnungsmäßige Abschätzung handeln kann, wurde auf die Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit der Dreierstoßkonstanten verzichtet. Die durch diese Berechnung gefundenen Gleichgewichtswerte für senkrechte Inzidenz der Sonnenstrahlung sowie für einen tiefen Sonnenstand (sec $z = 10$) sind in Tabelle 8 zusammengestellt.

Tabelle 8. *Ozonkonzentration in Molekülen pro cm³*

Höhe km	Berechnung für sec $z = 1$			Berechnung für sec $z = 10$		Messung Rakete
	Ansatz 1	Ansatz 2	Ansatz 3	Ansatz 2	Ansatz 3	
90	$1{,}38 \cdot 10^8$	$5{,}3 \cdot 10^7$	$6 \cdot 10^6$			
80	$2{,}06 \cdot 10^9$	$9{,}3 \cdot 10^8$	$9{,}1 \cdot 10^7$	$5{,}7 \cdot 10^8$	$6{,}5 \cdot 10^7$	
70	$7{,}09 \cdot 10^9$	$6{,}8 \cdot 10^9$	$1{,}5 \cdot 10^9$	$4{,}6 \cdot 10^9$	$1{,}04 \cdot 10^9$	$6 \cdot 10^8$
60	$8{,}4 \cdot 10^9$	$8{,}5 \cdot 10^9$	$7 \cdot 10^9$	$7{,}1 \cdot 10^9$	$5{,}95 \cdot 10^9$	$7{,}3 \cdot 10^9$
50	$3{,}64 \cdot 10^{10}$	$3{,}64 \cdot 10^{10}$	$3{,}48 \cdot 10^{10}$	$3{,}41 \cdot 10^{10}$	$3{,}37 \cdot 10^{10}$	$5{,}5 \cdot 10^{10}$
40	$1{,}01 \cdot 10^{11}$	$1{,}01 \cdot 10^{11}$	$1{,}01 \cdot 10^{11}$	$8{,}5 \cdot 10^{10}$	$8{,}5 \cdot 10^{10}$	$2{,}16 \cdot 10^{11}$

Ansatz 3 gibt oberhalb 50 km eine gute Übereinstimmung mit der Beobachtung, die andern beiden dagegen wesentlich zu hohe Ozonwerte. Wenn man die beobachtete Verteilung als genügend gesichert betrachtet, und falls nicht in diesen höchsten Schichten noch weitere Reaktionen auftreten, die Ozon- oder Sauerstoffatome verbrauchen, oder falls in dieser Höhe nicht etwa doch mit einer Quantenausbeute < 2 gerechnet werden muß, kann daraus der Schluß gezogen werden, daß die Konstante des Dreierstoßes $O + O_2 + M$ einen wesentlichen sterischen Faktor (etwa 10^{-2}) enthalten muß.

Zusammenfassend darf wohl gesagt werden, daß mit den neuen Werten für einige, die Rechnung wesentlich beeinflussende Konstanten (Strahlungsintensität im UV [*5, 6*], Abweichung vom Beerschen Gesetz [*9*], Stratosphärentemperaturen [*21*], wie sie hier eingeführt worden sind) eine *befriedigende Übereinstimmung* zwischen theoretisch bestimmter und beobachteter vertikaler Ozonverteilung erreicht werden konnte. Damit erscheint es sinnvoll, mit Hilfe dieser Theorie nun Untersuchungen vorzunehmen, die über *Strömungsvorgänge* in der Stratosphäre Auskunft geben sollen. Man muß dabei aber im Auge behalten, daß die hier verwendeten Werte für die oben genannten Konstanten doch noch mit beträchtlichen Unsicherheiten behaftet sind, die sich — wie die Differenzen zwischen den Resultaten der verschiedenen Autoren zeigen — merklich auswirken können. Bei der geplanten Untersuchung (Teil II dieser Arbeit) kann es sich also nur um *Abschätzungen* handeln, bei denen den eingesetzten photochemischen Werten die Bedeutung wahrscheinlichster Größen zukommt. Dies muß vor allem berücksichtigt werden, wenn auf Grund solcher Rechnungen definitiv entschieden werden soll, ob ein postulierter Strömungsmechanismus mit den Feststellungen an der beobachteten Ozonverteilung verträglich ist oder nicht. Dabei werden Untersuchungen, die sich mit der Erklärung der jahreszeitlichen Variationen des Gesamtozons (oder der Ozonkonzentration in verschiedenen Höhenlagen) beschäftigen, verläßlichere Resultate geben können, als solche, die auf den Differenzen basieren, die im Mittel zwischen den beobachteten und den berechneten Ozonwerten bestehen, da diese letzteren infolge unrichtiger Annahmen in Bezug auf die Konstanten sogar ihr Vorzeichen wechseln können.

V. Rein photochemisch bedingte Ozonverteilung

Mit Hilfe der *Nichtgleichgewichtsgleichung* haben wir die vertikale Ozonverteilung als Funktion der Jahreszeit für 45 und 60 Grad Breite neu berechnet (Abb. 9 und 10). Die Resultate geben den *eigentlichen*, nach der photochemischen Theorie zu erwartenden Verlauf in einer Atmosphäre ohne jede meridionale Komponente der Strömung und der Turbulenz und auch ohne jede vertikale Durchmischung wieder; berücksichtigt wurden nur die Vertikalbewegungen, die in höheren Schichten als Folge der Temperaturschwankungen in der darunterliegenden Luft auftreten (Vertikale Schrumpfung oder Dehnung der Atmosphäre). Wir haben diese Bewegungen mitberücksichtigt, weil sie mit der Annahme vom

Fehlen meridionaler Strömungen zwangsläufig verknüpft sind. Ihr Einfluß auf die Ozonkonzentration wird aber erst unterhalb etwa 22,5 km merklich. Während die Verteilung für 60° Breite noch mit der alten Temperaturverteilung (vgl. S. 100) berechnet wurde, ist derjenigen für 45° die neue durch Raketenmessungen ermittelte zugrunde gelegt worden; wesentliche Differenzen ergeben sich daraus aber nur oberhalb 35 km.

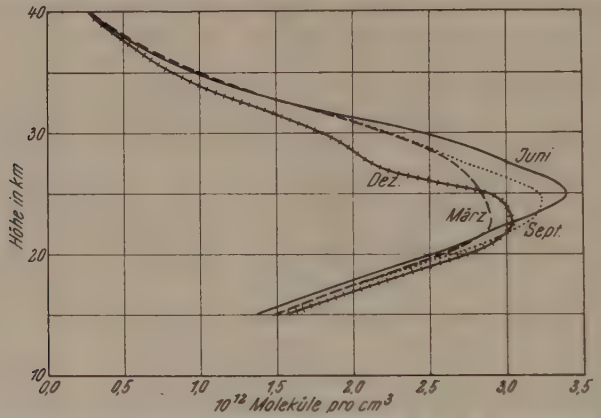


Abb. 9. Vertikale Ozonverteilung als Funktion der Jahreszeit in 45° N. Berechnung mit Hilfe der Nichtgleichgewichtsgleichung.

——— Ende Juni. ····· Ende September. —/—/— Ende Dezember. — — — Ende März.

Ozonbetrag am Ende der einzelnen Monate in mm.

Januar	1,92	Juli	2,04
Februar	1,93	August	2,03
März	1,98	September	2,03
April	2,01	Oktober	2,0
Mai	2,02	November	1,95
Juni	2,06	Dezember	1,88

Jahresmittel 1,99

Besonders stark machen sich die durch die jahreszeitlichen Änderungen der Sonnenhöhe bedingten Schwankungen der Ozonkonzentration natürlich in höheren Breiten bemerkbar. Der Zuwachs im Frühjahr beginnt zunächst in den hohen Schichten und greift bis zum Sonnenhöchststand weiter nach unten aus. Es kann vorübergehend ein photochemisch bedingtes Doppelmaximum entstehen. Von der herbstlichen Abnahme werden zuerst die Schichten um 30 km betroffen, da sich hier der Rückgang der Sonnenhöhe rasch in einer Abnahme von f_2 auswirkt, und anderseits die Einstellungsgeschwindigkeit des Gleichgewichts noch genügend groß ist; höher oben wird die Ozonkonzentration erst durch eine weitere Abnahme der Sonnenhöhe zum Winter wesentlich beeinflußt, während unterhalb von 25 km wegen der zu langsamen Einstellung des Gleichgewichts keine wesentlichen Schwankungen mehr eintreten.

In 45° Breite bleiben die jahreszeitlichen Variationen geringer und gehen, als Funktion der Höhe betrachtet, gleichmäßiger vor sich. Hier ist bereits ein Vergleich mit der Beobachtung möglich, indem eine größere Anzahl von in Weissenau ausgeführten Ballonaufstiegen [*29*] eine (vor-

läufige) Mittelbildung der vertikalen Verteilung für die verschiedenen Jahreszeiten erlaubt. Oberhalb 30 km stimmen die jahreszeitlichen Änderungen, wie sie sich nach Beobachtung und Theorie ergeben, im

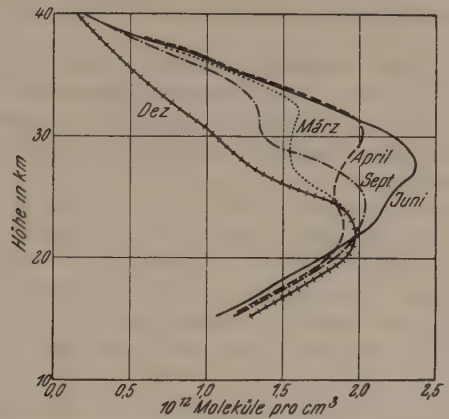


Abb. 10. Vertikale Ozonverteilung als Funktion der Jahreszeit in 60° N. Berechnung mit Hilfe der Nichtgleichgewichtsgleichung.

——— Ende Juni ····· Ende März
– – – – Ende September — — — Ende April
—/—/— Ende Dezember

Ozonbetrag am Ende der einzelnen Monate in mm.

Januar	1,29	Juli	1,64
Februar	1,37	August	1,58
März	1,48	September	1,47
April	1,58	Oktober	1,40
Mai	1,64	November	1,33
Juni	1,67	Dezember	1,27

Jahresmittel 1,48

Prinzip überein, wenn auch das gemessene Winterminimum in der Beobachtung schwächer, das Sommermaximum schärfer ausgeprägt erscheint als das berechnete. In tieferen Schichten treten dagegen wesentliche Diskrepanzen auf, da hier offenbar die *Beeinflussung durch Strömungen* eine ausschlaggebende Rolle spielt.

VI. Halbwertszeit der Gleichgewichtseinstellung

Falls die wirkliche Ozonkonzentration an einer Stelle der Atmosphäre vom Gleichgewichtswert abweicht: $[O_3] = [O_3]_0 + \Delta[O_3]$, so klingt diese Abweichung annähernd exponentiell mit der Zeit ab (vgl. *3*, S. 71):

$$\Delta[O_3](t) = \frac{\Delta[O_3](t_0) \cdot e^{-4\sqrt{\frac{f_2 \cdot f_3}{k \cdot 2{,}88 \cdot [O_3]}}(t-t_0)}}{1 + \frac{1}{2}\frac{\Delta[O_3](t_0)}{[O_3]_0}\left(1 - e^{-4\sqrt{\frac{f_2 f_3}{k \cdot 2{,}88 \cdot [O_3]}}(t-t_0)}\right)} \qquad (9)$$

Die Zeit $\tau \equiv \sqrt{\frac{0{,}18\, k\,[O_3]}{f_2 \cdot f_3}}$ ist somit ein geeignetes Maß zur Beurteilung der Geschwindigkeit, mit der eine vorhandene Störung des Gleichgewichts

verschwindet. WULF [1], der sich als erster mit diesem Problem beschäftigt hat, führte dafür die Bezeichnung *time of half-restauration* ein. Diese charakterisiert aber ebensogut die Geschwindigkeit, mit der ein vorhandener Überschuß abklingt, wie die Geschwindigkeit der Rückbildung zerstörten Ozons.

Vor allem wegen der Bedeutung, welche dieser Größe τ bei der Beurteilung der Auswirkung von Luftbewegungen auf die Ozonkonzentration zukommt, haben wir sie als Funktion von Höhe, geographischer Breite und Jahreszeit nochmals neu berechnet. Die Ergebnisse sind in Tabelle 9 zusammengestellt.

Bei der Umrechnung dieser Zeiten in Tage muß berücksichtigt werden, daß in der strahlungsfreien Zeit (Nacht) unterhalb ca. 60 km praktisch keine Änderung der Ozonkonzentration erfolgt. Sowohl Bildung wie Zerstörung des Ozons erfolgt entweder durch direkten Strahlungseinfluß oder durch Einwirkung von O-Atomen, deren Konzentration in der strahlungsfreien Zeit rasch auf Null zurückgeht. Das Ergebnis der Umrechnung (Spalten 6 und 7 der Tab. 9) zeigt, daß im Sommer unterhalb 25, im Winter schon unterhalb 35 km eine der veränderten Sonnenhöhe sich anpassende Gleichgewichtseinstellung nicht mehr erfolgt.

Tabelle 9. *Halbwertszeit der Gleichgewichtseinstellung*

Höhe km	in Sekunden					in Tagen	
	Äquator 21. März	45° Sommer	60° Sommer	45° Winter	60° Winter	60° Sommer	60° Winter
50	$3{,}1 \cdot 10^3$	$3{,}5 \cdot 10^3$	$3{,}9 \cdot 10^3$	$3{,}9 \cdot 10^3$	$6{,}0 \cdot 10^3$	0,058	0,301
45	$6{,}5 \cdot 10^3$	$7{,}9 \cdot 10^3$	$8{,}7 \cdot 10^3$	$1{,}2 \cdot 10^4$	$2{,}7 \cdot 10^4$	0,13	1,4
40	$1{,}6 \cdot 10^4$	$2{,}4 \cdot 10^4$	$2{,}4 \cdot 10^4$	$5{,}3 \cdot 10^4$	$1{,}6 \cdot 10^5$	0,36	8,1
37,5 ...	$3{,}4 \cdot 10^4$	$4{,}6 \cdot 10^4$	$4{,}9 \cdot 10^4$	$1{,}2 \cdot 10^5$	$4{,}6 \cdot 10^5$	0,74	21
35	$7{,}5 \cdot 10^4$	$9{,}6 \cdot 10^4$	$1{,}0 \cdot 10^5$	$3{,}1 \cdot 10^5$	$1{,}1 \cdot 10^6$	1,6	52
32,5 ...	$1{,}8 \cdot 10^5$	$2{,}3 \cdot 10^5$	$2{,}4 \cdot 10^5$	$8{,}2 \cdot 10^5$	$3{,}2 \cdot 10^6$	3,5	160
30	$4{,}6 \cdot 10^5$	$5{,}8 \cdot 10^5$	$5{,}6 \cdot 10^5$	$2{,}5 \cdot 10^6$	$8{,}6 \cdot 10^6$	8,3	434
27,5 ...	$1{,}2 \cdot 10^6$	$1{,}3 \cdot 10^6$	$1{,}1 \cdot 10^6$			17	
25	$3{,}5 \cdot 10^6$	$3{,}3 \cdot 10^6$	$3{,}5 \cdot 10^6$	$1{,}7 \cdot 10^7$	$3{,}0 \cdot 10^7$	53	1.510
22,5 ...	$1{,}2 \cdot 10^7$	$8{,}5 \cdot 10^6$	$9{,}0 \cdot 10^6$			136	
20	$5{,}1 \cdot 10^7$	$2{,}2 \cdot 10^7$	$2{,}2 \cdot 10^7$	$1{,}0 \cdot 10^8$	$1{,}2 \cdot 10^8$	324	5.890
15	$5{,}7 \cdot 10^8$	$1{,}8 \cdot 10^8$	$2{,}1 \cdot 10^8$	$4{,}3 \cdot 10^8$	$6{,}3 \cdot 10^8$	3.230	31.600

VII. Photochemisch bedingter Tagesgang

Schließlich schien es auch angezeigt, die Frage eines allfälligen *photochemisch bedingten Tagesganges* näher zu prüfen. Wegen der relativen Langsamkeit der photochemisch gesteuerten Änderungen kann dieser nicht groß sein und ist bisher allgemein als nicht existierend angenommen worden. Im Zusammenhang mit der Eichung des Dobson-Spektrographen spielt dieses Problem eine bedeutende Rolle, da die Bestimmung der extraterrestrischen Konstanten L_o unter der Annahme durchgeführt wird, daß keine Variation des Gesamtozons mit der Tageszeit auftritt.

In den letzten 10 Jahren sind aber mehrere Meßreihen [*30, 31*] aus niedrigen Breiten publiziert worden, die eine ziemlich bedeutende tägliche Variation des Ozonbetrags anzeigen.

Zur Berechnung der in Abschnitt IV wiedergegebenen Gleichgewichtswerte der Ozonkonzentration wurde der Tagesgang der Sonnenhöhe berücksichtigt, indem f_2 und f_3 für verschiedene Zenitdistanzen berechnet wurden. Mit Hilfe dieser Werte ist es ohne großen weiteren Arbeitsaufwand möglich, den Tagesgang des Ozons näherungsweise zu bestimmen.

Für die zeitliche Änderung der Ozonkonzentration kann, falls sie keinen prozentual großen Betrag erreicht, gesetzt werden:

$$[O_3](t) - [O_3](t_0) = 2(t - t_0)\left\{f_2[O_2] - \frac{f_3\overline{[O_3]^2}}{2{,}88\,k[O_2]^2}\right\}, \qquad (10)$$

wobei $\overline{[O_3]}$ einen Mittelwert der Ozonkonzentration im betreffenden Zeitabschnitt bedeutet. Die zeitliche Schwankung des Gesamtozons erhält man durch Summation über die einzelnen Schichten:

$$x(t) - x(t_0) = 2(t - t_0)\sum_{h=0}^{\infty}\left\{f_2[O_2] - \frac{f_3\overline{[O_3]^2}}{2{,}88\,k[O_2]^2}\right\}. \qquad (11)$$

Zur Berechnung des Tagesganges wurde in (11) für $\overline{[O_3]}$ der photochemische Gleichgewichtswert, also ein Mittelwert für den ganzen Tag, eingesetzt. Für höhere Schichten (oberhalb 30 bis 35 km) ist dieses Verfahren nicht mehr ganz befriedigend. Wir haben daher für den Fall von 60° Breite im Sommer die Tagesschwankung zur Kontrolle auch mit der exakten Nichtgleichgewichtsgleichung (2) berechnet. Es ergibt sich kein prinzipieller Unterschied im zeitlichen Verlauf, nur wird die Amplitude der Schwankung gegenüber der Näherungsrechnung etwa 15 % kleiner und die Zeit der Extrema ein wenig vorverschoben. Die in Tabelle 10 zusammengestellten Resultate für die Tagesamplitude des Gesamtozons sind alle dementsprechend korrigiert worden.

Tabelle 10. *Tagesschwankung des Gesamtozons.* Tc = mit konstanter Stratosphärentemperatur. Tv = mit Tagesgang der Stratosphärentemperatur

Breite und Jahreszeit	$x_{max.} - x_{min.}$ in cm O_3	in % des photochem. Wertes	in % des beob. Wertes	Einheitszeit	
				min.	max.
0° Aequinoktium	0,0013	0,29	0,8	9	15
45° Sommer, T_c .	0,0021	0,9	0,84	8	16
60° Sommer, T_c .	0,0027	1,5	1,0	7	17
45° Winter, T_c ..	0,0005	0,25	0,2	9	15
60° Winter, T_c ..	0,00015	0,12	0,07	9^{30}	14^{30}
45° Sommer, T_v .	0,0022	0,9	0,85	7	15

Der in Kurve 2 der Abb. 11 dargestellte Tagesgang mit einem Minimum am frühen Vormittag und einem nachmittäglichen Maximum ergibt sich durch ein Überwiegen der Ozonbildung ($2f_2[O_2]$) bei hohem, und der Zerstörung $\left(\frac{2f_3[O_3]^2}{2{,}88k[O_2]^2}\right)$ bei tiefem Sonnenstand. Vor Sonnenauf- resp.

nach Sonnenuntergang ($z \geqq 90°$) findet während einer gewissen Zeit eine Ozonzerstörung durch die Strahlung statt, die bereits tiefere Atmosphärenschichten passiert hat.

75% der berechneten Schwankungen von x haben ihren Sitz in der Höhenlage zwischen 30 und 40 km. Im Zentrum der eigentlichen Ozonschicht erfolgen photochemisch bedingte Vorgänge zu langsam, um im

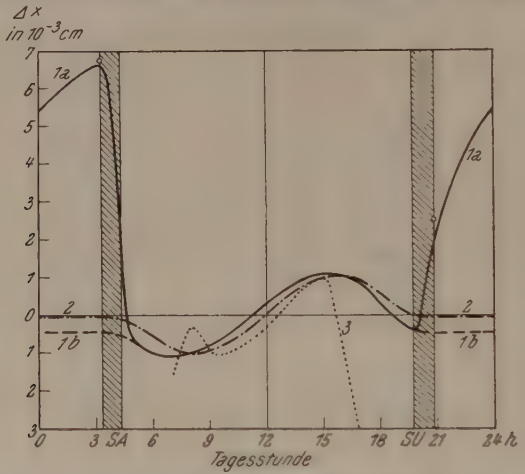


Abb. 11. Tagesgang des Ozonbetrages nach der photochemischen Theorie in 45° Breite zur Zeit der Sommersonnwende.

1. Unter Berücksichtigung eines täglichen Temperaturganges in der Stratosphäre.
——— a) Inklusive nächtlicher Ozonschicht
— — — b) Ohne nächtliche hohe Ozonschicht.
— · — · — 2. Bei konstanter Stratosphärentemperatur ohne hohe Ozonschicht.
····· 3. Beobachtung in Arosa August bis September (zum Vergleich).

SA = Sonnenaufgang, SU = Sonnenuntergang } am Boden
schraffiert: Dämmerung.
• Sonnenaufgang, ° Sonnenuntergang } in 70 km Höhe

Laufe des Tages merklich zu werden. Oberhalb 40 km wird anderseits der Absolutwert der Ozonkonzentration so klein, daß auch beträchtliche relative Schwankungen zur Änderung des Gesamtozons nicht mehr viel beitragen.

Die in Tabelle 10 aufgeführten Tagesschwankungen wurden unter der Annahme berechnet, daß die Stratosphärentemperatur keinen Tagesgang aufweist (T_c); diese Annahme ist aber wegen der Strahlungsabsorption durch das Ozon kaum zutreffend. Da die Vermutung geäußert worden ist, daß das bei verschiedenen Meßreihen in den Subtropen beobachtete Ozonminimum um die Mittagszeit thermisch bedingt sei [*31*], haben wir an Hand des von Johnson [*32*] auf Grund der Ozonmessungen mit Raketen berechneten *täglichen Temperaturganges* im obern Teil der Ozonschicht den photochemisch bedingten Tagesgang nochmals neu bestimmt (letzte Zeile Tabelle 10 und Kurve 1b in Abb. 11). Es ergab sich kein wesentlich neues Resultat; Minimum und Maximum wurden bei unveränderter Amplitude um je etwa eine Stunde vorverschoben. Tages-

schwankungen des Ozons, wie sie nach [*30*] und [*31*] beobachtet wurden, können also *nicht photochemisch bedingt* sein.

Obschon bei der Eichung des Dobson-Geräts vorausgesetzt wird, daß der Ozonbetrag von der Tageszeit unabhängig ist, muß es doch prinzipiell möglich sein, eine Schwankung von der Art der hier berechneten durch *Messung* nachzuweisen, da eine wesentliche Phasenverschiebung zwischen den Extremwerten des Ozonbetrages und der Sonnenhöhe besteht. Da die Amplitude aber bestenfalls 1% des Gesamtwertes beträgt und damit wenig größer ist als der mittlere Meßfehler und viel kleiner als die wetterbedingten, durch Luftströmungen verursachten, interdiurnen Variationen des Ozonbetrags, kann ein Nachweis nur durch statistische Verarbeitung einer großen Anzahl von Meßreihen erfolgen.

Dank dem Entgegenkommen des Lichtklimatischen Observatoriums Arosa konnten wir eine Reihe von GÖTZ in den Jahren 1949—51 aufgenommene Tagesgänge verarbeiten. Da die Untersuchung mindestens nach Jahreszeiten oder besser noch nach kürzeren Zeitabschnitten getrennt vorgenommen werden muß, war das Material allerdings nicht ge-

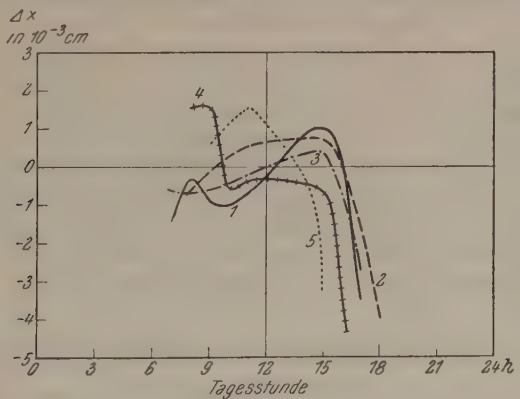


Abb. 12. Tagesgang des Ozons nach Beobachtungen in Arosa (vorläufige Werte)
——— 1. August und September 1949.
— — — 2. Sommer.
—·—·— 3. Zweite Hälfte Frühjahr.
—/—/— 4. März.
····· 5. Winter

nügend umfangreich, als daß schon endgültig gesicherte Schlüsse hätten gezogen werden können. Die vorläufigen Ergebnisse sind in Abb. 12 zusammengestellt.

Die umfangreichste und am besten gesicherte Reihe ist diejenige vom Frühherbst 1949. Sie zeigt deutlich einen Anstieg vom Vormittag zum Nachmittag in der von der Theorie geforderten Größe. Ein analoger, wenn auch nicht so klar ausgeprägter Gang findet sich in den Kurven des Sommers und des späten Frühjahrs sowie mit kleinerer Amplitude in der des Herbstes (in Abb. 12 nicht eingezeichnet). Dagegen glauben wir, daß der in sämtlichen Kurven auftretende sehr scharfe Abfall vor Sonnen-

untergang und der nicht ganz so deutliche Anstieg unmittelbar nach Sonnenaufgang nicht reell sind, sondern durch eine nicht einwandfreie Bestimmung der extraterrestrischen Konstanten vorgetäuscht werden. Da diese ungewöhnlich starken Schwankungen der Sonnenhöhe parallel laufen, scheint dies die nächstliegende Erklärung.

Einen der Theorie zunächst widersprechenden Verlauf zeigen die Kurven für den März und (weniger deutlich) für den Winter, nämlich einen allerdings nicht gleichmäßig erfolgenden Rückgang vom Vor- zum Nachmittag. Nun gilt die Berechnung des Tagesganges nur unter der Annahme, daß der Ozongehalt der Atmosphäre dem photochemischen Gleichgewicht entspricht. Dies ist im Frühjahr sicher nicht der Fall: durch Strömungen ist dann der Ozongehalt unterhalb 25 km vermutlich weit über den Gleichgewichtswert erhöht. Es scheint daher naheliegend, anzunehmen, daß der Ozonrückgang während des Tages durch photochemische Zerstörung von Überschußozon entsteht, während in der Nacht durch Strömung eine weitere Anhäufung vor sich geht. Eine überschlagsmäßige Nachprüfung dieser Hypothese zeigt aber, daß eine solche Erklärung nur dann zulässig ist, wenn ein Ozonüberschuß auch zwischen 30 und 40 km oder noch weiter oben vorhanden ist; dagegen kann eine noch so starke Anhäufung unterhalb 25 km keinen merklichen gegenläufigen Tagesgang erzeugen, da die photochemischen Prozesse hier zu langsam verlaufen. Anhand des viel zu kleinen Materials, das für diese Monate vorliegt, dürfen aber noch keine entsprechenden Schlüsse gezogen werden; der gefundene Kurvenverlauf kann noch weitgehend zufallsbedingt sein. Es scheint aber nicht aussichtslos, auf diesem Weg Anhaltspunkte über das Verhalten der höheren Schichten während des winterlichen Ozonanstiegs zu bekommen. Eine ausgedehntere Messung von Tagesgängen während des ganzen Jahres wäre daher wünschenswert.

VIII. Sekundäre nächtliche Ozonschicht in großen Höhen

Die Untersuchungen des vorhergehenden Abschnittes beziehen sich auf Schwankungen des Ozongehalts, die im Bereich der eigentlichen Ozonschicht im Laufe des Tages auftreten. Aus der photochemischen Theorie ergibt sich aber, daß in der strahlungsfreien Zeit in wesentlich größeren Höhen (60 bis 80 km) durch Bindung der tagsüber in relativ großer Konzentration ($[O] \gg [O_3]$) vorhandenen Sauerstoffatome eine Ozonbildung zu erwarten ist, die einen meßbaren Beitrag zum Gesamtozon liefern dürfte, während am Tage die in diesen Schichten enthaltenen Ozonmengen weit unter dieser Schwelle bleiben. Das dynamische Gleichgewicht unter Strahlungseinfluß besteht in diesen Höhen vorherrschend in Ozonzerstörung durch UV-Strahlung und Rückbildung durch den Dreierstoß $O + O_2 + M \rightarrow O_3 + M$. Nach Sonnenuntergang fällt der Zerstörungsvorgang weg, und die vorhandenen Sauerstoffatome gehen unterhalb 70 km fast völlig in Ozon über. Bei 80 km geht diese Umwandlung im Laufe der Nacht nicht mehr vollständig vor sich, da der Vorgang mit abnehmender Luftdichte langsamer wird. In noch höheren Schichten

ist dem Anwachsen der Ozonkonzentration dadurch eine Grenze gesetzt, daß der ozonzerstörende Zweierstoß ($O + O_3 \rightarrow 2\,O_2$) bald gleich häufig erfolgt wie der ozonbildende Dreierstoß, während letzterer in 60 bis 80 km auch gegen Ende der Ozonbildung noch stark überwiegt.

Eine eindeutige Berechnung der Ozonbildung in diesen hohen Schichten ist wegen der in Abschnitt IV diskutierten Unsicherheit in Bezug auf die Dreierstoßkonstanten k_1 und k_2 nicht möglich. Für die drei verschiedenen in Abschnitt IV verwendeten Annahmen über die Dreierstoßkonstante haben wir überschlagsmäßig die nächtliche Zunahme der Ozonkonzentration als Funktion der Zeit berechnet.

Tabelle 11. *Zunahme der Ozonkonzentration in der strahlungsfreien Zeit in* 10^{10} *Molekülen pro* cm^3

Ohne Berücksichtigung der Dämmerung

Höhe in km	Zeit in Stunden nach Sonnenuntergang ($z = 90°$)					
	1	2	3	5	7	9
	a) $k_1 = k_2 = 10^{-32}$					
50	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
60	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
70	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7
80	4,18	5,38	5,8	6,0	6,0	6,0
Δx in 10^{-3} cm	1,8	2,3	2,4	2,5	2,5	2,5
	b) $k_1 = k_2 = 10^{-34}$					
50	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
60	6,5	6,9	7,0	7,0	7,0	7,0
70	11,2	18,4	23,4	28,7	31,2	32,4
80	1,7	3,1	4,4	6,3	7,8	9,1
Δx in 10^{-3} cm	7,7	11,1	13,4	16,1	17,6	18,3
	c) $k_1 = 10^{-32}, k_2 = 10^{-34}$					
50	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
60	4,9	5,3	5,3	5,3	5,3	5,3
70	3,2	5,7	7,6	9,9	11,4	12,5
80	0,3	0,7	1,0	1,6	2,2	2,8
Δx in 10^{-3} cm	3,5	4,6	5,5	6,6	7,2	7,5

Bei der Berechnung der Tabelle 11 wurden als Ausgangskonzentrationen von O_3 und O die Gleichgewichtswerte für sehr tiefen Sonnenstand ($\sec z = 10$) verwendet. Diese Annahme ist aber nicht ohne weiteres gerechtfertigt, indem sich die O- und als Folge davon auch die O_3-Konzentrationen im Laufe des Tages nicht mehr dem variablen Sonnenstand anpassen können. Die Nichtgleichgewichtsgleichung (2) kann zur Untersuchung dieser Frage nicht verwendet werden, da sie gerade unter der Voraussetzung abgeleitet wurde, daß sich die O-Konzentration veränderten Strahlungsverhältnissen momentan angleiche. Wir haben daher in

Tabelle 12 auf anderem Wege versucht, wenigstens für den Fall 3 ($k_1 = 10^{-32}$, $k_2 = 10^{-34}$) eine etwas genauere Abschätzung vorzunehmen, bei der auch berücksichtigt ist, daß nach Sonnenuntergang am Boden noch Strahlung diese hohen Schichten erreicht, die zwar Ozon zerstört, ($O_3 + h\nu \rightarrow O_2 + O$), aber praktisch keine Dissoziationswirkung auf O_2-Moleküle mehr besitzt. Dieser Zeitabschnitt (von $z = 90°$ bis zum Verschwinden der Sonne auch in der betrachteten Schicht) soll im Folgenden als *Dämmerung* bezeichnet werden. Ihre Dauer ist von der Höhe der Schicht abhängig und beträgt für den hier untersuchten Fall von 45° Breite im Sommer im Mittel ca. 1 Stunde.

Oberhalb von ca. 60 km kann die Summe $K \equiv [O_3] + [O]$ mit guter Näherung als von der Tageszeit unabhängig betrachtet werden. Ihre Schwankungen betragen höchstens 10 bis 20% und sind damit wesentlich geringer, als es diejenigen eines durch den wechselnden Sonnenstand gesteuerten Gleichgewichts wären.

Die Gleichung

$$\frac{\partial K}{\partial t} = \frac{\partial ([O_3] + [O])}{\partial t} = 2 f_2 [O_2] - 2 k_3 [O_3] [O] - 2 k \cdot [O]^2 [M] = 0 \quad (12)$$

kann daher zur Bestimmung eines Mittelwertes der langsam veränderlichen O-Konzentration Verwendung finden, besonders von 70 km an aufwärts, wo tagsüber $k_3 [O_3] [O] \ll k_1 [O]^2 [M]$ ist. Die so bestimmten Werte von $[O]$ weichen wenig von der Gleichgewichtskonzentration für sec $z = 10$ ab und bleiben damit wesentlich unter denjenigen für den Sonnenhöchststand.

Mit der Annahme $K = \text{const.}$ ergibt sich folgende vereinfachte, aber völlig genügende Gleichung zur Untersuchung der nächtlichen Ozonbildung und der Wiederzerstörung bei Sonnenaufgang:

$$\begin{aligned} \frac{\partial [O_3]}{\partial t} &= -f_3 [O_3] + k_2 [O_2] [M] [O] \\ &= -f_3 [O_3] + k_2 [O_2] [M] \{K - [O_3]\} \\ &= -[O_3] \{f_3 + k_2 [O_2] [M]\} + K \cdot k_2 \cdot [O_2] [M]. \end{aligned} \quad (13)$$

Durch Integration erhält man

$$[O_3](t) = \{[O_3](t_0) - [O_3]_\infty\} e^{-(f_3 + k_2 [O_2][M])(t - t_0)} + [O_3]_\infty \quad (14)$$

wobei

$$[O_3]_\infty \equiv \frac{K \cdot k_2 [O_2][M]}{f_3 + k_2 [O_2][M]} \quad (15)$$

den nach genügend langer Zeit sich einstellenden Gleichgewichtswert der Ozonkonzentration bedeutet. Von 70 km an aufwärts ist K praktisch identisch mit der O-Konzentration am Tag. In diesen Schichten ist während der Dämmerung f_3 ungefähr gleich oder größer als $k_2 [O_2] [M]$, so daß die Ozonbildung am Abend nur verzögert in Gang kommt, und anderseits schon während der Morgendämmerung eine starke Schwächung

der sekundären Ozonschicht eintritt, während deren unterer Teil im wesentlichen erst nach Sonnenaufgang zerstört wird.

Tabelle 12. *Bildung und Zerstörung der sekundären hohen Ozonschicht als Funktion der Zeit in 45° Breite, Sommersonnwende*

Mit Berücksichtigung der Dämmerung; $k_1 = 10^{-32}$, $k_2 = 10^{-34}$

Höhe in km	Zeit in Stunden nach Sonnenuntergang ($z = 90°$)					Zeit in Minuten nach Sonnenaufgang ($z = 90°$)*					
	1	2	3	5	7	0	6	12	18	24	30
50	0,94	0,94	0,94	0,94	0,94	0,79	0,69	0,55	0,41	0,23	0,07
60	2,94	4,78	4,95	4,95	4,95	3,31	2,91	1,95	0,90	0,25	0,02
70	2,01	4,72	7,0	9,5	11,0	3,91	2,62	0,8	0,12	0	0
80	0,13	0,41	0,73	1,38	2,36	0,62	0,1	0,01	0	0	0
Δx_3 in 10^{-3} cm	2,23	3,85	5,05	6,21	7,01	3,19	2,34	1,22	0,53	0,18	0,03

* Sonnenaufgang = 8,61 Std. nach Sonnenuntergang.

Der Gang des Gesamtozons, der sich aus dieser Berechnung zusammen mit den in Abschnitt VII ausgeführten Untersuchungen ergibt, ist in Abb. 11, Kurve 1a, dargestellt. Das nächtliche Maximum ist wesentlich ausgeprägter als das vom Nachmittag und sollte sich daher eher beobachten lassen.

Durch Messungen mit dem Dobson-Spektrographen am Mondlicht sind nun in Indien [*33*, *34*] in den letzten Jahren Nachtwerte des Ozons festgestellt worden, die um 10 bis 15% höher lagen als die entsprechenden Tagesbeträge; dabei erfolgte praktisch der gesamte Anstieg sehr rasch nach Sonnenuntergang (im Verlauf von ½ bis 1 Stunde). Bei den hier untersuchten Fällen wurde nur im 2. eine Zunahme des Gesamtozons um etwa 10% des subtropischen Gesamtbetrages gefunden; davon entfallen aber nur etwa 40% auf die erste Stunde und der Anstieg hält, langsam schwächer werdend, während der ganzen Nacht an. Der Fall 3, wo $k_1 = 10^{-32}$, $k_2 = 10^{-34}$ angenommen wurde, der nach der Untersuchung in Abschnitt IV als der wahrscheinlichste erscheint, ergibt nur eine Zunahme um 4% des Gesamtozons mit ähnlicher Verteilung über die Nacht; bei Berücksichtigung der Dämmerung entfallen sogar nur 30% des totalen Anstiegs auf die erste Stunde. Überschlagsmäßige Rechnungen lassen es als wenig wahrscheinlich erscheinen, daß der hier nicht berücksichtigte, nach unten gerichtete *Diffusionsstrom der Sauerstoffatome* eine merkliche Änderung dieses Resultates ergibt; eher könnte noch ein durch *starke Durchmischung* dieser Schichten entstehender, abwärts gerichteter Strom von *O*-Atomen einen gewissen Einfluß erlangen. Die in Indien beobachtete Schwankung entspricht im Vorzeichen der von der Theorie geforderten. Für die Raschheit der Schwankung kann die reine photochemische Theorie keine Erklärung liefern. Bevor endgültige Schlüsse gezogen werden, wie z. B. die Postulierung ozonverlagernder Strömungen an der Schattengrenze oder sehr starker Turbulenz in dieser sekundären nächtlichen Ozonschicht, müssen weitere Messungen, womöglich auch aus der gemäßigten Zone, abgewartet werden.

Verdankung. Die Grundzüge dieser Arbeit sind während eines Aufenthaltes am *Massachusetts Institute of Technology* entstanden, was durch das großzügige Entgegenkommen des Chefs der meteorologischen Abteilung, Prof. H. G. Houghton, ermöglicht wurde, das ich hier bestens verdanken möchte.

Literatur

1. Wulf, O. R. and L. S. Deming: The theoretical calculation of the distribution of photochemically-formed ozone in the atmosphere. — The effect of the visible solar radiation on the calculated distribution of atmospheric ozone. — The distribution of atmospheric ozone in equilibrium with solar radiation and the rate of maintenance of the distribution. Terr. Magnet. **41**, 299 (1936); **41**, 375 (1936); **42**, 195 (1937).
2. Schröer, E.: Theorie der Entstehung, Zersetzung und Verteilung des atmosphärischen Ozons. Ber. Deutsch. Wetterd. US-Zone Nr. **11**, 13 (1949).
3. Dütsch, H. U.: Photochemische Theorie des atmosphärischen Ozons unter Berücksichtigung von Nichtgleichgewichtszuständen und Luftbewegungen. Diss. Zürich 1946.
4. Craig, R. A.: The observations and photochemistry of atmospheric ozone and their meteorological significance. Meteorol. Monogr. **1**, No. 2 (1950).
5. Durand E., J. J. Oberly and R. Tousey: Analysis of the first rocket ultraviolet spectrum. Astrophys. J. **109**, 1 (1949).
6. Johnson, F. S., J. D. Purcell, R. Tousey and N. Wilson: The ultraviolet spectrum of the sun. Rocket exploration of the Upper Atmosphere. Pergamon Press 1954.
7. Linke, F.: Meteorologisches Taschenbuch. **IV**, 238 (1939).
8. Heilpern, W.: Die Absorption des Lichtes durch Sauerstoff bei der Wellenlänge $\lambda = 2144$ ÅE in Abhängigkeit vom Druck. — Die Absorption des Lichtes durch Sauerstoff im Wellenlängenbereich $\lambda = 2100$ bis 2400 ÅE in Abhängigkeit vom Druck. Helv. Phys. Acta **14**, 329 (1941) und **19**, 245 (1946).
9. Götz, F. W. P.: Ozone in the atmosphere. Comp. of Meteorol. S. 275, Boston 1951.
10. Fritz, S.: The albedo of the planet Earth and of clouds. J. Meteorol. **6**, 277 (1949).
11. Danjon, A.: Nouvelles recherches sur la photométrie de la lumière cendrée et l'albedo de la terre. Ann. Obs. Strasbourg, **3**, 139 (1936).
12. Vassy, E.: Sur quelques propriétés de l'ozone et leurs conséquences géophysiques. Thèse. Paris 1937, S. 31.
13. Vigroux, E.: Contribution à l'étude experimentale de l'absorption de l'ozone. Ann. Physique **8**, 709 (1953).
14. Dütsch, H. U.: Der Einfluß der Temperatur auf das atmosphärische Ozon. Arch. Met. Geoph. Biokl. A, **2**, 386 (1950).
15. Paetzold, H. K.: Die vertikale Verteilung des atmosphärischen Ozons nach dem photochemischen Gleichgewicht. Geofis. pura appl. **24**, 71 (1953).

16. Vassy, A.: Sur l'absorption atmosphérique dans l'ultraviolet. Ann. Physique. **16,** 145 (1941).

17. Ny Tsi-Ze et Choong Shin-Piaw: L'absorption de la lumière par l'ozone entre 3050 et 3400 Å. — L'absorption de la lumière par l'ozone entre 3050 et 2150 Å. C. R. Acad. Sci. Paris **195,** 309 (1932); **196,** 916 (1933).

18. Paetzold, H. K.: Versuch einer Analyse der gemittelten vertikalen Ozonverteilung in verschiedenen geographischen Breiten. Geofis. pura appl. **24,** 83 (1953).

19. Penndorf, R.: Die Temperatur der hohen Atmosphäre. Meteorol. Z. **50,** 1 (1941).

20. Smithonian Meteorological Tables. Smith. Misc. Coll. **114,** 280 (1951).

21. Havens, R. J., R. T. Koll and H. E. La Gow: The pressure, density and temperature of the earth's atmosphere to 160 km. J. Geoph. Res. **57,** 59 (1952).

22. Flory, R. J.: Predissociation of the oxygen molecule. J. Chem. Phys. **4,** 23 (1936).

23. Eucken, A. und F. Patat: Temperaturabhängigkeit der photochemischen Ozonbildung. Z. phys. Chem. B **33,** 459 (1936).

24. Harteck, P.: Die Schwankungen des Ozongehaltes der Atmosphäre. Naturwiss. **19,** 858 (1931).

25. Schumacher, H. J. und U. Beretta: Photokinetik des Ozons I u. II. Z. phys. Chem. B **17,** 405 u. 417 (1932).

26. Johnson F., J. D. Purcell, R. Tousey and K. Watanabe: Direct measurements of the vertical distribution of atmospheric ozone to 70 km altitude. J. Geoph. Res. **57,** 157 (1952).

27. Penndorf, R.: The vertical distribution of atomic oxygen in the upper atmosphere. J. Geoph. Res. **54,** 7 (1949).

28. Tolman, R. C.: Statistical mechanics. New York 1927.

29. Paetzold, H. K.: Ozonschicht und Luftbewegung in der Stratosphäre. Naturwiss. **41,** 318 (1954).

30. Karandikar, R. C.: Studies in atmospheric ozone. Part. II. Proc. Indian Acad. Sci. **28,** 72 (1948).

31. Khalek, Abdul: Variation annuelle de l'épaisseur réduite et de la température moyenne de l'ozone atmosphérique en Afghanistan. Thèse. Paris 1954; C. R. Acad. Sci. Paris **236,** 2424, (1953).

32. Johnson, F.: High altitude diurnal temperature changes due to ozone absorption. Bull. Amer. Met. Soc. **34,** 106 (1953).

33. Ramanathan, K. R. and Bh. V. Ramana Murthy: Daily variation of the amount of ozone in the atmosphere. Nature **172,** 633 (1953).

34. Fournier d'Albe, E. M.: Messungen in Quetta. Mitteilung am UGGI-Kongreß in Rom 1954.

551.526.8:551.48:551.588.4

Beitrag zum Studium des Wärmeumsatzes in Seen

Von

O. Eckel, Wien

Mit 5 Textabbildungen

Zusammenfassung. Aus den Registrierungen der Seetemperatur, Lufttemperatur, der Luftfeuchte und der Windgeschwindigkeit am Traunsee werden Schlüsse auf das Verhalten der Wärmeumsatzgrößen der „Verdunstung" (V) und des „direkten Wärmeaustausches zwischen Wasser und Luft" (L) gezogen. Es wurde insbesondere der Tagesverlauf und der Jahresgang dieser Größen sowie ihr gegenseitiges Größenverhältnis untersucht. Unter der Voraussetzung, daß für die Austauschvorgänge des Wärmeinhalts und des Wasserdampfgehalts der Luft derselbe Austauschkoeffizient wirksam ist, wird der Quotient aus halber Temperaturdifferenz und Dampfdruckdifferenz zwischen Wasser und Luft windunabhängig und bedeutet einfach das Verhältnis $L : V$. Ferner werden Häufigkeitsstatistiken aller in einem Jahre aufgetretenen Werte dieses Quotienten gebracht und tages- und jahreszeitliche Unterschiede besprochen. Es zeigt sich, daß in 62% aller Stunden eines Jahres sowohl der Wärmestrom wie der Wasserdampfstrom von der Wasseroberfläche nach oben gerichtet war, in 31% wurde Feuchte an die Luft und gleichzeitig Wärme an das Wasser abgegeben, nur in 7% waren beide Ströme gegen das Wasser gerichtet.

In einem weiteren Abschnitt wird das Verhalten der Umsatzgrößen bei verschiedenen Wetterlagen dargestellt und besprochen. Der Jahresgang der sehr veränderlichen Tagesmittel wird in einer Abbildung veranschaulicht. Der Jahresgang der Monatsmittel ist für große, tiefe Seen charakteristisch: Im Monatsdurchschnitt empfängt das Wasser Wärme direkt aus der Luft in den Monaten März bis Juli, in den übrigen Monaten gibt es Wärme an die Luft ab. In den Wintermonaten ist der Wärmeverlust an die Luft besonders groß und übertrifft sogar den der Verdunstung beträchtlich. Die Wärmeverluste zur Aufrechterhaltung der Verdunstung sind im Sommer am höchsten und sinken gegen den Winter nur langsam ab, im Frühjahr betragen sie nur rund ein Drittel hievon. Die gesamte vom Wasser an die Luft direkt abgegebene Wärmemenge erreicht im Jahr 36% der durch Verdunstung verbrauchten Wärme.

Summary. From records of lake temperature, air temperature, humidity, and wind velocity on lake Traunsee conclusions are drawn as to the heat economy values of evaporation (V) and the direct heat exchange (Austausch) between water and air (L). In particular, the diurnal and annual variation of

those values and their mutual dimensional ratios were investigated. Provided that the same exchange (Austausch) coefficient is effective for exchange processes of both heat and water vapour contents of the air, the quotient of the half temperature difference and vapour pressure difference between water and air becomes independent of wind velocity and is simply expressed by the ratio $L : V$. Furthermore, frequency statistics of all values of this quotient recorded in the course of a year are given and the differences between seasons and day-times are discussed. In 62 per cent of all hours of a year the heat flux as well as the water vapour current were found to be directed from the water surface upwards, in 31 per cent humidity was transferred to the air and at the same time heat to the water, and only in 7 per cent both currents were directed to the water.

In a further chapter, the conditions of the components of the heat balance occurring under different weather conditions are discussed. The annual variation of the rather variable daily means is illustrated by a graph. The annual varition of monthly means is characteristic for large and deep lakes. On the average of a month, the water receives heat directly from the air from march to july, during the rest of the year it delivers heat to the air. During the winter months the amount of heat lost to the air is particularly great and even surpasses considerably that consumed by evaporation. Losses of heat caused by evaporation reach a maximum in summer and decrease but slowly towards winter; in spring they amount to about a third of the maximum value. The total amount of heat delivered directly from water to air reaches, during a year, 36 per cent of the heat consumed by evaporation.

Résumé. Des enregistrements de la température du lac et de l'air, de l'humidité et de la vitesse du vent donnent lieu à des conclusions concernant l'évaporation (V) et l'échange direct de chaleur entre l'eau et l'air (L). On étudie en particulier la marche diurne et annuelle de ces grandeurs ainsi que leur rapport. Admettant que le même coefficient d'échange s'applique à l'échange de chaleur et à celui de la vapeur d'eau, le quotient de la demi-différence de température et de la tension de vapeur entre l'air et l'eau devient indépendant du vent et signifie simplement le rapport $L : V$. Discussion de statistiques de fréquence de toutes les valeurs de ce quotient au cours d'une année et de ses variations diurnes et annuelles. On constate que dans 62% de toutes les heures de l'année le flux de chaleur et de vapeur d'eau est dirigé de l'eau vers l'air; dans 31% des cas l'eau fournit de la vapeur à l'air tout en recevant de la chaleur; dans 7% seulement des cas les deux flux étaient dirigés vers l'eau.

L'auteur étudie ensuite le comportement des mêmes grandeurs lors de différentes situations météorologiques. Une figure illustre la marche annuelle des moyennes journalières très variables. La marche annuelle des moyennes mensuelles est celle des lacs profonds et étendus: en moyenne l'air fournit de la chaleur à l'eau de mars à juillet et en reçoit pendant les autres mois. En hiver la perte de chaleur par l'eau est particulièrement grande et surpasse celle due à l'évaporation. Cette dernière est maximum en été et décroît lentement en allant vers l'hiver pour atteindre un tiers environ au premier printemps. Le total de la chaleur livrée directement par l'eau à l'air atteint sur l'ensemble de l'année le 36% de la chaleur d'évaporation.

Der Wärmeumsatz einer Seeoberfläche setzt sich aus Komponenten des strahlungsbedingten und des leitungsbedingten Umsatzes zusammen.

Die kurzwellige Sonnen- und Himmelsstrahlung und die langwellige Strahlung der Luft bilden den positiven Strahlungsanteil, die kurzwellige Reflexstrahlung und die langwellige Ausstrahlung der Wasseroberfläche den negativen Strahlungsanteil. Über diese Komponenten soll hier nicht gesprochen werden. Durch Leitung erfolgen folgende Wärmeumsätze: Die Ableitung der Oberflächenwärme infolge Turbulenz oder Konvektion in größere Tiefen oder die Heranschaffung solcher aus den Tiefen, der direkte (konvektive oder turbulente) Wärmeübergang Wasseroberfläche—Luft und schließlich die Verdunstungs- bzw. Kondensationswärme. In der vorliegenden Arbeit soll hauptsächlich von den gegenseitigen Wärmeumsätzen Wasser—Luft die Rede sein, insbesondere soll das Größenverhältnis der durch Leitung bzw. durch Verdunstung an die Luft abgegebenen Wärmemengen, worüber vielfach noch Unklarheit herrscht, näher untersucht werden.

Für die Verdunstung einer freien Wasseroberfläche hat H. U. Sverdrup [4] eine Formel aufgestellt, die die Abhängigkeit dieser Größe vom Dampfdruckunterschied zwischen der Wasseroberfläche und der Luft und von der Windgeschwindigkeit angibt. F. Albrecht [6] stellte fest, daß die wesentlich einfachere Formel von W. Trabert [1] ziemlich genau der Sverdrupschen Formel entspricht, wenn die auf Luft bezüglichen Größen in 8 m Höhe über der Wasseroberfläche gemessen werden, und zwar im Windgeschwindigkeitsbereich von 4—13 m/sec. Für kleinere und größere Geschwindigkeiten gibt die Trabertsche Formel etwas zu geringe Werte. Sie lautet:

$$V = 0.41 \cdot (e_w - e_L) \cdot \sqrt{v} \text{ mm/Tag.}$$

Es bedeuten: V = Verdunstung, e_w = Dampfdruck der Wasseroberfläche in mm Hg, e_L = Dampfdruck der Luft und v = Windgeschwindigkeit in m/sec.

Der direkte Wärmeaustausch zwischen Wasser und Luft geht nach der Austauschlehre von W. Schmidt [2] formal nach den Gesetzen der Wärmeleitung oder Diffusion vor sich, ebenso wie die Verdunstung. Nimmt man nun an, daß für beide Vorgänge der Austauschkoeffizient gleich groß ist, so ergibt sich ein besonders einfacher Zusammenhang zwischen V und L, nämlich

$$L / V = a \cdot \Delta T / \Delta e,$$

ΔT = Temperaturdifferenz Wasseroberfläche — Luft.
Δe = Dampfdruckdifferenz Wasseroberfläche — Luft,

$a = \frac{c_p \cdot p}{0{,}623 \cdot d} \cdot \left(\frac{760}{p}\right)^{0{,}288}$, d = spez. Verdampfungswärme, p = Luftdruck in mm Hg. a beträgt in Meereshöhe 0,49, in 400 m Höhe 0,48. Um die Zahlenrechnungen zu vereinfachen, wurde im folgenden a stets 0,5 gesetzt.

Unter Verwendung obiger Gleichungen läßt sich schreiben

$$V = 0.41\, \Delta e \sqrt{v}, \quad L = 0.41 \frac{\Delta T}{2} \cdot \sqrt{v} \text{ und } L + V = 0.41 \left(\Delta e + \tfrac{1}{2} \cdot \Delta T\right) \sqrt{v},$$

wenn e in mm Hg, T in °C, v in m/sec, L und V in mm/Tag,[1]) oder in kalorischen Einheiten, wenn v in km/h ausgedrückt wird:

$$V = \frac{0{\cdot}41}{\sqrt{3{\cdot}6}} \cdot 61 \cdot \Delta e \sqrt{v} = 13{\cdot}2 \cdot \Delta e \sqrt{v} \text{ cal/cm}^2 \text{ Tag.}$$

Entsprechendes gilt für L und $L + V$.

Aufgabe dieser Arbeit ist es nun, die Größen L, V, $L + V$ und L/V aus stündlichen Werten von e_w, T_w, e_L, T_L und v, die aus Registrierungen an einem größeren Alpensee gewonnen wurden, zu ermitteln und die Ergebnisse zu diskutieren.

Vorerst sei noch darauf hingewiesen, daß obige Größen formal auch so geschrieben werden können:

$$V = C \cdot (e_w - e_L) \cdot \sqrt{v} \qquad L = \frac{C}{2} (T_w - T_L) \cdot \sqrt{v}$$

$$L + V = \frac{C}{2} \left[(T_w + 2\,e_w) - (T_L + 2\,e_L) \right] \cdot \sqrt{v}.$$

Der in der eckigen Klammer stehende Ausdruck ist nichts anderes als — angenähert — der Unterschied der Äquivalenttemperatur der Wasserhaut und der Luft. Das besagt, daß die Summe aus Verdunstung und Wärmeleitung an die Luft proportional der Differenz der Äquivalenttemperatur Wasser—Luft ist. In den Abb. 5a und 5b wird von dieser Darstellungsart Gebrauch gemacht.

Meßort und Instrumente

Zur Verwendung gelangten Messungen aus Gmunden am Traunsee von Juli 1953 bis Juni 1954. Hier haben die Oberösterreichischen Kraftwerke A. G. zum Studium der thermischen Verhältnisse des Traunsees eine Registrieranlage für Wassertemperaturen in sechs verschiedenen Seetiefen eingerichtet, während die meteorologischen Daten aus den Angaben der meteorologischen Station Gmunden-Strandbad (Beobachter G. Egelkraut) zur Verfügung standen.

Die Wassertemperatur-Registrieranlage befand sich am Eingang der Gmundener Bucht, 280 m vom steil abfallenden Ostufer entfernt, in der Nähe der Dampferhalterstelle „Steinhaus", 1,9 km südlich des Seeausflusses. Die Meßstelle ist von jeder Beeinflussung durch Ufernähe frei. Der See ist dort 65 m tief und sowohl den Winden wie den Wasserströmungen voll ausgesetzt. Wie zahlreiche Längs- und Querschnitte der Temperaturverteilung im Traunsee zeigten, sind die hier gemessenen Wassertemperaturen für große Teile des Sees repräsentativ. Regelmäßige Vergleiche mit Quecksilberthermometern sorgten für fortlaufende Kontrolle der Anzeige des Registriergeräts. Näheres hierüber wird in einer späteren Arbeit berichtet.

Die Wassertemperatur-Registrieranlage besteht aus sechs in verschiedenen Tiefen versenkten widerstandselektrischen Temperaturfühlern (konstruiert durch Dr. F. Sauberer), die durch ein 300 m langes, am

[1]) L erscheint hier in Einheiten des Verdunstungsäquivalents (mm) ausgedrückt.

Seeboden verlegtes achtadriges Kabel mit einem Sechsfarbenschreiber (Fallbügelgerät mit Kreuzspulmeßwerk der Fa. Ph. Schenk, Wien.) verbunden war. Die Temperaturfühler waren an einem Drahtseil befestigt, das an einer dreifach verankerten Boje aufgehängt wurde. Der oberste Temperaturfühler lag bei ruhigem Wetter 10 cm unter der Wasseroberfläche und war durch ein kleines Holzbrett vor direkter Sonnenstrahlung geschützt.

Die meteorologische Station Gmunden-Strandbad liegt in einer kleinen, von Ost bis Südwest offenen Bucht am Westufer des Sees, etwa 1,5 km nordwestlich der Wassertemperatur-Registrierstelle. Hier wurden Lufttemperatur und Luftfeuchte sowie Sonnenscheindauer registriert und die übrigen Elemente gemessen. Die Instrumentenhütte befindet sich frei in 8 m Höhe über dem Strandgelände auf dem Dach des Restaurantgebäudes, dicht am Seeufer. Die Station ist mit einem ventilierten Psychrometer, einem Fuess-Thermograph, einem Richard-Hygrograph, einem Campbell-Stokes-Sonnenscheinautograph und einem fix aufgestellten Handanemometer Fuess ausgerüstet. Kontrollbestimmungen der Temperatur und Feuchte wurden zu den drei Klimaterminen 7 Uhr, 14 Uhr und 21 Uhr gemacht, Ablesungen am Handanemometer zwischen 6 und 21 Uhr dreistündig. Das Anemometer wurde während der Beobachtungszeit des öfteren verglichen.

Die Frage, wie weit die Beobachtungen der meteorologischen Elemente in Gmunden-Strandbad für die Verhältnisse des ganzen Sees maßgebend sind, kann noch nicht zahlenmäßig beantwortet werden. Dazu bedarf es näherer Untersuchungen. Zunächst sind die Windverhältnisse durchaus nicht über den ganzen, rund 12 km langen See einheitlich. Am windschwächsten erscheint die Mitte des Sees, am windbewegtesten der enge südliche Teil. Was nun die Temperatur- und Feuchteverhältnisse anlangt, so modifiziert eine so große Wassermasse die über sie hinwegstreichenden Luftkörper schon merklich. Um also eine für die Eigenschaften der wahren „Seeluft" repräsentative Meßstelle einzurichten, müßte man womöglich in der Seemitte die Instrumente aufstellen, zumindest aber auf einer engen, weit in den See ragenden Landzunge. Jede andere Uferstelle mißt bei ablandigen Winden die Eigenschaften der „Landluft". Wie groß die Temperaturunterschiede zwischen den beiden Enden des Traunsees sich im Monatsmittel gestalten, zeigt Tabelle 1b; sie sind ein Effekt der häufig wehenden Tal- und Bergwinde entlang der Seeachse. Morgens erscheint Gmunden am nördlichen Seeufer infolge der überwiegenden südlichen Winde wärmer als Ebensee am Südende des Sees. Mittags ist Gmunden etwas kühler als Ebensee, obwohl zu dieser Tageszeit der aus Nord gerichtete Talwind erwärmte Festlandsluft vom Nordende des Sees gegen Süden streichen läßt. Doch genügt offenbar der 1,5 km breite Landstreifen vom Seeufer bis zur meteorologischen Station Ebensee, um die Luft wieder über seine Ausgangstemperatur anzuheizen. In den Feuchteverhältnissen sind die Unterschiede zwischen See- und Landluft nicht groß, da der Dampfdruck der warmen, relativ trockenen Landluft sich von jenem der kühleren, relativ feuchteren Seeluft nur wenig unterscheidet.

Da der See verhältnismäßig schmal ist — seine größte Breite mißt nur 3 km —, strömt natürlich von allen Seiten Landluft auf die Wasserfläche, so daß man annehmen kann, daß ein nicht unbeträchtlicher Teil der Seefläche dauernd von Landluft bestrichen wird. Für diesen Teil dürften die folgenden Überlegungen quantitative Angaben über die durch Leitung und Verdunstung verursachten Wärmeumsätze liefern, für den übrigen Teil werden die Tagesgänge der Wärmeumsatzgrößen Korrekturen erfahren, die sich hauptsächlich in den Amplituden äußern werden.

Witterungscharakteristik Juli 1953 bis Juni 1954

(Tab. 1a)[1]

Der Sommer 1953 war sonnig und brachte maritime Kaltluftvorstöße mit Niederschlägen von normaler Häufigkeit. Der Herbst war mild, der September noch durch reichlichen Sonnenschein ausgezeichnet. Oktober und Dezember wiesen stärkere Nebel- und Hochnebelbildung auf, im November traten die ersten bedeutenderen Kaltlufteinbrüche auf. Bei normalen Bewölkungsverhältnissen waren Jänner und Februar außergewöhnlich kalt, so daß der See für einige Tage zum größten Teil zufror (23. II. bis 6. III). Im stärksten Gegensatz dazu stand das sonnige und milde Märzwetter, so daß in allen Wärmeumsatzgrößen zwischen Februar und März eine markante Unstetigkeit entstand. Durch häufige Kaltluftvorstöße und starke Bewölkung blieb der April wieder weit hinter dem langjährigen Durchschnitt zurück, aber auch der Mai war noch zu kalt und der Juni wies einen merklichen Fehlbetrag in der Einstrahlung auf, so daß die Frühjahrserwärmung des Sees — zumindest an der Oberfläche — nur zögernd vor sich ging. Ende Juni 1954 lag der Wärmeinhalt des Sees nicht unbeträchtlich unter dem zu Anfang Juli 1953.

Temperatur und Feuchte der Luft

(Tab. 3 und 4)

Die Lufttemperatur weist in ihrem Tagesgang keine Besonderheiten auf, die sommerlichen Amplituden sind beträchtlich. Die relative Feuchtigkeit zeigt an Schönwettertagen der wärmeren Jahreshälfte eine windbedingte Störung. Der vormittägige steile Abfall wird gegen 11 Uhr durch einen starken, kurz dauernden Anstieg unterbrochen. Dies erklärt sich so: Nach dem Abflauen des Talabwindes folgt ab 8 Uhr eine Zeitspanne schwacher Winde wechselnder Richtung oder Windstille, gegen 9.30 Uhr aber setzt ein deutlicher Ostwind ein, der als Hangaufwind gegen die besonnten Moränenhügel im Westen der Stadt strömt. Erst nach etwa einer Stunde beginnt der Talaufwind aus Nord mit Stärke 2—3 zu wehen. Damit aber setzt erst der endgültige rasche Feuchteabfall bis in die Mittagsstunden ein.

Der tägliche Gang des Dampfdrucks der Luft in 8 m Höhe über dem Wasser ist unregelmäßig und in seinen Einzelheiten schwer zu erklären. Die Herbst- und Wintermonate X bis II zeigen den ozeanischen

[1] Tabelle 1—13 s. S. 146—157

Typus mit einem flachen Maximum um 15 Uhr und einem Minimum um 6 Uhr. Frühjahrs- und Sommermonate weisen dagegen Doppelextreme auf (kontinentaler Typus): ein Hauptmaximum zwischen 20 und 21 Uhr, ein Nebenmaximum am Vormittag; das Hauptminimum zwischen 14 und 18 Uhr, ein zweites um 6 Uhr.

Windverhältnisse
(Tab. 2a und 2b)

Die Tabelle der Richtungsverteilung, die aus den Beobachtungen zu den Klimaterminen 7 Uhr, 14 Uhr und 21 Uhr abgeleitet wurde, läßt das Regime des Tal- und Bergwindes deutlich erkennen. Früh- und Abendtermin haben mit Ausnahme der Wintermonate überwiegend Südwinde, dabei hat der Abendtermin häufiger Stille als der Frühtermin. In den Nachmittagsstunden überwiegt aber der Nordwind. Sämtliche Winde aus dem Sektor NE — SE — SW bringen für den Standort Strandbad „Seeluft", alle übrigen Richtungen „Landluft". Zählt man die Stillen zur Hälfte der einen, zur Hälfte der andern Gruppe zu, dann zeigt die Verteilung, daß der Beobachtungsort in den Wintermonaten zu fast 60% von Landwinden überweht wurde, in allen übrigen Jahreszeiten aber mit derselben Häufigkeit von Seewinden.

Tabelle 2a gibt die vom ständig laufenden Anemometer abgelesenen und über einen Monat gemittelten Werte der Windgeschwindigkeit an. Mit Ausnahme der Monate I und IV 1954 war die mittlere Geschwindigkeit mit Werten von 4 bis 6 km/Stunde sehr gering. Der Tagesgang ist nicht stark ausgeprägt. Überwiegend sind die Stunden zwischen 12 und 15 Uhr am windstärksten. Die Nachtstunden sind etwa 50% windschwächer als die Tagesstunden.

Seeoberflächentemperatur
(Tab. 5)

Die Monatsmittelwerte schwanken zwischen 17,7° (VII) und 2,3° (II). Die täglichen Schwankungen erscheinen im Sommer bedeutend (4—6°), obwohl der See zu den stark durchfluteten und daher oberflächlich kühlen des Salzkammergutes zählt, die mittlere tägliche periodische Schwankung ist dagegen gering (< 1°). Im Winter liegen die täglichen Schwankungen innerhalb der Meßgenauigkeit (0,1 bis 0,2°). Der mittlere Tagesverlauf besitzt in jedem Monat ein Maximum zwischen 14 und 15 Uhr. Im Gegensatz zum Temperaturverlauf der Luft zeigen einzelne Tage mit überwiegendem Wärmeverlust einen gleichmäßigen Temperaturabfall der Wasseroberfläche, im Herbst und Winter zeigt sogar die Mehrheit aller Tage diese Erscheinung. Das Maximum liegt dann um 0 Uhr, das Minimum um 24 Uhr.

Das Minimum des mittleren Tagesgangs fällt im Frühjahr und Sommer auf 4 bis 6 Uhr früh, im Winter zwischen 10 und 11 Uhr. Die Eintrittszeit und der Betrag des Maximums sind von den Windverhältnissen außerordentlich abhängig. Bei Windstille und ungeminderter Einstrahlung werden die höchsten Maxima erreicht, sie fallen etwa auf 14 Uhr.

Je lebhafter die Luftströmung und je kleiner der vertikale Temperaturgradient in den oberflächennahen Wasserschichten ist, um so kleiner fällt das Maximum aus. Auch die Windrichtung spielt eine Rolle: Süd- und Südwestwinde treiben warmes Oberflächenwasser der Meßstelle zu, Nordwinde von ihr weg.

Wasserdampfgehalt der seeoberflächennahen Luft

Der Dampfdruck der oberflächennahen Luft wurde als Spannkraft gesättigten Wasserdampfes bei der Oberflächentemperatur des Sees den Aspirations-Psychrometer-Tabellen des Reichsamtes für Wetterdienst entnommen.

Temperaturunterschied Wasser — Luft

(Tab. 6a bis 6c)

Die den Wärmeaustausch Wasser—Luft regelnde Temperaturdifferenz Wasser—Luft hat auch noch im Mittel einen ausgeprägten Tagesgang. In den Monaten X 1953 bis II 1954 war die durchschnittliche Temperaturdifferenz zu jeder Tagesstunde positiv, die Wasseroberfläche mußte also überwiegend Wärme an die Luft abgeben. In den übrigen Monaten war sie in den Mittags- und Abendstunden negativ, im Mai 1954 wegen der tiefen Wassertemperaturen sogar den ganzen Tag.

Im mittleren Tagesgang tritt das Maximum der Differenz in den Herbst- und Wintermonaten zwischen 6 und 8 Uhr, im Frühjahr und Sommer zwischen 4 und 6 Uhr ein. Der tiefste Tageswert der Differenz stellt sich zwischen 14 und 16 Uhr ein. Wegen der verhältnismäßig geringen täglichen Schwankungen der Wassertemperatur ist der mittlere Tagesgang der Differenz Wassertemperatur—Lufttemperatur nahezu ein Spiegelbild des täglichen Ganges der Lufttemperatur.

Die Monatsmittel der Differenz erreichen zwischen XI und II ihre größten positiven Werte, die übrigen folgen in weitem Abstand. Die geringsten Monatsmittel, die für einige Monate sogar negativ sind, fallen in das Frühjahr 1954.

Tabellen 6b und 6c zeigen, welche größten und kleinsten Stundenwerte der Differenz in den einzelnen Monaten auftraten. Man erkennt, daß in jedem Monat Stunden mit positivem und negativem ΔT vorkommen. Die Schwankungsbreite ist in den Monaten I und II 1954 besonders groß, da es damals besonders kalte Tage, aber auch milde Tage gab, an denen die ΔT teils Werte bis zu $+ 24°$, teils solche bis zu $- 6°$ annahmen.

Entsprechend der großen Veränderlichkeit der Lufttemperatur weist auch das Tagesmittel der Differenz ΔT starke Veränderlichkeit auf. Tagen mit großen positiven Mitteln folgen zuweilen Tage mit hohen negativen Mittelwerten.

Dampfdruckunterschied Wasser — Luft

(Tab. 7a bis 7c)

Der für die Intensität der Verdunstung maßgebende Unterschied zwischen dem Dampfdruck der Wasseroberfläche und der Luft in einiger

Höhe über ihr wächst im Herbst bei relativ hohen Wassertemperaturen zu den größten Werten an, im Frühjahr dagegen bei niedrigen Wassertemperaturen werden die geringsten Mittelwerte erreicht. Die Maxima der Differenz liegen im Sommer und Herbst bei 8—10 mm, im Frühjahr bei 3—4 mm. Negative Werte der Differenz, die anzeigen, daß der Feuchtestrom von der Luft zum Wasser gerichtet ist, kommen mit Ausnahme des Spätherbstes und des Februars in allen Monaten vor, selbst der kalte Jänner bringt bei einem Warmluftvorstoß einen derartigen Fall. Am größten war die negative Differenz an einem Junitag mit sehr kühlem Oberflächenwasser und stark erhitzter Luft.

Der mittlere Tagesgang der Differenz ist in den Monaten XI bis III kaum nennenswert, bedeutendere Maxima werden in den Nachmittagsstunden 12—17 Uhr der Monate V—IX erreicht.

Summe aus Dampfdruckdifferenz und halber Temperaturdifferenz
(Tab. 8a bis 8c)

Der den Wärmeumsatz durch Leitung *und* Verdunstung regelnde Faktor $\Delta e + \frac{1}{2} \Delta T$ ist im Mittel positiv, ausgenommen im Frühjahr. Das heißt, daß durch Verdunstung und Leitung dem See vorwiegend Wärme entzogen wird. Selbst im Frühjahr muß der See in den Morgenstunden Wärme abgeben.

Die positiven Höchstbeträge — größter Wärmeanspruch ohne Berücksichtigung der Windverhältnisse — liegen von VIII bis II in der Größenordnung von 10—17 Einheiten, ab III sind sie viel geringer (3—6 Einheiten). Die geringsten Tagesbeträge sind mit Ausnahme des XI in allen Monaten zumindest um die Mittagszeit negativ, in den Frühjahrs- und Sommermonaten gibt es sogar Tage mit durchgehends negativen $\Delta e + \frac{1}{2} \Delta T$, wobei im Juni 1954 Beträge bis zu —10 erreicht wurden. Die Schwankung innerhalb eines Monats betrug 10—15 Einheiten.

Der Tagesgang von $\Delta e + \frac{1}{2} \Delta T$ ist schwächer ausgeprägt als der von ΔT, da ΔT und Δe zeitweise entgegengesetzte Gänge aufweisen. Es überwiegt im Mittel aber der Einfluß von ΔT. Das Tagesmaximum des Wärmeanspruchs durch Leitung und Verdunstung — ohne Rücksicht auf die Windverhältnisse — liegt im Sommer zwischen 5 und 6 Uhr früh, sonst zwischen 5 und 8 Uhr; das Minimum zwischen 14 und 17 Uhr. Die mittlere periodische Schwankung liegt zwischen 1,0 und 3,7 Einheiten.

Verhältnis $\frac{1}{2} \Delta T : \Delta e$
(Abb. 1 und Tab. 9)

Unter der Voraussetzung, daß die Austauschkoeffizienten für den Wärme- und Feuchtetransport in der Luft identisch sind, ist — wie schon oben ausgeführt — das Verhältnis $L : V$ keine Funktion der Windgeschwindigkeit, sondern nur mehr von dem Verhältnis $\Delta T : \Delta e$ abhängig. Die Identität der Austauschkoeffizienten wird heute nicht mehr als streng gültig angenommen, W. Findeisen [3] baut auf der Verschiedenheit der beiden Austauschkoeffizienten sogar seine Theorie der Nebel-

bildung auf. Indessen sind die Unterschiede der Austauschkoeffizienten nicht so groß, daß die auf der angeführten Beziehung berechneten Werte davon stärker berührt würden[1].

Nicht ohne Einfluß ist dagegen die durch die Örtlichkeit der meteorologischen Station bedingte Unsicherheit in der Bestimmung von ΔT und Δe. Diese macht sich einerseits durch eine Vergrößerung der negativen ΔT in den sommerlichen Nachmittagsstunden geltend. Bei annähernd konstantem Δe wird dadurch das Verhältnis $\frac{1}{2}\Delta T : \Delta e$ in diesen Tagesstunden einen etwas zu großen negativen Wert annehmen, der Fehler von ΔT geht allerdings nur mit halbem Gewicht ein. Durch kalte nördliche Winde wird anderseits im Winter sowohl das ΔT als auch das Δe größere positive Beträge annehmen. Beim Überströmen der Wasseroberfläche werden beide Differenzen geringer, das Verhältnis kann nach Überschlagsrechnungen sowohl anwachsen wie auch abnehmen.

Die Deutung des Quotienten $\frac{1}{2}\Delta T : \Delta e$ als das Verhältnis der Wärmemengen $L : V$, die das Wasser durch Leitung bzw. Verdunstung an die Luft abgibt, rechtfertigt eine ausführlichere Behandlung. Da die Mittelwertbildung von Quotienten nicht sinnvoll ist, wenn sie einen zu großen Streubereich aufweisen oder gar ihr Vorzeichen ändern, wurde für jede Tagesstunde errechnet, mit welcher Häufigkeit bestimmte Werte des Quotienten $\frac{1}{2}\Delta T : \Delta e$ auftreten. Die Quotienten selbst wurden in Intervallgruppen zusammengefaßt, und zwar:

$\frac{1}{2}\Delta T/\Delta e$	0 — 0,05	— 0,2	— 0,4	— 0,6	— 0,8	— 1,0

das bedeutet:

L beträgt ...% von V	0 — 5	— 20	— 40	— 60	— 80	— 100

beziehungsweise

$\frac{1}{2}\Delta T/\Delta e$	1,0 — 1,25	— 1,68	— 2,5	— 5,0	— 20	— ∞

das bedeutet:

V beträgt ...% von L	100 — 80	— 60	— 40	— 20	— 5	— 0

Der Quotient nimmt positive und negative Werte an. Ist sowohl L als auch V positiv (Fall I), so bedeutet dies gleichsinnige, nach oben gerichtete Wärmeströme von der Wasseroberfläche infolge Leitung und Verdunstung. Ein positiver Wert von $L : V$ ergibt sich auch, wenn sowohl L wie V negativ sind (Fall III). Dies entspricht zwei gleichsinnig nach unten gerichteten Wärmeströmen, die demnach der Wasseroberfläche infolge Leitung aus wärmerer Luft wie durch Kondensation atmosphärischen Wasserdampfes Wärme zuführen. Ist schließlich die Luft wärmer als das Wasser, ihr Dampfdruck jedoch geringer als der der Wasseroberfläche, so ist der Quotient $L : V$ negativ (Fall II). Der umgekehrte Fall $L > O$ mit $V < O$ ist ausgeschlossen.

[1] Das Verhältnis der effektiven Austauschkoeffizienten für Wärmeübergang zu Verdunstung beträgt bei laminarer Strömung 1.10, bei turbulenter Strömung 1.07—1.04.

Das Ergebnis der Auszählung findet sich in Tabelle 9:

a) Fall I ($L > O$, $V > O$) tritt am häufigsten auf, nämlich in 62% aller Stunden des Jahres.

Fall II ($L < O$, $V > O$) tritt nur halb so oft auf.

Fall III ($L < O$, $V < O$) tritt nur in rund 7% aller Stunden auf.

b) Im Fall I überwiegen jene Zustände, für die $|L| < |V|$ ist. Dies gilt in erhöhtem Maß auch für den Fall II, nicht aber für Fall III, wo viel häufiger $|L| > |V|$ auftritt.

c) Das unter b) angeführte Ergebnis bezieht sich auf das gesamte Jahr. Innerhalb desselben treten aber bedeutende Verschiebungen auf. In den Monaten XII bis II überwiegt der Fall I mit $L > V$. Hier sind demnach die Wärmeverluste durch Leitung maßgebend. Fall II ist selten, Fall III tritt kaum auf.

In den Sommermonaten VII bis IX sind die Fälle I und II fast gleich häufig, wobei meist $|L| < |V|$. Fall III tritt wieder kaum auf.

Der Monat XI bildet den Übergang zum Wintertyp.

Im Frühjahr (III bis VI) ist der Fall II häufiger als Fall I und Fall III. Aber Fall III tritt nun wesentlich häufiger auf als in den übrigen Jahreszeiten. Dabei ist praktisch immer $|L| > |V|$, während Fall I überwiegend mit $|L| > |V|$ auftritt.

d) Die Wintermonate zeigen eine ausgeprägte Massierung der Werte im Fall I ($L > V$). Die Frühjahrsmonate weisen nicht nur sämtliche drei Fälle auf, sondern innerhalb jedes Falls eine ziemlich gleichmäßige Besetzung der einzelnen Intervalle.

e) Infolge des starken Tagesgangs der Lufttemperatur zeigen die einzelnen Tagesstunden auch einen Gang in der Häufigkeitsverteilung des Quotienten L/V. In Tabelle 9 sind die einzelnen Stundenwerte zusammengefaßt in Tageswerte von 7 bis 18 Uhr und Nachtwerte von 19 bis 6 Uhr.

Untertags ist Fall II häufiger als Fall I. Nachts gilt das Umgekehrte. Dabei ist meist $|L| < |V|$. Dies gilt für die wärmeren Monate. In den Monaten XI bis II weisen Tag und Nacht ziemlich ähnliche Häufigkeitsverteilung auf.

f) Das häufigste Klassenintervall von $L : V$ macht für den Fall I einen jährlichen Gang von kleinen Werten im Sommer (0,2—0,4) auf große im Winter mit (1,25—1,68). Hierin unterscheiden sich Tag und Nacht kaum.

Das häufigste Klassenintervall tritt aber im Fall I zur Nachtzeit mit größerer Häufigkeit auf als untertags.

Im Fall II ist das häufigste Klassenintervall von $L : V$ im Sommer und Herbst 0,05 bis 0,4, im Frühjahr kann es auf 2,5 bis 5,0 ansteigen. Das häufigste Klassenintervall tritt aber nachts mit wesentlich geringerer Häufigkeit auf als untertags.

Im Fall III, der praktisch nur im Frühjahr von Bedeutung ist, hat das häufigste Klassenintervall von $L : V$ den Wert 1,68 bis 5,0. Seine Häufigkeit ist aber nachts etwa doppelt so groß wie tagsüber.

Abb. 1 gibt für eine Auswahl heiterer Tage den Tagesverlauf des Quotienten $L : V$. Er ist allgemein nachts größer als tagsüber, weist

vor Sonnenaufgang seinen höchsten und zwischen 14 und 16 Uhr seinen tiefsten Wert auf.

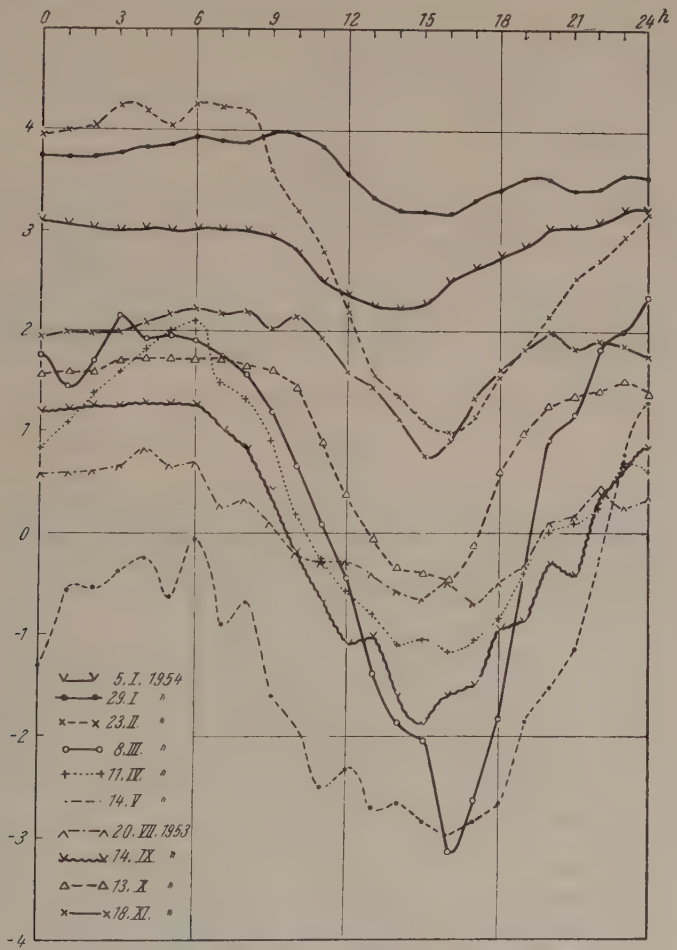


Abb. 1. Tagesgang des Quotienten $L : V$ an heiteren Tagen

Die Wärmeumsatzgrößen bei verschiedenen Wetterlagen (Abb. 2)

Um einen Begriff von dem Zusammenspiel aller am Wärmeumsatz beteiligten Größen im Laufe eines Tages unter verschiedenen Witterungsbedingungen geben zu können, ist für jede Jahreszeit eine Auswahl von Tagen getroffen worden, an denen der Gang der Elemente ΔT, Δe und $\Delta e + \frac{1}{2}\Delta T$ in Diagrammform veranschaulicht wird. Der Darstellung des Tagesablaufs sind noch zwei Witterungscharakteristika beigefügt: Buchstaben, und zwar h = heiter (Tagesmittel der

Bewölkung unter 2), w = wolkig und tr = trüb (Tagesmittel der Bewölkung über 8), sowie Pfeile, die die Windrichtung bedeuten, und gefiederte Pfeile, wenn es sich um stürmische Winde handelt. Als besonders ausgeprägte Witterungszustände wurden außer den genannten Bewölkungsunterschieden noch Nebelvorkommen, stürmische Kalt- und Warmluftvorstöße und schließlich der Ablauf ganzer Perioden mit einheitlicher Witterung veranschaulicht.

Heitere Tage

Der Tagesgang von T_L ist in jeder Jahreszeit beträchtlich. Die nächtliche Abkühlung wird durch den Seewind geschwächt, die nachmittägigen Höchstwerte durch den Landwind eher verstärkt. Die Schwankung von T_w ist dagegen gering, sie beträgt im Winter nur wenige Zehntelgrade. Der Tagesgang von T_w weist gegenüber T_L eine geringe Phasenverschiebung auf. T_w liegt im Winter Tag und Nacht über der Lufttemperatur, im Frühjahr Tag und Nacht darunter, im Sommer und Herbst gilt tagsüber $T_w < T_L$. nachts $T_w > T_L$.

Der Tagesgang von e_w entspricht gemäß Gleichung

$$e_w = 4{\cdot}53 \cdot 10^{\frac{7{\cdot}45\, T_w}{234{\cdot}7 + T_w}}$$

dem von T_w. Er ist im Winter unmerklich klein.

Absolutbetrag und täglicher Gang von e_L sind auch an heiteren Tagen stark veränderlich, abhängig von der jeweiligen Luftmasse und von den Windverhältnissen. Die einfache winterliche Welle des Tagesgangs ist meist klar zu erkennen, die doppelte Welle in den übrigen Jahreszeiten dagegen vielfach gestört.

Verhalten von $\Delta T = T_w - T_L$.

Im *Spätherbst* und *Winter* verläuft ΔT wegen $T_w \sim$ const. spiegelbildlich zu T_L. Da T_w in jeder Jahreszeit > 0 ist, bleibt ΔT in der kalten Jahreszeit Tag und Nacht > 0. Sobald $T_L < 0$, summieren sich die Absolutwerte von T_w und T_L, weshalb ΔT stets positive und bedeutende Beträge annimmt.

Im *Frühjahr* wird ΔT nachts noch > 0, bleibt aber klein, da T_w selbst noch niedrig ist. Untertags werden allerdings schon bedeutende negative ΔT infolge der kräftigen Erwärmung der Luft erzielt.

Gegen den *Sommer* zu streben die nächtlichen ΔT gegen 0, da sich einerseits T_w erhöht, aber auch die nächtlichen T_L nicht mehr so tief absinken. Außerdem herrscht im Sommer das Nachtregime nicht mehr so lange wie etwa zu Beginn des Frühjahrs. Solange T_w dem T_L stark nachhinkt, wachsen die negativen ΔT am Nachmittag stark an. Hat T_L im Hochsommer sein Jahresmaximum erreicht und T_w bereits hohe Beträge angenommen, dann verringert sich untertags das negative ΔT. Die nächtlichen positiven ΔT bleiben zunächst noch gering, wachsen aber gegen den Herbst an.

Im *Herbst* nimmt die tägliche Schwankung von ΔT ab, die Beträge werden aber in zunehmendem Maße positiv, die Nachmittagswerte unterschreiten kaum mehr 0. Der Wärmeentzug durch die Luft wird um so größer, je kälter die Luft absolut und relativ zum Wasser wird.

Verhalten von $\Delta e = e_w - e_L$

e_w und e_L sind stets positiv. e_w ist im *Herbst* und *Winter* praktisch konstant. Der Tagesgang von Δe wird in diesen Jahreszeiten das Spiegelbild von e_L. Der Absolutbetrag von Δe wird aber bei sehr tiefen Temperaturen von e_w bestimmt.

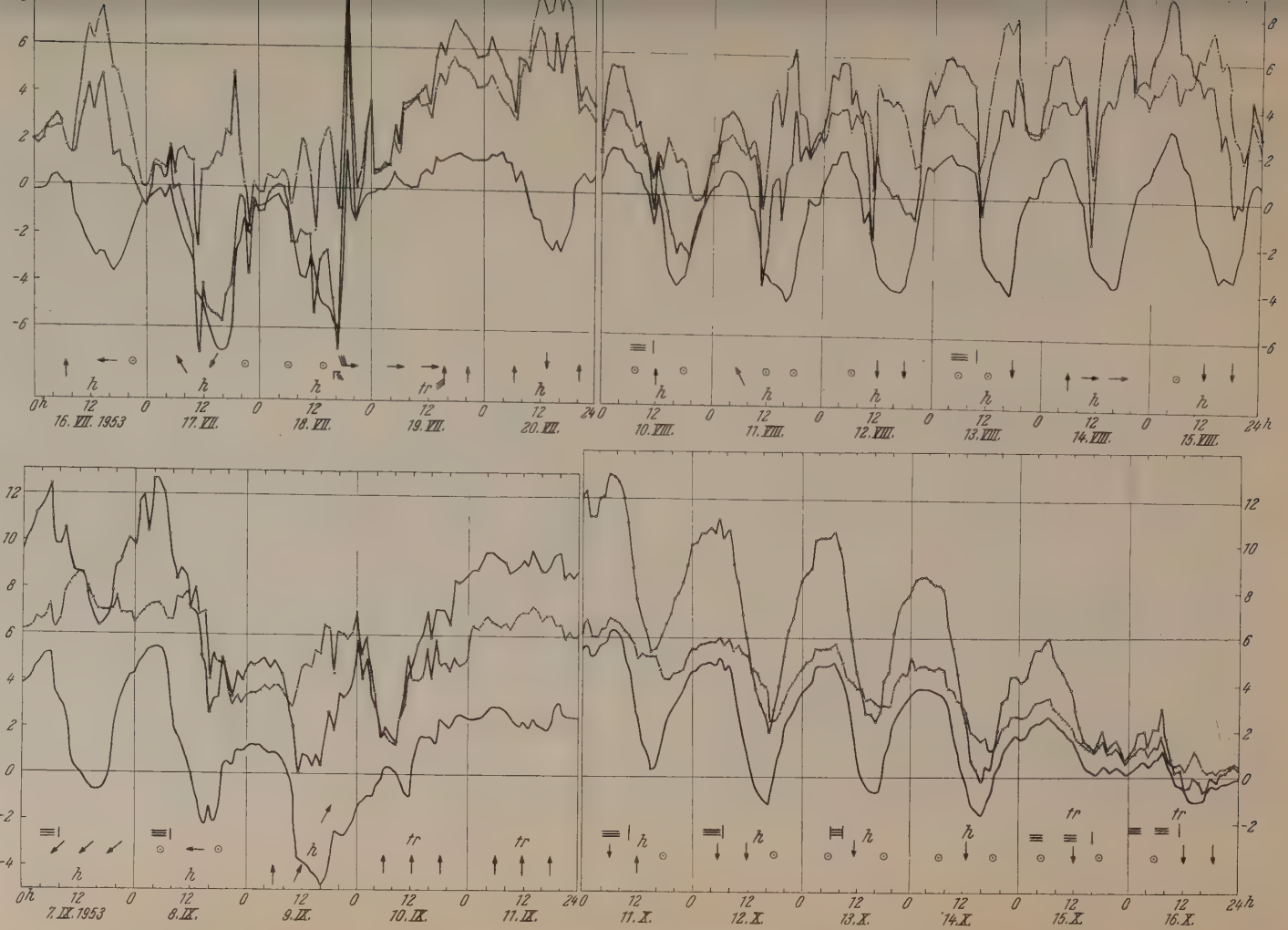
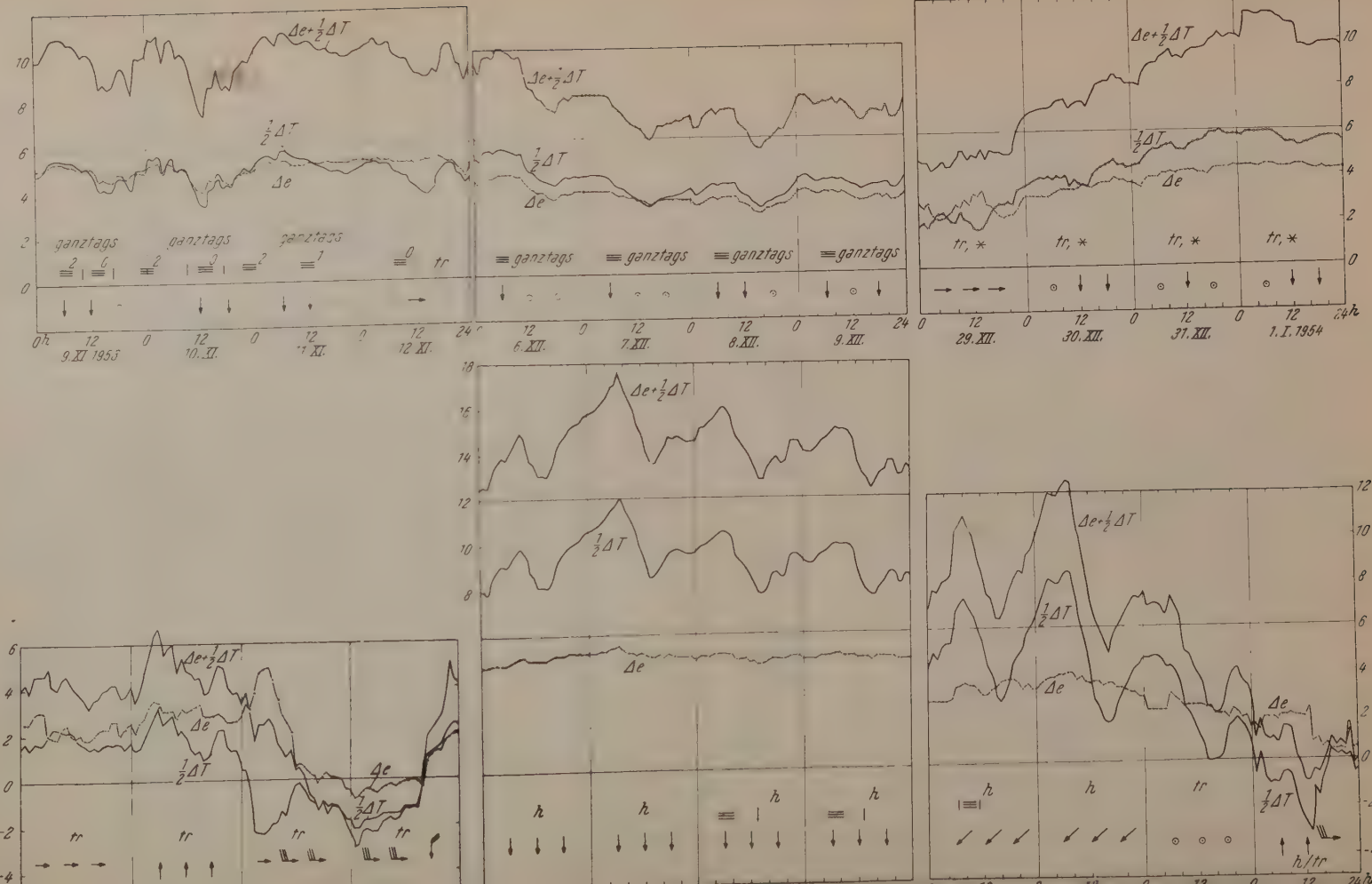


Abb. 2a. Verlauf der Größen Δe, $\frac{1}{2}\Delta T$ und $\Delta e + \frac{1}{2}\Delta T$ an Tagen mit verschiedenem Witterungscharakter. ×——× Δc, ——— $\frac{1}{2}\Delta T$, o——o $\Delta e + \frac{1}{4}\Delta T$


Δe+½ΔT
½ΔT
Δe
ganztags
tr
9.XI 1953
10.XI.
11.XI.
12.XI.
6.XII.
7.XII.
8.XII.
9.XII.
29.XII.
30.XII.
31.XII.
1.I.1954
h
h/tr

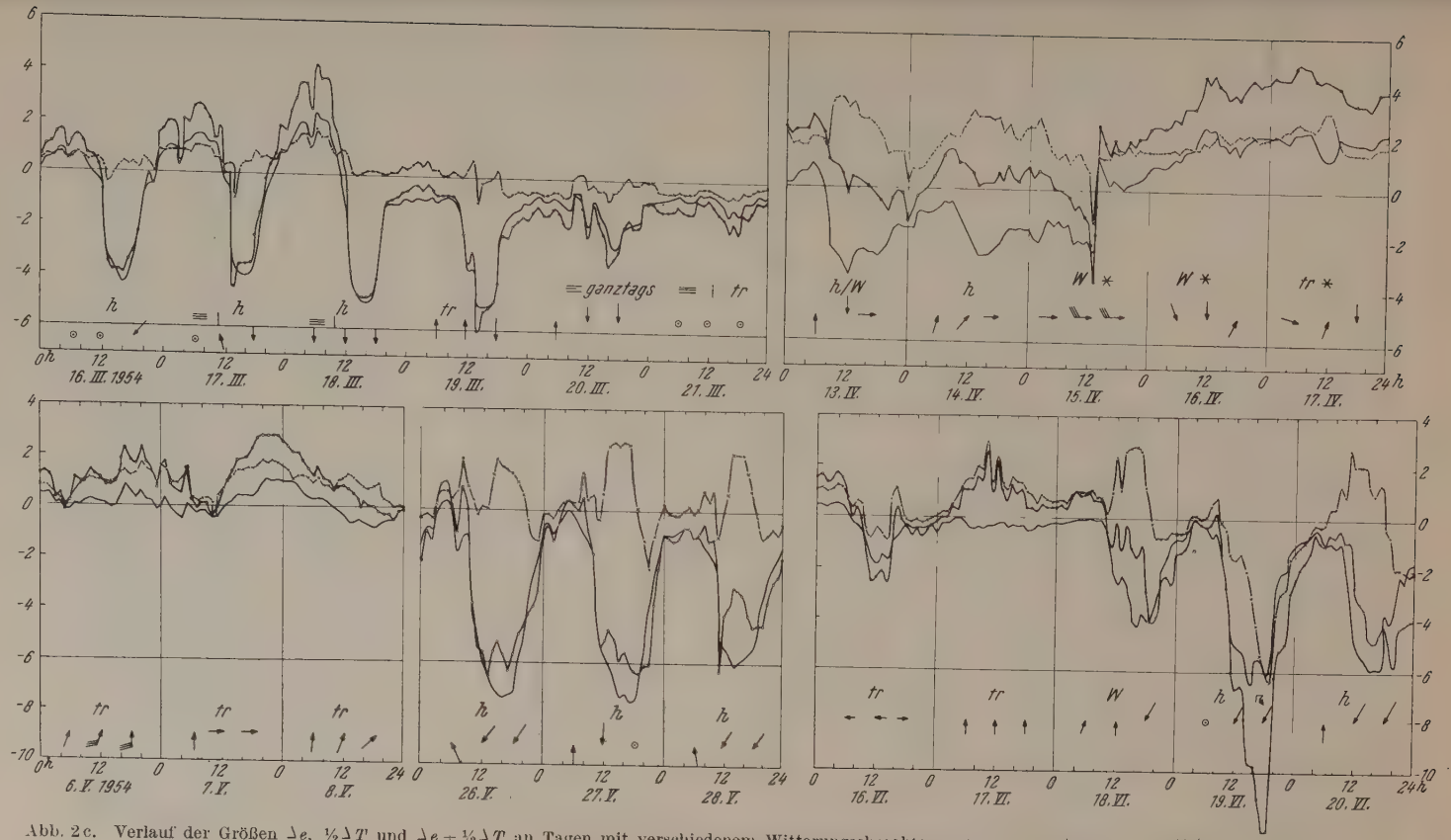


Abb. 2c. Verlauf der Größen Δe, $\frac{1}{2}\Delta T$ und $\Delta e + \frac{1}{2}\Delta T$ an Tagen mit verschiedenem Witterungscharakter ×——× Δe, ——— $\frac{1}{2}\Delta T$, o——o $\Delta e + \frac{1}{2}\Delta T$

Zu Beginn des *Frühjahrs* zeigt Δe sinusförmigen Tagesgang mit geringen Amplituden. Nachts ist e_L kleiner ($\Delta e > 0$), tagsüber größer als e_w ($\Delta e < 0$).

Im späteren Frühjahr, wo e_L schon einen kontinentalen, doppelwelligen Tagesgang aufweist, zeigt auch Δe einen komplizierten Gang. Nachmittags erreicht Δe schon merkliche, positive Beträge, da e_L in diesen Stunden ein Minimum hat. Nachts ist Δe wenig von 0 verschieden. Dazwischen liegen Stunden mit negativen Zacken von Δe, und zwar 20—22 Uhr und gegen 11 Uhr vormittags. Erstere hängen mit dem gewaltigen abendlichen Anstieg von e_L zusammen, letztere mit dem zum Teil windbedingten Anstieg vor Einsetzen des Talwindes.

Im *Frühsommer* zeigen sich zwischen ΔT und Δe gelegentlich Phasenverschiebungen der nachmittägigen Extremwerte, die sich in einer Verlagerung der Minima von $\Delta e + \frac{1}{2}\Delta T$ in die späteren Abendstunden auswirkt. Im Hoch- und Spätsommer kann man die im Frühjahr bereits aufgetretene Form des Tagesgangs in großen Zügen noch erkennen, doch erscheint das Bild von einer großen Unregelmäßigkeit, die wahrscheinlich auf den starken Einfluß der verschiedenen Luftmassen zurückzuführen ist. Im allgemeinen läßt sich wegen des hohen T_w bzw. e_w gegen den Spätsommer zu ein Anstieg des Absolutbetrags von Δe erkennen, so daß auch nachts kaum mehr negative Werte auftreten.

Im *Herbst* beginnt sich die einfache Welle in regelmäßigen Zügen durchzusetzen. Die Werte von Δe sind durchwegs positiv und nehmen bei längerer Dauer des Schönwetters langsam ab. Gegen den Winter zu bleiben die Absolutbeträge — bei Kleinerwerden der täglichen Schwankung — ziemlich konstant. Erst wenn e_w nach entsprechendem Wärmeverlust des Wassers auch klein geworden ist, wird Δe im strengen Winter klein.

Verhalten von $\Delta e + \frac{1}{2}\Delta T$

Als algebraische Summe von 4 Elementen weist diese Größe einen verschärften Tagesgang auf, wenn sich die Einzelelemente in derselben Phase gleichsinnig ändern. Es treten jedoch auch Kompensationen und daher Dämpfung des Tagesgangs ein.

Im strengen *Winter* hat $\Delta e + \frac{1}{2}\Delta T$ den Tagesgang von $\frac{1}{2}\Delta T$. Der Absolutbetrag erscheint sehr bedeutend.

Im *Frühjahr* schmiegt sich tagsüber $\Delta e + \frac{1}{2}\Delta T$ vorerst eng an den Kurvenzug von $\frac{1}{2}\Delta T$ an, weil $\Delta e \sim 0$. Nachts summieren sich die positiven Anteile von Δe und $\frac{1}{2}\Delta T$ zu einem verhältnismäßig kleinen bis mäßigen positiven Betrag.

Gegen den *Sommer* zu wird in Schönwetterperioden der gesamte Wärmeverlust an die Luft durch Verdunstung und Leitung zeitlich auf wenige Nachtstunden eingeengt, im Betrage auch wesentlich kleiner, ja sogar negativ, während tagsüber eine Verringerung der negativen Werte eintritt, da die großen ΔT durch anwachsend positive Δe kompensiert werden. Die Anschmiegung der Kurve von $\Delta e + \frac{1}{2}\Delta T$ an jene von $\frac{1}{2}\Delta T$ ist daher in den Nachmittagsstunden nicht mehr gegeben. Im Juni fällt auf, daß der Tageshöchstwert von Δe früher eintritt als das Tagesminimum von ΔT, wodurch sich im Verlauf von $\Delta e + \frac{1}{2}\Delta T$ tagsüber eine zeitliche Verschiebung von einigen Stunden gegenüber der Kurve von ΔT ergibt.

Mit dem Anwachsen von Δe und dem Kleinerwerden der negativen Beträge von $\frac{1}{2}\Delta T$ entfernt sich der vertikale Abstand der Kurve von $\Delta e + \frac{1}{2}\Delta T$ von der $\frac{1}{2}\Delta T$-Kurve, das heißt der Gesamtwärmeumsatz

$L - V$ verläuft zwar ähnlich jenem von L, doch bleibt er den ganzen Tag über positiv. Dort, wo Δe Minimumzacken aufweist (11 und 22 Uhr), tut es auch $\Delta e + \frac{1}{2}\Delta T$. Zuweilen finden sich Tage, an denen $\Delta e + \frac{1}{2}\Delta T$ sich mehr an die Δe-Kurve anschmiegt (kleines ΔT).

Im *Herbst* sind die Tagesgänge von $\Delta e + \frac{1}{2}\Delta T$ einfach periodisch. Δe und $\frac{1}{2}\Delta T$ sind zu jeder Tagesstunde positiv und verlaufen synchron. Daher summieren sie sich stets und ergeben große positive Beträge. Die anfangs noch bedeutende tägliche Schwankung verringert sich später erheblich.

Trübe Tage und Nebeltage

Gegenüber den heiteren Tagen läßt sich allgemein eine stärkere Unregelmäßigkeit des täglichen Ganges und eine kleinere Tagesschwankung aller einfachen und zusammengesetzten Umsatzgrößen feststellen. Die Absolutbeträge werden im wesentlichen durch die Lufttemperatur bestimmt.

Im *Frühjahr* zeigt der unregelmäßige Tagesgang keine ausgeprägten Extreme. Zu Beginn der Jahreszeit sind die Größen ΔT, Δe und $\Delta e + \frac{1}{2}\Delta T$ überwiegend negativ. Später, wenn T_w schon höher, T_L aber nach Kälterückfällen tief liegt, werden schon erheblich positive Beträge erreicht.

Im *sommerlichen* Tagesgang zeigt sich eine starke Dämpfung, zum Teil sogar vollständige Verzerrung. ΔT liegt um 0, nach stärkeren Kaltluftein brüchen sogar wesentlich über 0. Δe ist meist positiv, $\Delta e + \frac{1}{2}\Delta T$ schmiegt sich häufig an die Kurve von Δe an, diese im Werte meist übertreffend.

Der *herbstliche* Tagesgang der Umsatzgrößen ist gering und unregelmäßig. ΔT wird zeitweise noch negativ, bleibt aber überwiegend positiv, Δe und $\Delta e + \frac{1}{2}\Delta T$ bleiben stets positiv und nehmen dem Betrage nach zu. Die im Herbst häufigen Nebellagen unterscheiden sich im Verhalten der Umsatzgrößen nur unwesentlich von den nebelfreien Tagen, sofern nicht größere Temperaturunterschiede zwischen den trüben und nebeligen Tagen vorhanden sind. Es finden sich Nebeltage mit verschwindend kleinen Änderungen der Umsatzgrößen und solche, die mindestens ebenso große Schwankungen aufweisen wie nebelfreie Tage mit starker Bewölkung und Niederschlag.

Im Winter wird Δe kleiner als ΔT, beide bleiben positiv. Dies gilt in der Regel für die Kaltluftperioden dieser Jahreszeit. Bei Warmluftvorstößen kann ΔT auch im Winter negativ werden und $\Delta e + \frac{1}{2}\Delta T$ auch große negative Beträge annehmen.

Sturmtage

Stürmische Westlufteinbrüche bringen der Niederung in der kalten Jahreszeit Warmluft. Die ihnen mitunter vorangehenden Föhnwinde räumen ebenfalls die Bodenkaltluft weg. Dabei sinken ΔT und $\Delta e + \frac{1}{2}\Delta T$ stark ab, ja sie können sogar Beträge unter 0 annehmen, das Δe wird bei Föhnwetter meist erhöht.

Die Stürme der wärmeren Jahreshälfte werden überwiegend durch Kaltluftvorstöße ausgelöst, im Sommer können solche kurzzeitig auch im Gefolge eines Gewitters auftreten. Die Umsatzgrößen zeigen am Tag vor Einsetzen des Sturmes meist absinkende kleine Werte, ΔT und $\Delta e + \frac{1}{2}\Delta T$ werden sogar infolge Windstille und starker Einstrahlung knapp vor dem Sturm erheblich negativ. Mit dem Einsetzen des Sturms erfolgt ein rasches Emporschnellen zu großen positiven Beträgen, später wieder ein Zurückpendeln

zu negativen Werten, die sich aber nicht mehr lange halten können, da sie insbesondere bei längerem Anhalten der Schlechtwetterperiode von anwachsenden positiven Werten abgelöst werden.

Perioden anhaltend heiteren Wetters

Die in Abb. 2 gezeigten Perioden einheitlicher Witterung lassen mit besonderer Deutlichkeit erkennen, welche Tendenz die Umsatzgrößen ungeachtet ihrer täglichen Veränderungen der Jahreszeit entsprechend aufweisen, wenn Wasser und Luft während einer Reihe von Tagen gleichartigen Bedingungen unterworfen sind.

Bei heiterem Wetter senken sich zum Beispiel die Minima von ΔT im *Frühjahr* von Tag zu Tag, während die Maxima von T_L ansteigen. Anderseits fällt Δe, dagegen steigt sowohl e_w als auch das Tagesmaximum von Δe an. Die Minima von $\Delta e + \frac{1}{2}\Delta T$ werden nicht mehr tiefer, sondern steigen an, weil Kompensation von ΔT und Δe eintritt. Die nächtlichen Maxima der Umsatzgrößen senken sich unter 0.

Der *Sommer* 1953 brachte im Juli keine störungsfreie Schönwetterperiode. Die heiteren Tage um die Augustmitte führten bei ziemlich gleichbleibenden Temperaturverhältnissen der Luft wegen des merklichen Anstiegs der Wassertemperatur auch zu einem Anwachsen der positiven Δe und $\Delta e + {}^1{}_2\,\Delta T$.

Der *Herbst* 1953 ist durch zwei ausgedehnte Schönwetterperioden vertreten. Die des September weist den interessanten Fall auf, wo nach spätsommerlich warmen Tagen ohne Unterbrechung des Schönwetters Kaltluft zufließt. Dadurch werden die ΔT nachts zunehmend positiv und die Nachmittagsminima steigen von bedeutenden negativen Beträgen ebenso rasch gegen Null an. Dabei bleibt die Schwankungsweite ungefähr erhalten.

$\Delta e + \frac{1}{2}\Delta T$ ist schon zu Anfang der Schönwetterperiode den ganzen Tag über Null, wächst aber nach Zufließen von Kaltluft auch infolge des Ansteigens der Δe-Werte stark an, sodaß sogar die Nachmittagsminima noch beträchtlichen Wärmeentzug für den See bedeuten.

Die Schönwetterperiode des Oktober 1953 brachte noch einen kontinuierlichen Anstieg der Lufttemperatur bei stark verlangsamter Abnahme der Wassertemperatur. Daher fallen Maxima und Minima der Umsatzgrößen stetig bis zum Einsetzen der Nebelperiode, wo sie alle auf ein Minimum reduziert sind.

Die kurzen Schönwetterperioden des Jänner und Feber 1954 zeigen kurz nach ihrem Eintritt eine Erhöhung der Umsatzgrößen, 1 bis 2 Tage später jedoch eine langsame Verringerung.

Perioden anhaltend trüben Wetters

Die Schlechtwetterperioden oder Zeiten mit anhaltendem Nebel lassen vielfach weder einen ausgeprägten Tagesgang noch eine klar ersichtliche Tendenz der Umsatzgrößen von einem Tag zum andern erkennen.

Im *Winter* ist der Tagesgang nur angedeutet, die Beträge sämtlich positiv. Sie nehmen im Lauf der Periode ab, sofern nebeliges Wetter vorherrscht und keine Kaltluftadvektion stattfindet. Bei trübem, aber nebelfreiem Wetter ist der Verlauf viel unruhiger und die positiven Beträge meist auch größer, insbesondere nach Kaltlufteinbrüchen.

Im *Frühjahr* weisen die Umsatzgrößen bei geringen täglichen Schwankungen kleine Absolutbeträge auf, die bei übernormalen Lufttemperaturen

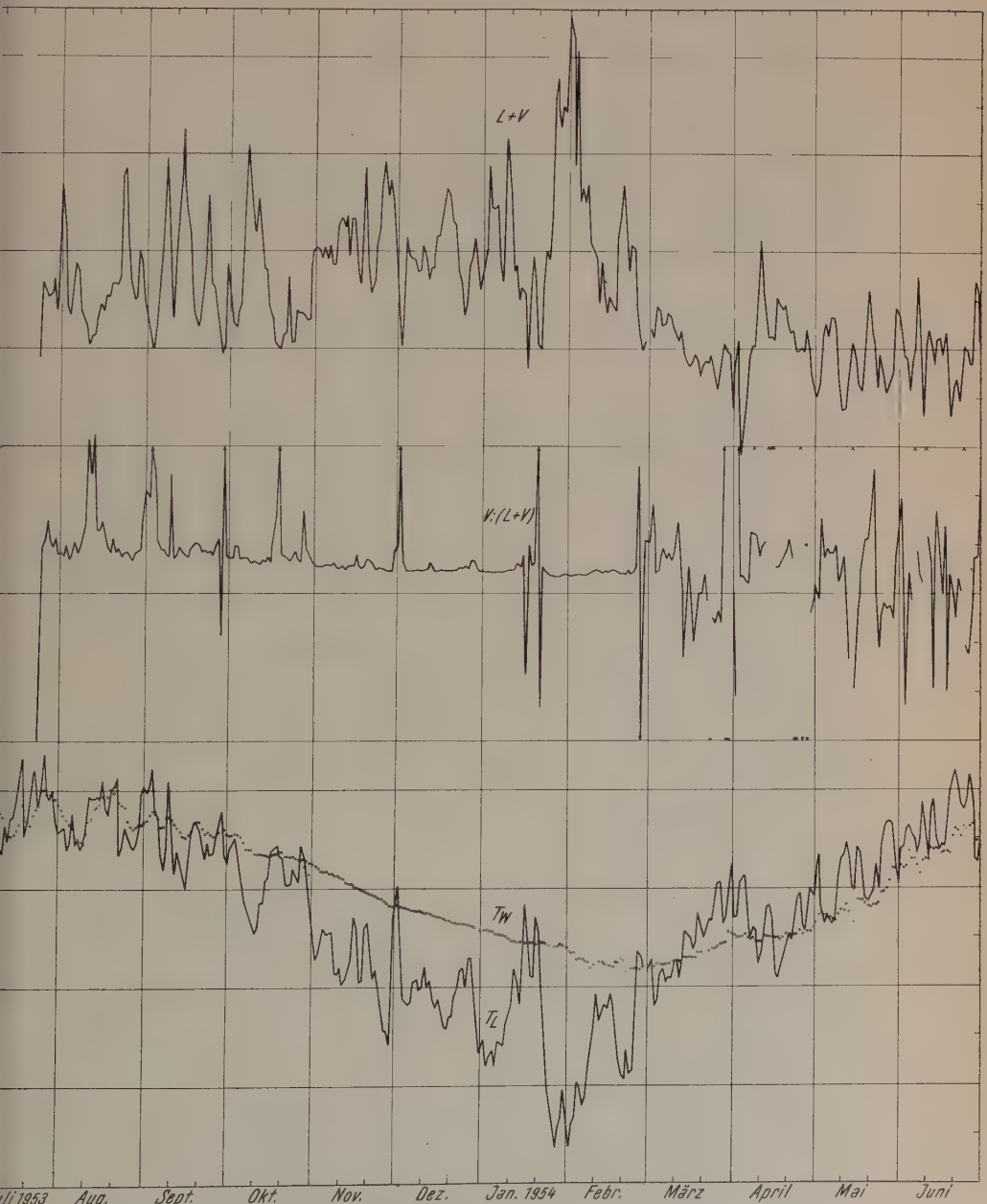


Abb. 3. Jahresgang der Tagesmittel der Wassertemperatur (T_W), der Lufttemperatur (T_L), der Summe aus $L + V$ und des Quotienten $V : (L + V)$

und ab Mai häufig schon negativ sind. Im Lauf der Periode ist keine eindeutige Tendenz der Umsatzgrößen festzustellen.

Im *Sommer* 1953 fehlten längere Perioden trüben Wetters.

Dagegen war im *Herbst* in jedem Monat eine solche vertreten. Das anhaltend trübe Wetter zwischen 10.—12. September 1953 war mit einer merklichen Erniedrigung der Lufttemperatur verbunden. Die Umsatzgrößen zeigen ähnlich hohe Beträge wie an heiteren Tagen, jedoch ohne ausgeprägten Tagesgang. Die ruhige Nebelperiode des Oktober 1953 weicht hievon stärkstens ab, da hier bei kaum angedeutetem Tagesgang die Absolutbeträge nur wenig über Null liegen. Die trüben Tage des November hingegen zeigen infolge der nun stark gesunkenen Lufttemperatur wesentlich größere Absolutbeträge bei geringen täglichen Änderungen.

Die Wärmeumsatzgrößen unter Berücksichtigung der Windverhältnisse

(Abb. 3 bis 5 und Tab. 10 bis 12)

In den bisherigen Abschnitten sind die Wärmeumsatzgrößen ohne Berücksichtigung der wahren Windverhältnisse diskutiert worden. Lediglich die Größe $\frac{1}{2}\Delta T : \Delta e$ ist, falls sie sich auf Momentanwerte bezieht, von der Windgeschwindigkeit selbst unabhängig.

Wie schon erwähnt, wurde der Windweg untertags dreistündig abgelesen, nachts nach Ablauf von 9 Stunden. Auf diese Weise konnten gute Tagesmittelwerte, aber nur angenäherte stündliche Mittel errechnet werden, insbesondere für die Nachtzeit. Um nun die Wärmeumsatzgrößen auch unter Berücksichtigung des Windes zu ermitteln, wurden sämtliche Stundenwerte von Δe und $\Delta e + \frac{1}{2}\Delta T$ mit der Quadratwurzel der einzelnen Stundenwerte der Windgeschwindigkeit multipliziert. Die so gewonnenen Werte sind in den Tabellen 10 bis 12 angeführt.

Die Verwendung von drei- bzw. neunstündigen Mittelwerten der Windgeschwindigkeit verursacht im Tagesgang der Umsatzgrößen natürlich Unstetigkeiten, die sogar noch nach Mittelung über einen ganzen Monat in Erscheinung treten. Bei der Darstellung der Umsatzgrößen für einzelne Wetterlagen (Abb. 2) wurde daher die Windgeschwindigkeit nicht berücksichtigt.

Das Tagesmittel der Umsatzgrößen weist entsprechend der Veränderlichkeit der meteorologischen Elemente T_L und r ebenfalls eine bedeutende Veränderlichkeit auf. Die Darstellung des *Jahresgangs* der Tagesmittel wurde daher nur für die Größe $L + V = (\Delta e + \frac{1}{2}\Delta T) \mid \overline{v}$ in Abb. 3 vorgenommen, statt der Größen L und V jedoch als Ergänzungskurve der Ausdruck $V : (L + V)$ gewählt. Zusätzlich sind noch die Tagesmittel für T_L und T_w gezeichnet.

Man sieht, daß die Größe $L + V$ den größten Teil des Jahres positiv ist, das heißt, daß das Wasser durch Leitung und Verdunstung überwiegend Wärme an die Luft abgibt. Wegen der hohen Wassertemperatur werden im Sommer und Herbst zeitweise hohe Beträge erreicht, die sich gegen den Winter zu verringern. Die abnorm tiefen Lufttemperaturen des Januar und Februar 1954 lassen allerdings $L + V$ zu sehr hohen Beträgen ansteigen, insbesondere an Tagen mit kräftiger Kaltluftzufuhr.

Sie erschöpften schließlich den Wärmeinhalt des tiefen Sees so weit, daß die Oberfläche größtenteils zufror, wodurch die Wärmeabgabe zeitweise stark herabgesetzt wurde.

Auffallend ist das jähe Absinken der Tagesmittel von $L + V$ im März 1954 auf Beträge um 0, ein Zustand, der bis zum Juni anhielt. Die Abb. 3 zeigt, daß beinahe in jedem Monat Tage vorkommen, an denen $L + V$ auf Beträge um 0 oder darunter absinkt.

Das Verhältnis der Tagesmittel von L zu jenen von V (in der Abbildung nicht dargestellt) zeigt einen charakteristischen Jahresgang. Es beginnt im Sommer mit Werten um 0, steigt im Herbst auf Beträge bis zu $+ 1$, überschreitet 1 in den kalten Wintermonaten und schwankt ab Mitte März außerordentlich rasch zwischen positiven und negativen Werten, so daß man einen Mittelwert anzugeben nicht mehr imstande ist. In den Frühjahrsmonaten wird das Verhältnis $L : V$ gelegentlich auch positiv, weil sowohl L wie V negativ sind.

Ein etwas ruhigeres Verhalten zeigt der Quotient der Tagesmittel $V : (L + V)$. Er beginnt mit dem Wert um $+ 1$ im Sommer, das heißt, daß der Verdunstungsanteil am Gesamtverlust annähernd 100% beträgt. Gegen den Herbst und Winter zu nimmt er auf 0,5 bis 0,4 ab, ein Wert, der auch während der ganzen Kälteperiode beibehalten wird. Ab März wird auch dieses Verhältnis außerordentlich veränderlich, der Kurvenverlauf völlig unübersichtlich, da die einzelnen Elemente des Wärmeumsatzes teils kleine Beträge aufweisen, teils aber auch ihr Vorzeichen wiederholt ändern.

Ein Vergleich der Wärmeumsatzgrößen der Abb. 3 mit den Kurvenzügen für die Luft- und die Wassertemperatur zeigt, daß das Verhältnis $V : (L + V)$ — und sinngemäß auch $L : V$ sowie $L : (L + V)$ — nahezu konstant ist, solange die Lufttemperatur im Tagesmittel unter der Wassertemperatur liegt, dagegen sofort größere positive oder negative Beträge annimmt, sobald das Tagesmittel von T_L über dem von T_w liegt. In diesem Falle nämlich stellt $L + V$ wegen des entgegengesetzten Vorzeichens von L und V eine algebraische Summe dar, deren absoluter Betrag bis auf Null absinken kann.

Der Jahresgang der Monatsmittel der Umsatzgrößen L und V ist in Tabelle 13 und Abb. 4 dargestellt.

Im Frühjahr und Sommer nimmt die Wasseroberfläche im Durchschnitt Wärme direkt von der Luft auf, am meisten im Mai und Juni, wo die Oberflächentemperatur des Sees der Lufttemperatur am stärksten nachhinkt. Mit der zunehmenden Erwärmung des Sees ändern sich die Verhältnisse. Schon im August ist der Wärmegewinn des Sees bereits einem kleinen Verlust gewichen, dieser steigert sich kontinuierlich bis in den Oktober, da nunmehr das Seewasser gegenüber der Luft immer wärmer wird. — Die Wärmeabgabe erfolgt ja aus dem Wärmevorrat des ganzen Sees und läßt die Oberfläche nur langsam erkalten. Mit November, der eine etwas unternormale Lufttemperatur aufwies, setzte ein gewaltiger Anstieg der Wärmeabgabe an die Luft ein, der sich wegen der Strenge der Monate Januar und Februar bis in den Spätwinter noch steigerte und

hier sogar die Wärmeabgabe infolge Verdunstung übertraf. Die winterlichen Verhältnisse werden im Monat März, der sonnig und trocken war, schlagartig durch das Frühjahrsregime abgelöst, in dem die Luft wieder als Wärmespender für die Wasseroberfläche auftritt.

Die Verdunstung V hat ebenfalls im Frühjahr ihre geringsten Werte, steigt aber schon im Sommer zu hohen Beträgen, die im Frühherbst ihr Maximum erreichen. Von da an nehmen sie nur langsam gegen Winterende ab, um im März plötzlich auf die geringen Frühjahrswerte abzufallen. Bemerkenswert groß ist der Unterschied zwischen den Junibeträgen 1954 und den Juliwerten 1953. Sie lassen sich durch die beinahe 4° tiefere Wassertemperatur des Juni erklären.

Die Summe aus $L + V$ liegt im Frühjahr nahe bei Null, steigt im Sommer rapid an, erhöht sich im Herbst noch weiter und erreicht schließlich im Winter ihr Maximum, bis sie im Frühjahr wieder sprunghaft auf Null absinkt.

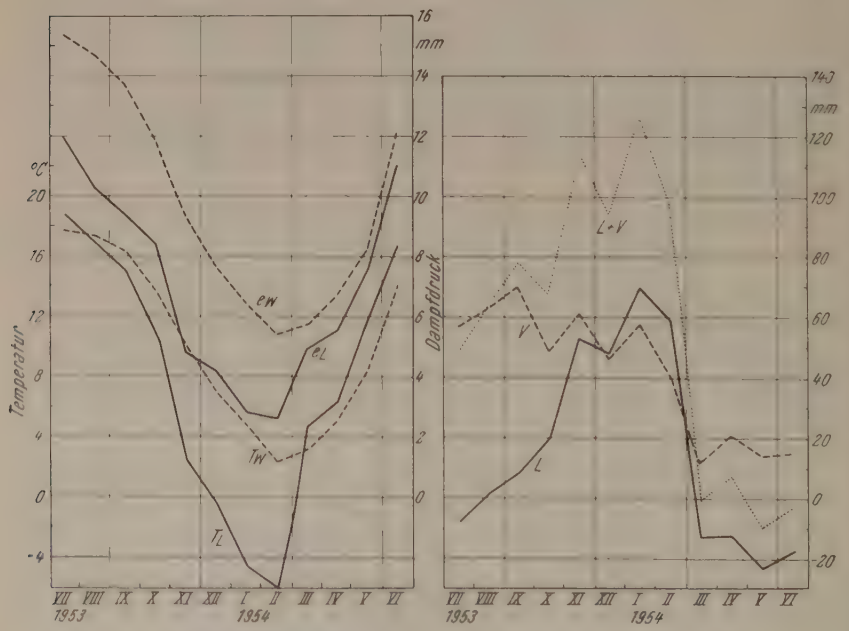


Abb. 4. Monatsmittel der Wärmeumsatzgrößen T_L, T_W, e_L, e_W, L, V und $L + V$

Für die Monatsmittel zeigt das Verhältnis $L : V$ ebenfalls einen charakteristischen Jahresgang. Im Frühjahr ist L dem absoluten Betrage nach viel größer als V, dem Vorzeichen nach entgegengesetzt, im Sommer verschwindet es gegenüber V, wächst im Herbst auf ungefähr die Hälfte

des Verdunstungsbetrages, erreicht diesen im Dezember und übertrifft ihn im Februar sogar um beinahe 50%.

Für das ganze Untersuchungsjahr Juli 1953 bis Juni 1954 betrug die gesamte Verdunstungsmenge 500 mm/cm² Seeoberfläche. Hiefür wurde dem See eine Wärmemenge von rund 30 000 cal/cm² entzogen. Das Verhältnis der Jahreswerte von $L : V$ betrug 0,36, so daß der Anteil von L an der Gesamtsumme $L + V$ 27% ausmacht.

Bei der Berechnung der Wärmemenge wurde in die Verdunstungsformel noch der Faktor $(1 + {}^1/_{273}\, T_w)$ aufgenommen und berücksichtigt, daß die Verdampfungswärme mit zunehmender Wassertemperatur linear abnimmt.

Zur Beurteilung der Absolutwerte der Verdunstungsgröße sei bemerkt, daß sie aus den gemessenen Werten von T_L, T_w, e_L, e_w und v mit Hilfe einer empirisch abgeleiteten Formel berechnet worden sind. Es kann noch nicht abgeschätzt werden, wie weit sie von den wahren Werten entfernt liegen, da die am Ort gemessenen Umsatzgrößen nicht ausreichen, den Gesamtwärmeumsatz einschließlich Strahlung zu erfassen. Dies soll erst in das Untersuchungsprogramm des Jahres 1955 aufgenom-

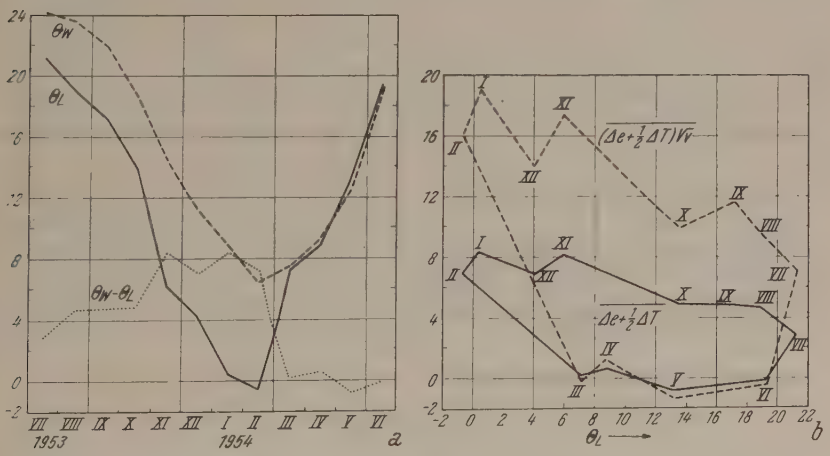


Abb. 5. a) Monatsmittel der Äquivalenttemperatur der Seeoberfläche und der Luft
b) Monatsmittel der Größen $\overline{\Delta e + \frac{1}{2}\Delta T}$ und $L + V = 0{,}41$. $(\Delta e + \frac{1}{2}\Delta T)\sqrt{v}$ in Abhängigkeit von der Äquivalenttemperatur der Luft

men werden. Wahrscheinlich muß der Proportionalitätsfaktor der Trabert-schen Formel (hier mit 0,41 angenommen) doch höher angesetzt werden, da bei den beobachteten geringen Windstärken die Verdunstungsformel von Trabert ansonsten gegenüber der Formel von Sverdrup zu geringe Werte liefert. Der Jahresgang selbst dürfte infolge der teilweisen Vereisung des Sees Ende Februar—Anfang März 1954 eine geringe Korrektur gegen kleinere Werte zu erfahren.

Ergänzend zu obigen Berechnungen wird noch auf eine Näherungsrechnung zur Berücksichtigung der Windgeschwindigkeit hingewiesen. Häufig ergibt sich die Notwendigkeit, aus Zeitersparungsgründen bei der Berechnung der Tages- und Monatsmittel der Wärmeumsatzgrößen auf die Produktbildung der stündlichen Werte ΔT, Δe mit $\overline{|v|}$ zu verzichten und statt dessen die Tages- und Monatsmittel von ΔT und Δe mit den entsprechenden Mittelwerten von $\overline{|v|}$ zu multiplizieren. Wie aus Tabelle 14 ersichtlich, zeigt sich, daß eine solche Näherungsrechnung für V meist etwas zu große Werte liefert. Für eine Abschätzung erscheinen die Werte jedoch brauchbar. Nicht so günstig liegen die Ergebnisse für die Größe $L + V$, doch sind die Abweichungen nur bedeutend, wenn die Absolutwerte von $L + V$ selbst klein sind. Da für den Monat Juli 1953 keine stündlichen Werte der Windgeschwindigkeit, sondern nur aus drei Terminen gebildete Tagesmittel vorliegen, wurde diese Methode zur Ermittlung des Julimittels von L, V und $L + V$ verwendet.

Von Interesse dürften noch die Kurvengänge der Abb. 5a sein, die die Monatsmittel der Umsatzgrößen in anderer Deutung darstellen. Wird $L + V$ gedeutet als Differenz der Äquivalenttemperaturen der Wasseroberfläche und der Luft, so sieht man, daß der große Wärmeanspruch an die Wasseroberfläche zwischen den Monaten XI und II infolge der wesentlich niedrigeren Äquivalenttemperatur der Luft resultiert. Von März bis Juni weisen dagegen Wasser und Luft nahezu dieselbe Äquivalenttemperatur auf, weshalb die Wärmeumsätze zwischen beiden nahezu verschwinden.

In Abb. 5b ist die Abhängigkeit der Monatsmittel der Größen $\Delta e + \frac{1}{2}\Delta T$ und $L + V = 0{,}41\ (\Delta e + \frac{1}{2}\Delta T)\ \overline{|v|}$ von der Äquivalenttemperatur der Luft dargestellt. Hier zeigt sich aus dem bedeutenden Unterschied von Frühjahr und Herbst das Nachhinken der Wassertemperatur im Jahresgang, was sich auf die Wärmeumsatzgrößen natürlich ebenso stark auswirkt.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, der Direktion der Oberösterreichischen Kraftwerke A. G. dafür zu danken, daß ich bei ihrem im Juli 1953 begonnenen Untersuchungsprogramm der thermischen Verhältnisse des Traunsees mitwirken durfte. Das Unternehmen hat die Untersuchung in großzügiger Weise durch Anschaffung wertvoller Instrumente, durch den Bau mustergültiger Meßanlagen und durch die Ausführung laufender Messungen und Kontrollen auch in Zeiten widriger Witterungsverhältnisse außerordentlich gefördert.

Literatur

1. Trabert, W.: Neuere Beobachtungen über Verdampfungsgeschwindigkeit. Meteorol. Z. **13**, 261 (1896).
2. Schmidt, W.: Der Massenaustausch in freier Luft und verwandte Erscheinungen. Probleme der kosmischen Physik VII. Hamburg 1925.
3. Findeisen, W.: Ein Beitrag zur Nebelentstehung. Ann. Hydr. marit. Meteorol. **61**, 305 (1933).
4. Sverdrup, H. U.: Das maritime Verdunstungsproblem. Ann. Hydr. marit. Meteorol. **64**, 41 (1936).
5. Lettau, H.: O. G. Suttons Theorie der Verdunstung in turbulenter Luft im Vergleich zu neueren Beobachtungen. Ann. Hydr. marit. Meteorol. **65**, 155 (1937).
6. Albrecht, F.: Untersuchungen über den Wärmehaushalt der Erdoberfläche in verschiedenen Klimagebieten. Wiss. Abh. d. Reichsamts f. Wetterdienst, **8**, Nr. 2. Berlin 1940.
7. Tomczak, G.: Verdunstung freier Wasserflächen. Meteorol. Z. **57**, 284 (1940).
8. Sutton, O. G.: Micrometeorology, New York 1953.
9. Neumann, J., On the Annual Variation of Evaporation from Lakes in the Middle Latitudes. Arch. Met., Geoph. Biokl., Serie B, **5**, 297 (1954).

Tabelle 1a. *Klimadaten von Gmunden-Strandbad, 1953/54 und Normalwerte*

	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI
Lufttemperatur, °C												
1851—1950 ...	17,8	17,3	14,2	9,0	3,4	—0,7	—1,8	—0,3	3,2	8,4	12,9	16,0
1953/54	18,8	16,7	15,1	10,8	2,7	—0,1	—4,6	—5,7	4,9	6,4	11,6	16,6
1953/54-N	1,0	—0,6	0,9	1,8	—0,7	0,6	—2,8	—5,4	1,7	—2,0	—1,3	0,6
Sonnenscheindauer, Stunden												
1928—1950 ...	202	206	165	107	48	38	47	86	125	141	183	194
1953/54	219	220	186	96	77	18	44	74	148	96	192	170
1953/54-N	17	14	21	— 11	29	—20	— 3	—12	23	— 45	9	— 24
Niederschlagshöhe, mm												
1890—1950 ...	166	137	112	81	69	75	81	75	72	101	116	142
1953/54	303	86	62	24	32	30	124	20	21	123	209	122
1953/54 : N ...	1,83	0,63	0,55	0,30	0,47	0,40	1,53	0,27	0,29	1,22	1,81	0,86

Tabelle 1b. *Vergleich von Nord- und Südende des Traunsees. Differenz der Monatsmittel von Gmunden und Ebensee 1953/54*

1953/54	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI
Lufttemperatur, °C												
7 Uhr	0,3	0,9	0,9	0,7	0,9	—0,1	0,4	—0,9	0,2	0,2	—0,4	—0,5
14 „	—0,5	—0,8	0,0	—0,4	—1,3	—1,0	—0,6	—1,3	—0,9	—0,7	—0,2	—0,4
21 „	0,4	0,2	1,2	0,3	0,3	—0,3	—0,4	0,7	0,2	0,1	—0,3	—0,1
Dampfdruck, mm Hg												
7 Uhr	0,2	0,5	0,7	0,6	0,6	0,1	0,0	—0,1	0,2	0,1	0,0	0,4
14 „	—1,1	—0,5	—0,1	0,4	—0,1	0,0	—0,1	—0,1	—0,1	—0,1	—0,9	—0,6
21 „	1,1	0,2	0,6	0,8	0,2	0,1	0,1	—0,1	0,6	0,4	0,4	1,4

Tabelle 2a. *Mittlere Windgeschwindigkeit Gmunden-Strandbad (km/h)*

Stunde	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI
6— 9	.	6,0	5,2	3,4	5,3	4,8	8,5	7,0	4,1	8,4	5,8	5,1
9—12	.	6,3	7,1	4,8	5,6	5,1	9,0	7,0	6,8	8,9	6,9	6,4
12—15	.	7,8	8,2	5,3	4,9	4,6	11,7	5,8	6,6	8,5	8,5	5,4
15—18	.	6,7	7,4	5,0	4,5	4,0	7,8	7,0	7,5	10,7	8,9	7,1
18—21	.	3,7	5,5	4,1	6,5	4,4	8,4	4,4	4,6	7,5	5,0	5,6
21— 6	.	4,9	5,6	3,4	4,1	4,9	6,4	5,6	3,1	5,6	4,9	4,1
Mittel	(7,6)	5,5	6,3	4,2	4,8	4,6	8,1	6,0	4,9	7,6	6,9	5,2

Tabelle 2b. *Verteilung der Windrichtung (%) in Gmunden-Strandbad 1953/54*

		N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	C
7 Uhr	So	5	1	4	7	42	8	9	3	21
	He	30	11	.	1	28	6	4	.	21
	Wi	36	18	1	.	12	7	11	2	13
	Fr	14	9	1	4	30	10	8	4	20
14 Uhr	So	10	17	12	7	14	9	11	2	19
	He	27	21	10	2	7	6	9	1	18
	Wi	39	20	1	.	6	3	12	3	14
	Fr	23	19	9	8	16	5	8	3	10
21 Uhr	So	8	7	1	1	30	6	7	6	32
	He	14	11	.	.	21	8	4	.	42
	Wi	33	17	2	.	3	4	16	2	23
	Fr	10	12	.	.	19	4	14	1	40

Tabelle 3. *Mittlerer täglicher Gang der Lufttemperatur in Gmunden-Strandbad, °C*

1953/54	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI
2 Uhr	16,2	14,0	13,0	9,3	1,3	—0,4	—4,7	—7,4	2,2	4,8	8,7	13,9
4 „	16,0	13,9	12,4	9,0	1,2	—0,4	—4,9	—7,6	1,7	4,6	8,2	13,3
6 „	16,2	13,9	11,8	8,5	1,1	—0,6	—5,0	—7,9	1,5	4,4	8,5	13,9
8 „	17,4	15,0	13,2	9,1	1,0	—0,7	—5,2	—8,0	1,9	5,0	9,8	14,7
10 „	19,6	17,2	15,6	10,6	2,4	—0,4	—4,8	—6,7	3,4	6,5	12,1	16,6
12 „	21,4	19,2	17,6	12,5	4,0	0,4	—3,7	—5,1	4,5	7,5	14,2	18,9
14 „	21,8	20,6	18,7	13,7	5,0	0,7	—3,3	—3,7	7,4	8,3	15,0	19,9
16 „	22,5	21,1	18,8	13,6	4,5	0,5	—3,6	—3,4	8,2	8,6	14,6	19,7
18 „	21,6	19,8	17,0	11,7	3,1	0,1	—4,5	—4,6	6,8	8,1	14,1	19,0
20 „	18,5	16,7	15,0	10,9	2,5	—0,3	—5,0	—5,2	4,3	6,6	11,9	17,2
22 „	16,9	15,5	14,1	10,1	2,2	—0,3	—5,1	—5,6	3,2	5,8	10,3	15,6
24 „	16,5	14,7	13,5	9,5	1,9	—0,7	—5,2	—6,2	2,1	5,2	9,2	14,5

Tabelle 4. *Mittlerer täglicher Gang des Dampfdrucks in Gmunden-Strandbad (mm Hg)*

1953/54	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI
2 Uhr	12,43	10,48	9,08	8,33	4,67	4,18	2,81	2,50	4,84	5,50	7,70	10,97
4 „	11,79	10,60	8,84	8,12	4,60	4,23	2,67	2,46	4,72	5,45	7,53	10,74
6 „	11,84	10,22	8,12	7,87	4,53	4,12	2,77	2,39	4,63	5,38	7,60	10,60
8 „	11,79	10,53	9,06	8,09	4,60	4,05	2,72	2,42	4,85	5,44	7,45	10,47
10 „	11,53	10,67	8,93	8,31	4,90	4,13	2,81	2,50	4,76	5,27	7,71	10,65
12 „	11,48	10,14	9,04	8,13	5,03	4,24	2,95	2,57	4,87	5,16	7,48	10,52
14 „	11,07	10,28	9,24	8,60	5,14	4,31	2,97	2,74	5,05	5,15	7,17	10,62
16 „	11,36	10,04	9,26	8,55	5,12	4,29	2,91	2,70	4,86	5,13	7,26	10,39
18 „	11,73	9,76	9,44	8,78	5,04	4,30	2,78	2,75	4,90	5,27	7,38	11,29
20 „	11,85	11,31	9,94	8,64	4,95	4,22	2,78	2,76	5,09	5,63	7,73	11,80
22 „	12,04	11,13	9,45	8,40	4,85	4,19	2,76	2,69	5,14	5,62	7,67	11,75
24 „	12,06	10,83	9,23	8,27	4,88	4,09	2,78	2,70	5,07	5,40	7,72	11,10

Tabelle 5. *Mittlerer täglicher Gang der Oberflächentemperatur des Traunsees, °C*

1953/54	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI
2 Uhr	17,39	17,14	16,11	13,75	10,21	7,11	4,76	2,28	2,94	5,02	8,05	13,53
4 „	,32	,18	,11	,74	,20	,13	,76	,29	,84	4,99	,02	,70
6 „	,31	,05	,09	,69	,19	,12	,74	,27	,97	5,00	,05	,68
8 „	,35	,00	,01	,66	,18	,09	,72	,30	,04	,03	,28	,85
10 „	,84	,21	,21	,70	,16	,09	,71	,33	,16	,13	,79	14,19
12 „	18,23	,61	,42	,80	,16	,08	,73	,43	,38	,25	,96	,43
14 „	,34	,85	,64	,87	,19	,11	,75	,52	,46	,31	,75	,53
16 „	,22	,80	,61	,82	,19	,09	,76	,53	,42	,30	,73	,33
18 „	,03	,46	,40	,71	,12	,06	,69	,41	,29	,29	,43	,09
20 „	17,80	,10	,26	,68	,10	,04	,68	,35	,12	,14	,15	13,84
22 „	,53	,10	,14	,66	,08	,10	,69	,31	,00	,06	,00	,77
24 „	,36	,09	,07	,66	,06	,02	,69	,22	,07	,04	,16	,62

Tabelle 6a. *Mittlerer täglicher Gang der Temperaturdifferenz Seeoberfläche — Luft, °C*

1953/54	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI
2 Uhr	1,23	3,14	3,13	4,44	8,88	7,51	9,50	9,65	0,79	0,25	—0,68	—0,38
4 „	1,37	3,31	3,68	4,74	9,00	7,58	9,67	9,88	1,10	0,42	—0,21	0,40
6 „	1,16	3,12	4,25	5,21	9,10	7,76	9,72	10,20	1,47	0,55	—0,48	—0,22
8 „	—0,05	2,01	2,79	4,60	9,19	7,82	9,91	10,27	1,14	0,06	—1,47	—0,86
10 „	—1'72	0,00	0,65	3,05	7,77	7,44	9,46	9,05	—0,26	—1,35	—3,30	—2,46
12 „	—3,18	—1,93	—1,13	1,34	6,15	6,67	8,41	7,50	—2,08	—2,36	—5,21	—4,48
14 „	—3,51	—2,78	—2,04	0,16	5,14	6,38	8,06	6,24	—4,89	—2,99	—6,38	—5,39
16 „	—4,28	—3,34	—2,24	0,22	5,69	6,63	8,38	5,98	—5,77	—3,26	—5,87	—5,39
18 „	—3,57	—2,30	—0,64	2,03	7,05	6,99	9,19	7,00	—4,47	—2,79	—5,66	—4,90
20 „	—0,69	0,38	1,21	2,81	7,62	7,30	9,67	7,56	—2,19	—1,46	—3,75	—3,33
22 „	0,61	1,64	2,00	3,56	7,89	7,44	9,76	7,96	—1,20	—0,75	—2,29	—1,78
24 „	0,88	2,38	2,60	4,20	8,19	7,72	9,90	8,45	—0,03	—0,18	—1,09	—0,91

Tabelle 6b. *Höchste Stundenwerte der Temperaturdifferenz Seeoberfläche — Luft, °C*

1953/54	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI
2 Uhr	4,5	6,8	10,3	10,4	15,8	11,6	21,4	20,3	5,9	4,3	3,3	3,6
4 „	5,3	7,5	11,7	11,3	16,1	11,5	22,2	20,4	5,9	5,7	4,4	4,6
6 „	4,5	6,1	11,9	12,5	16,5	11,6	23,2	20,9	5,5	6,7	2,5	3,9
8 „	4,0	5,9	8,5	12,2	16,6	11,6	23,1	22,3	5,5	4,7	1,4	2,6
10 „	3,5	5,3	4,5	9,5	14,4	11,7	21,5	21,1	5,2	4,1	1,6	1,7
12 „	3,5	5,5	4,6	7,6	12,7	10,7	19,2	19,7	4,3	4,7	1,8	1,9
14 „	4,0	5,4	4,8	5,8	10,2	10,7	17,0	18,1	3,5	4,3	1,7	2,9
16 „	3,5	4,7	4,1	6,1	11,3	10,9	17,7	17,8	2,1	3,9	1,0	4,4
18 „	4,0	3,9	4,8	6,4	12,5	11,7	19,1	19,4	3,1	3,8	1,1	4,2
20 „	3,1	5,0	6,3	9,1	13,7	11,9	19,8	20,1	3,6	3,9	1,7	4,3
22 „	4,2	6,6	7,5	9,9	14,2	11,5	20,2	19,7	4,3	4,4	2,0	4,1
24 „	5,0	5,6	8,6	11,0	14,8	11,5	21,1	19,9	5,1	4,5	2,2	4,5

Tabelle 6c. *Niedrigste Stundenwerte der Temperaturdifferenz Seeoberfläche — Luft, °C*

1953/54	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI
2 „	— 1,3	— 0,7	— 2,0	—0,1	1,5	—1,7	—4,3	—1,5	— 4,4	— 4,8	— 4.4	— 5,3
4 „	— 1,6	— 0,8	— 1,8	0,0	3,3	—5,3	—6,5	—2,0	— 4,9	— 5,8	— 3,9	— 2,6
6 „	— 1,5	— 1,2	— 0,9	0,4	3,3	—5,2	—6,5	—1,9	— 3,7	— 6,7	— 3,5	— 4,2
8 „	— 5,8	— 1,6	— 1,8	—0,2	3,1	—2,2	—5,6	—0,9	— 3,1	— 6,7	— 4,1	— 5,7
10 „	— 7,7	— 6,1	— 5,3	—1,1	0,3	—1,3	—3,1	—3,4	— 6,2	— 6,3	— 7,1	— 8,6
12 „	— 9,7	—10,5	—10,5	—3,8	—4,1	—2,9	—4,9	—5,6	— 8,6	— 7,4	—11,6	—11,5
14 „	—12,6	—11,7	—10,3	—7,8	—4,4	—2,8	—2,4	—3,2	—12,7	—10,9	—14,0	—14,1
16 „	—14,1	—10,3	— 9,1	—6,5	—1,6	—2,4	—2,2	—3,6	—14,5	—10,5	—14,8	—15,3
18 „	—12,5	— 7,4	— 7,3	—5,1	—1,3	—0,4	—2,8	—1,1	—13,1	—10,3	—14 8	—12,4
20 „	— 6,5	— 4,3	— 5,2	—4,1	—1,0	—1,0	—2,4	—1,6	— 8,8	— 6,8	—10,4	— 9,1
22 „	— 4,5	— 1,5	— 4,6	—3,6	—1,7	—1,3	—2,8	—1,1	— 8,5	— 5,4	— 6,2	— 5,2
24 „	— 2,8	— 1,0	— 2,9	—0,4	—1,9	—1,4	—3,5	—1,2	— 3,9	— 4,8	— 4,5	— 5,3

Tabelle 7a. *Mittlerer Tagesgang der Dampfdruckdifferenz Seeoberfläche — Luft, mm Hg*

1953/54	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI
2 Uhr	2,88	4,21	4,27	3,47	4,70	3,40	3,63	2,89	0,82	1,04	0,42	0,69
4 „	3,12	4,37	4,31	3,69	4,76	3,37	3,74	2,93	0,91	1,07	0,57	1,03
6 „	3,02	4,10	4,55	3,89	4,83	3,47	3,66	3,02	1,03	1,14	0,48	1,17
8 „	3,14	4,03	4,21	3,66	4,58	3,53	3,66	2,99	0,95	1,10	0,80	1,41
10 „	3,86	4,13	4,42	3,47	4,41	3,46	3,53	2,92	0,99	1,31	0,91	1,59
12 „	4,30	5,08	4,66	3,40	4,28	3,35	3,47	2,85	0,98	1,49	1,17	1,90
14 „	4,57	5,13	4,66	3,30	4,21	3,21	3,47	2,75	0,84	1,53	1,43	1,88
16 „	4,45	5,35	4,62	3,34	4,22	3,29	3,52	2,79	1,00	1,69	1,25	1,62
18 „	3,90	5,28	4,22	2,99	4,28	3,26	3,64	2,70	0,91	1,39	0,94	0,85
20 „	3,02	3,34	3,52	3,13	4,34	3,32	3,63	2,67	0,64	1,00	0,45	0,07
22 „	2,58	3,58	3,89	3,35	4,43	3,36	3,64	2,73	0,58	0,93	0,42	0,12
24 „	2,90	3,82	4,05	3,47	4,48	3,46	3,65	2,69	0,63	0,98	0,45	0,30

Tabelle 7b. *Höchste Stundenwerte der Dampfdruckdifferenz Seeoberfläche — Luft, mm Hg*

1953/54	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI
2 Uhr	5,7	8,0	7,0	8,3	6,0	4,3	5,2	5,1	2,1	3,5	2,8	3,7
4 „	7,0	8,0	7,4	8,2	6,2	4,5	5,3	5,1	2,5	3,5	2,6	3,7
6 „	6,9	8,8	7,1	8,1	6,7	4,4	5,4	5,1	2,8	3,5	2,2	4,8
8 „	6,9	8,5	7,4	8,0	6,4	4,5	5,3	5,1	2,8	3,6	3,4	4,1
10 „	6,7	7,9	8,1	8,5	5,7	4,5	5,2	5,1	3,0	4,0	3,9	4,7
12 „	7,6	8,8	8,6	8,3	5,5	4,5	5,2	5,1	3,5	4,2	3,5	5,3
14 „	8,5	10,2	8,3	8,4	5,4	4,5	5,0	4,9	4,3	3,8	4,0	4,5
16 „	8,8	9,2	8,7	8,5	5,6	4,4	5,1	4,9	3,7	4,1	5,0	6,2
18 „	8,2	10,1	8,4	7,1	5,6	4,5	5,2	4,9	3,2	3,7	4,7	4,0
20 „	6,7	6,9	7,5	7,9	5,8	4,4	5,1	4,9	1,9	3,5	3,4	4,0
22 „	5,9	7,2	7,3	8,3	5,8	4,3	5,1	4,9	1,7	3,4	3,9	4,3
24 „	5,9	7,2	7,2	8,3	5,9	4,3	5,2	4,9	2,0	4,3	2,7	3,9

Tabelle 7c. *Niedrigste Stundenwerte der Dampfdruckdifferenz Seeoberfläche — Luft, mm Hg*

1953/54	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI
2 Uhr	0,5	1,0	0,6	0,3	2,4	2,0	−0,7	0,5	−0,5	−1,8	−1,9	−1,6
4 „	0,4	1,2	0,8	0,3	2,8	0,5	−0,4	0,4	−0,7	−1,7	−1,8	−1,3
6 „	0,3	0,9	1,1	0,5	2,8	1,1	−0,6	0,4	−0,5	−1,6	−1,5	−0,6
8 „	0,6	2,1	0,7	0,4	2,6	1,1	−0,3	0,4	−0,7	−1,5	−1,4	−1,1
10 „	1,1	1,2	0,8	0,2	2,0	1,3	−0,3	0,5	−0,3	−1,6	−2,2	−1,1
12 „	0,7	1,1	−1,7	0,3	1,9	1,1	−0,1	0,8	−0,4	−1,9	−2,1	−1,6
14 „	0,2	1,2	0,5	0,6	2,1	1,0	0,0	0,5	−1,0	−1,9	−1,0	−2,1
16 „	0,3	1,4	−0,5	−0,3	2,2	1,3	0,1	0,6	−0,8	−1,6	−2,8	−4,2
18 „	−1,4	1,2	−0,4	0,3	2,5	1,2	0,1	0,5	−0,7	−2,2	−3,1	−6,1
20 „	−0,9	−0,2	−1,1	0,4	1,5	1,3	0,1	0,1	−0,9	−2,2	−2,8	−4,1
22 „	−1,7	0,1	0,0	0,4	2,2	1,4	0,0	0,4	−0,8	−2,2	−2,2	−2,8
24 „	−0,2	1,4	0,3	0,3	2,5	1,4	−0,5	0,6	−1,7	−1,9	−1,9	−2,1

Tabelle 8a. *Mittlerer Tagesgang der Größe* $(\Delta e + \frac{1}{2} \Delta T)$

1953/54	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI
2 Uhr	3,58	5,80	5,83	5,70	9,19	7,15	8,41	7,75	1,09	1,13	0,09	0,51
4 ,,	3,84	6,05	6,14	6,07	9,28	7,16	8,60	7,84	1,44	1,28	0,47	1,20
6 ,,	3,63	5,66	6,61	6,51	9,58	7,38	8,61	8,12	1,76	1,44	0,28	1,06
8 ,,	3,12	5,02	5,60	5,93	9,38	7,45	8,65	8,15	1,50	1,12	0,05	0,95
10 ,,	3,02	4,12	4,73	5,01	8,32	7,20	8,35	7,49	0,89	0,66	−0,75	0,57
12 ,,	2,73	4,12	4,05	4,07	7,01	6,70	7,74	6,67	−0,06	0,28	−1,46	−0,34
14 ,,	2,60	3,61	3,62	3,05	6,78	6,48	7,52	5,85	−1,61	0,03	−1,78	−0,99
16 ,,	2,31	3,72	3,53	3,44	6,77	6,61	7,70	5,74	−1,90	−0,08	−1,87	−1,07
18 ,,	2,11	4,17	3,90	4,01	7,75	6,76	8,24	6,21	−1,20	−0,03	−1,89	−1,61
20 ,,	2,67	3,46	4,12	4,52	8,18	6,98	8,48	6,46	−0,43	0,30	−1,44	−1,67
22 ,,	2,73	4,20	4,88	5,14	8,38	7,08	8,54	6,67	−0,07	0,55	−0,71	−0,78
24 ,,	3,33	4,83	5,35	5,55	8,58	7,32	8,59	6,95	0,62	0,90	−0,09	−0,18

Tabelle 8b. *Höchste Stundenwerte der Größe* $(\Delta e + \frac{1}{2} \Delta T)$

1953/54	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI
2 Uhr	7,8	10,9	12,0	11,9	13,9	10,1	15,9	15,0	4,9	5,9	3,6	5,4
4 ,,	9,6	10,7	12,8	12,0	14,0	10,2	16,4	15,0	4,9	6,1	4,1	6,0
6 ,,	9,1	11,5	13,1	13,0	14,3	10,3	17,0	15.3	5,5	6,5	3,1	6,1
8 ,,	8,9	11,2	10,5	12,7	14,4	10,5	16,9	16,3	5,0	5,9	3,4	5,2
10 ,,	8,1	10,0	10,0	11,5	12,7	10,5	16,0	15,6	4,4	4,8	3,5	5,9
12 ,,	7,8	10,4	9,3	11,1	11,3	9,7	14,8	15,0	3,7	4,3	3,2	6,0
14 ,,	8,1	10,6	9,7	10,5	10,3	9,8	13,5	14,0	3,1	4,1	3,4	5,7
16 ,,	8,3	9.7	9,8	10,8	10,5	9,8	13,9	13,8	2,4	3,6	3,4	6,1
18 ,,	7,3	8,9	9,9	11,2	11,5	10,0	14,7	14,6	2,9	3,6	3.4	6,1
20 ,,	6,8	9,4	10,5	11,4	12,4	10,3	15,1	15,0	3,1	4,2	3,0	5,8
22 ,,	7,7	10,5	10,7	11,7	12,9	10,1	15,3	14,8	3,7	4,5	3,6	5,9
24 ,,	7,9	10,0	10,8	11,7	13,3	10,2	15,7	14,9	4,3	6,1	3,5	6,2

Tabelle 8c. *Niedrigste Stundenwerte der Größe* $(\Delta e + \frac{1}{2} \Delta T)$

1953/54	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI
2 Uhr	−0,2	1,2	0,5	0,3	3,1	1,2	−2,9	−0,2	−1,6	−3,6	−4,0	− 3,4
4 ,,	0,1	0,8	0,3	0,3	4,6	−2,2	−2,2	−0,6	−1,4	−4,6	−3,8	− 2,5
6 ,,	−0,6	0,3	1,4	0,7	4,5	−1,7	−2,3	0,2	−1,3	−4,9	−3,2	− 1,7
8 ,,	−2,3	1,6	0,2	0,4	4,2	0,0	−1,8	0,3	−1,9	−4,9	−3,5	− 2,7
10 ,,	−2,1	−0,2	0,1	0,1	2,1	0,7	−1,8	−0,1	−2,7	−4,5	−4,9	− 4,6
12 ,,	−5,3	−2,3	−4,4	−0,5	0,7	−0,4	−1,8	−0,9	−3,3	−5,1	−5,6	− 6,9
14 ,,	−5,3	−0,7	−2,3	−0,8	0,8	−0,4	−1,2	−0,8	−6,8	−6,7	−6,1	−10,2
16 ,,	−5,7	−2,5	−2,7	−0,6	1,8	0,1	−0,6	−0,8	−7,8	−6,9	−6,5	−10,9
18 ,,	−5,5	−2,3	−3,0	0,0	2,5	1,0	−0,9	−0,1	−7,0	−7,2	−6,3	−12,3
20 ,,	−1,7	−1,8	−2,7	0,2	1,0	1,8	−1,1	−0,7	−5,3	−5,6	−6,1	− 6,2
22 ,,	−2,6	−0,4	−0,7	0,3	1,4	2,0	−1,8	−0,2	−4,8	−6,6	−4,7	− 4,8
24 ,,	−0,2	1,7	−1,2	0,1	1,5	2,1	−2,3	0,2	−3,8	−3,9	−3,6	− 4,3

Tabelle 9. *Häufigkeitsverteilung der Werte von L : V*

Fall	Klassenintervall L:V	Nachts 19—6 Uhr VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI	Jahr
	20 bis ∞	1	.	.	.						1	1		3
	5 „ 20	.	.	.	.						.	2		2
	2,5 „ 5	.	.	1	.						.	4		5
L > V	1,68 „ 2,5	.	.	.	.		.	75	109		.	1		185
	1,25 „ 1,68	.	.	.	.	17	55	141	134	45	4	1	.	397
	1,00 „ 1,25	.	.	.	.	106	242	44	39	50	19	6	.	506
I														
	0,80 „ 1,00	.	.	5	41	146	25	25	12	36	23	8	1	322
	0,60 „ 0,80	1	6	38	117	51	20	22	4	19	24	24	15	341
	0,40 „ 0,60	32	129	85	78	24	16	18	7	22	38	28	35	511
L < V	0,20 „ 0,40	143	93	105	50	4	8	4	3	11	26	32	26	505
	0,05 „ 0,20	49	51	41	25	3	.	3	.	9	26	24	23	254
	0,00 „ 0,05	22	21	15	6	.	1	.	.	6	12	7	15	105
	— 20 bis —∞	.	.	3		.	.	1	.	14	5	17	3	48
	— 5 „ —20	3	.	1		.	1	3	1	17	3	17	5	51
	— 2,5 „ —5	5	4	2		.	.	4	.	29	5	13	11	73
|L|>|V|	—1,68 „ —2,5	7	.	2		.	2	3	2	19	6	10	10	61
	—1,25 „ —1,68	7	3	5		.	.	1	3	7	7	7	4	44
	—1,00 „ —1,25	9	2	0	2	.	.	1	2	7	9	4	4	40
II														
	—0,80 „ —1,00	6	1	1	0	.	.	1	1	4	13	4	16	47
	—0,60 „ —0,80	10	4	7	6	1	.	.	5	4	21	6	12	76
|L|<|V|	—0,40 „ —0,60	22	7	13	9	1	2	8	3	7	18	8	17	115
	—0,20 „ —0,40	14	11	17	19	4	.	8	10	6	18	17	23	147
	—0,05 „ —0,20	26	24	12	17	3	.	1	1	7	7	6	9	113
	0,00 „ —0,05	9	14	5	2	.	.	.	.	1	6	3	3	43
	[20] bis [∞]	.	.	.	.	.	.	1	.	.	1	4	3	9
	[5] „ [20]	1	1	1				.	.	.	3	15	6	27
	[2,5] „ [5]	.	1	.				7	.	2	9	32	18	69
|L|>|V|	[1,68] „ [2,5]	1	.	.				1	.	17	23	30	27	99
	[1,25] „ [1,68]	.	.	1				.		10	13	13	19	56
	[1,00] „ [1,25]	.	.	.						12	14	15	19	60
III														
	[0,80] „ [1,00]	3	.	.						10	6	12	25	56
	[0,60] „ [0,80]	1								1	.	.	6	8
	[0,40] „ [0,60]	.								.	.	1	.	1
|L|<|V|	[0,20] „ [0,40]	.								.	.	.	.	.
	[0,05] „ [0,20]	1								.	.	.	.	1
	[0,00] „ [0,05]	.												.

Fall	Klasse	Summen-												
I	$L > V$	1	.	1	.	123	297	260	282	95	24	15	.	1.098
	$L < V$	246	300	289	317	228	70	72	26	103	149	123	115	2.038
	Σ	247	300	290	317	351	367	332	308	198	173	138	115	3.136
II	$\|L\| > \|V\|$	31	9	13	2	.	3	13	8	93	35	68	42	317
	$\|L\| < \|V\|$	87	61	55	53	9	2	18	20	29	83	44	80	541
	Σ	118	70	68	55	9	5	31	28	122	118	112	122	858
III	$\|L\| > \|V\|$	2	2	2	.	.	.	9	.	41	63	109	92	320
	$\|L\| < \|V\|$	5	.	.	.	.	.	.	.	11	6	13	31	66
	Σ	7	2	2	.	.	.	9	.	52	69	122	123	386

(Zahl der Stunden im Jahr) 1953/54

Tags 7—18 Uhr													Tag + Nacht
VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI	Jahr	Jahr
						1						1	4
						.						.	2
						.						.	5
.	.					52	78					130	315
1	.		.	12	26	125	105	34	4			306	703
.	.	.	.	68	240	66	63	20	11	1		469	975
.	.	.	4	128	39	27	26	10	19	.		253	575
.	1	6	39	64	19	29	15	12	19	2	1	207	548
4	41	33	58	38	17	15	7	3	14	4	7	241	752
51	62	65	55	19	15	9	3	11	19	20	13	362	867
37	41	49	21	8	1	4	2	12	12	14	21	222	476
19	29	23	16	2	1	2	3	5	10	16	4	130	235
5	.	.	.	.	.	2	.	14	3	15	6	45	99
4	1	1	.	.	.	2	1	27	3	34	3	76	124
14	6	8	4	.	.	5	2	25	11	40	28	143	212
14	3	9	11	.	2	3	5	41	25	34	26	173	231
2	4	3	12	.	2	1	7	21	27	23	33	135	178
14	8	8	16	.	2	2	5	12	22	19	25	133	172
13	16	23	12	1	2	.	4	14	24	11	20	140	187
16	20	14	22	3	1	4	1	18	20	18	33	170	246
55	39	14	24	1	2	3	1	13	20	12	22	206	321
59	46	44	25	5	1	3	6	21	24	21	27	282	431
51	44	44	43	9	2	9	2	6	16	15	22	263	376
8	10	9	8	2	.	.	.	.	2	4	9	52	95
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	8	.	8	18
1	1	.	.			5	.	.	7	16	15	45	72
.	.	1	1			3	.	7	20	16	16	64	133
4	.	2	.					21	15	8	13	63	162
		3	.					9	8	10	4	34	90
		1	.					6	4	6	4	21	87
								10	.	5	5	20	57
									.	.	3	3	5
									1			2	3
												.	.
													1
													.

bildung

1	.	.	.	80	266	244	246	54	15	1	.	907	2.005
111	174	176	193	259	92	86	56	53	93	56	46	1.395	3.433
112	174	176	193	339	358	330	302	107	108	57	46	2.302	5.438
53	22	29	43	.	6	15	20	140	91	165	121	705	1.022
202	175	148	134	21	8	19	14	72	106	81	133	1.113	1.654
255	197	177	177	21	14	34	34	212	197	246	254	1.818	2.676
5	1	7	1	.	.	8	.	43	54	64	52	235	555
.	.	.	1	.	.	.	.	10	1	5	8	25	91
5	1	7	2	.	.	8	.	53	55	69	60	260	646

Tabelle 10. *Mittlerer Tagesgang von* $L = \frac{1}{2} \Delta T \sqrt{v}$

1953/54	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI
2 Uhr	2,7	3,3	4,0	8,8	7,4	9,2	10,4	0,5	−0,3	−0,6	−0,2
4 ,,	2,9	3,9	4,3	9,1	7,6	8,6	10,6	0,9	−0,3	−0,2	0,3
6 ,,	2,8	4,6	4,8	9,1	7,8	9,5	11,0	1,3	−0,1	−0,4	−0,2
8 ,,	2,2	3,2	5,2	10,1	7,6	11,5	13,1	0,4	−0,2	−1,6	−0,8
10 ,,	0,1	1,2	3,8	11,0	8,2	11,6	11,4	−1,4	−2,3	−4,0	−2,7
12 ,,	−2,0	−1,4	1,1	7,1	7,4	10,7	9,4	−2,6	−3,8	−6,2	−4,9
14 ,,	−4,0	−2,6	0,8	5,6	6,1	10,9	7,1	−5,7	−4,2	−8,1	−6,5
16 ,,	−3,5	−1,8	0,4	5,4	6,3	9,7	8,4	−8,0	−5,0	−8,3	−6,7
18 ,,	−2,9	0,0	1,8	6,6	6,7	10,7	9,8	−6,5	−4,7	−7,6	−6,0
20 ,,	0,3	0,9	2,4	9,0	6,9	11,2	8,4	−2,2	−1,7	−3,0	−3,8
22 ,,	1,5	1,7	3,2	7,8	7,1	9,4	7,9	−1,2	−1,0	−1,8	−1,3
24 ,,	2,3	2,4	3,7	8,0	7,4	10,2	8,7	−0,2	−0,5	−1,0	−0,7

Tabelle 11a. *Mittlerer Tagesgang von* $V = \Delta e \sqrt{v}$

1953/54	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	III	VI	V	VI
2 Uhr	7,8	10,0	6,4	9,0	7,0	7,5	6,3	1,4	2,2	1,2	1,3
4 ,,	8,0	10,0	6,9	8,8	6,9	7,6	6,5	1,5	2,3	1,3	2,1
6 ,,	7,7	10,5	7,2	9,3	7,1	7,4	6,7	1,7	2,4	1,1	2,4
8 ,,	9,7	9,4	8,4	10,4	7,2	9,0	7,5	1,8	3,3	2,0	3,3
10 ,,	9,5	11,8	8,4	10,4	7,6	9,3	7,3	2,4	3,7	2,4	3,8
12 ,,	11,5	12,7	8,0	10,1	7,4	8,8	7,3	2,5	4,1	2,9	4,3
14 ,,	13,6	13,4	7,7	8,9	6,6	9,6	6,4	1,9	4,2	3,8	3,8
16 ,,	12,5	12,2	6,9	8,4	6,5	8,7	7,3	2,8	4,8	3,9	3,8
18 ,,	11,9	11,6	6,2	8,5	6,4	9,0	7,1	2,5	4,4	2,9	1,7
20 ,,	6,2	8,5	5,7	10,3	6,5	8,6	5,7	1,4	2,6	1,5	−0,03
22 ,,	6,4	9,6	6,2	8,8	6,7	8,5	5,7	1,1	1,9	1,2	0,4
24 ,,	6,8	9,8	6,4	9,0	7,0	7,9	5,6	1,1	2,0	1,3	0,6

Tabelle 11b. *Höchste Stundenwerte von* $V = \Delta e \sqrt{v}$

1943/54	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI
2 Uhr	27,8	32,1	22,3	19,8	10,7	20,4	19,3	5,1	10,1	7,9	8,3
4 ,,	27,8	31,1	22,1	19,8	11,4	20,4	19,3	5,5	10,6	7,1	8,2
6 ,,	30,6	29,0	21,8	19,8	13,1	20,4	19,3	5,9	10,6	6,0	8,2
8 ,,	21,9	32,7	29,8	17,3	12,5	18,1	21,3	5,0	15,7	11,3	11,6
10 ,,	20,0	37,1	25,2	17,2	12,9	18,2	17,5	7,0	13,8	13,3	13,6
12 ,,	21,1	38,0	24,6	16,6	11,4	18,9	17,5	7,3	13,8	13,3	15,3
14 ,,	29,6	34,2	27,1	16,3	11,7	21,7	14,0	6,9	11,8	15,7	12,7
16 ,,	28,0	35,6	22,2	19,4	14,0	16,4	21,8	9,4	18,1	15,5	23,9
18 ,,	27,9	33,2	22,2	19,8	12,2	16,4	21,8	8,8	18,7	14,5	19,8
20 ,,	24,2	24,0	21,6	20,6	14,4	26,0	16,8	6,2	15,5	11,6	9,6
22 ,,	25,1	32,6	22,3	19,8	12,1	20,0	19,0	5,1	7,0	8,2	11,1
24 ,,	25,1	35,0	22,3	19,5	11,8	20,4	19,3	5,7	8,9	8,9	9,3

Tabelle 11c. *Niedrigste Stundenwerte von* $V = \Delta e \sqrt{v}$

1953/54	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI
2 Uhr	1,3	0,7	0,3	4,4	1,7	−1,9	1,4	−0,7	−2,6	−5,0	−5,1
4 ,,	1,5	0,6	0,3	5,0	1,2	−1,1	1,3	−1,3	−5,6	−5,0	−3,4
6 ,,	1,1	0,6	0,5	4,4	1,8	−1,7	1,3	−0,7	−4,9	−4,1	−1,5
8 ,,	3,9	0,7	0,3	5,5	3,2	−1,5	0,9	−1,1	−6 4	−2 9	−3,3
10 ,,	1,8	1,9	0,3	4,1	2,0	−1,0	1,0	−2,4	−5,5	−5,7	−3,4
12 ,,	1,8	−4,0	0,6	5,2	1,7	−0,3	1,5	−1,0	−6,5	−5,4	−4,1
14 ,,	0,1	1,6	0,7	2,6	2,0	0,0	0,8	−2,1	−5,8	−9,9	−10,6
16 ,,	0,3	−0,8	−0,6	3,6	1,1	0,4	0,9	−2,1	−6,3	−7,1	−9,7
18 ,,	0,4	−0,7	0,7	3,2	1,1	3,0	0,9	−2,3	−9,2	−7,8	−14,2
20 ,,	−0,2	−2,8	0,4	3,5	1,9	0,5	0,7	−1,3	−6,5	−3,2	−13,1
22 ,,	0,1	0,0	0,5	5,3	1,4	0,0	1,0	−1,2	−6,5	−5,6	−4,7
24 ,,	0,8	0,5	0,4	5,2	1,7	−1,4	0,9	−4,3	−4,6	−4,7	−5,2

Tabelle 12a. *Mittlerer Tagesgang von* $L + V = (\Delta e + \frac{1}{2} \Delta T) \sqrt{v}$

1953/54	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI
2 Uhr	10,5	13,3	10,4	17,8	14,4	16,7	16,7	1,9	1,9	0,6	1,1
4 „	10,9	13,9	11,2	17,9	14,5	16,2	17,1	2,4	2,0	1,1	2,4
6 „	10,5	15,1	12,0	18,4	14,9	16,9	17,7	3,0	2,3	0,7	2,2
8 „	11,9	12,6	13,6	20,5	14,8	20,5	20,6	2,2	3,1	0,4	2,5
10 „	9,6	13,0	12,2	21,4	15,8	20,9	18,7	1,0	1,4	−1,6	1,1
12 „	9,5	11,3	9,9	17,2	14,8	19,5	16,7	−0,1	0,3	−3,3	−0,6
14 „	9,6	10,8	8,5	14,5	12,7	20,5	13,5	−3,8	0,0	−4,3	−2,7
16 „	9,0	10,4	7,3	13,8	12,8	18,4	15,7	−5,2	−0,2	−4,4	−2,9
18 „	9,0	11,6	8,0	15,1	13,2	19,7	16,9	−4,0	−0,3	−4,7	−4,3
20 „	6,5	9,4	8,1	19,3	13,4	19,8	14,1	−0,8	0,9	−1,5	−3,8
22 „	7,9	11,3	9,4	16,6	13,8	17,9	13,6	−0,1	0,9	−0,6	−0,9
24 „	9,1	12,2	10,1	17,0	14,4	18,1	14,3	0,9	1,5	0,3	−0,1

Tabelle 12b. *Höchste Stundenwerte von* $L + V = (\Delta e + \frac{1}{2} \Delta T) \sqrt{v}$

1953/54	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI
2 Uhr	37,9	37,6	32,3	40,4	24,5	55,3	55,2	10,9	13,2	9,8	12,3
4 „	37,2	39,4	32,0	41,1	24,8	56,0	56,7	10,3	18,0	8,7	13,6
6 „	40,0	42,2	31,2	41,4	25,0	56,0	57,8	11,6	18,6	7,7	12,6
8 „	28,9	44,5	41,7	38,6	27,6	53,0	68,1	12,2	25,7	11,3	14,7
10 „	25,7	49,4	34,0	37,4	27,8	52,0	51,6	11,2	19,5	11,4	17,1
12 „	26,0	45,0	32,8	33,4	25,7	52,0	49,8	9,4	16,7	11,0	17,3
14 „	39,8	37,5	34,1	26,4	24,1	57,5	40,6	6,0	16,0	13,4	11,6
16 „	35,9	40,5	29,0	28,3	26,9	40,9	60,1	5,1	17,0	11,0	19,2
18 „	34,0	39,8	30,4	36,0	27,2	44,3	60,5	6,2	18,6	11,0	16,3
20 „	32,9	27,8	29,4	41,2	31,4	48,0	51,2	5,8	18,2	10,9	15,4
22 „	32,0	27,8	30,4	39,6	23,4	51,5	52,0	8,2	9,3	10,0	9,5
24 „	30,5	28,2	31,0	39,6	23,1	54,5	52,0	9,6	12,6	9,6	10,1

Tabelle 12c. *Niedrigste Stundenwerte von* $L + V = (\Delta e + \frac{1}{2} \Delta T) \sqrt{v}$

1953/54	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI
2 Uhr	1,8	0,8	0,3	5,7	3,1	− 3,8	−0,6	− 4,7	−10,5	−10,8	− 7,8
4 „	2,0	0,7	0,3	7,9	−5,6	− 8,6	−1,9	− 5,5	−16,6	−10,5	− 6,5
6 „	1,1	0,8	0,7	8,2	−4,3	− 7,2	0,6	− 4,4	−16,1	− 8,8	− 3,3
8 „	4,3	0,7	0,4	10,2	0,0	− 5,8	0,8	− 4,0	−20,8	− 7,9	− 2,8
10 „	−0,3	− 4,7	0,2	4,4	1,1	− 5,9	−0,2	− 8,0	−18,9	−12,6	−12,2
12 „	−3,4	−10,1	−0,9	1,4	−0,6	− 4,2	−3,2	−10,2	−21,4	−17,9	−23,5
14 „	−5,6	− 6,2	−2,4	0,9	−1,0	− 3,4	−2,6	−16,8	−21,5	−17,9	−33,8
16 „	−5,8	− 7,2	−1,2	3,4	0,1	− 2,7	−1,6	−27,0	−24,7	−19,5	−23,8
18 „	−5,4	− 8,0	0,0	5,1	0,9	− 3,0	−0,2	−24,2	−25,8	−19,6	−28,6
20 „	−2,1	− 6,8	0,2	3,0	3,7	− 5,4	−1,3	− 7,8	−19,0	−10,3	−21,3
22 „	−0,3	− 1,2	0,4	3,6	3,8	− 8,6	−0,5	−12,2	− 13,4	−10,5	− 9,4
24 „	1,3	− 1,6	0,3	3,8	3,9	−11,0	0,5	− 9,4	− 12,5	− 9,7	− 9,9

Tabelle 13. *Monatsmittel und -summen der Wärmeumsatzgrößen für den Traunsee*

1952/54	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI	Jahr
T_L °C	18,8	16,9	15,1	10,8	2,5	−0,4	−4,6	−6,0	4,6	6,3	11,5	16.6	7,7
T_W °C	17,7	17,3	16,3	13,7	10,1	7,0	4,7	2,3	3,1	5,1	8,4	14,0	10,0
$T_W - T_L$ °C	−1,1	0,4	1,2	2,9	7,6	7,4	9,3	8,3	−1,5	−1,2	−3,1	−2,6	2,3
e_L mm	11,9	10,3	9,4	8,4	4,8	4,2	2,8	2,6	4,9	5,5	7,5	11,0	7,0
e_W mm	15,3	14,7	13,7	11,8	9,3	7,6	6,4	5,4	5,7	6,7	8,3	12,1	9,8
$e_W - e_L$ mm	3,4	4,4	4,3	3,4	4,5	3,4	3,6	2,8	0,8	1,2	0,8	1,1	2,8
$\Delta e + \frac{1}{2}\Delta T$	2,9	4,6	4,8	4,9	8,3	7,0	8,3	7,0	0,2	0,6	−0,8	−0,2	4,0
Θ_L	21,2	18,9	17,1	13,7	6,1	4,1	0,4	−0,6	7,2	8,7	13,3	19,4	10,8
Θ_W	24,1	23,5	21,9	18,6	14,4	11,1	8,7	6,4	7,4	9,3	12,5	19,2	14,8
L (mm/*Monat*)	(−8,4)	1,3	8,1	20,0	52,8	47,9	69,3	58,5	−12,9	−12,8	−23,3	−18,1	182,4
V „	(56,5)	63,0	69,9	48,5	60,8	46,2	57,2	39,8	12,2	20,4	14,0	14,8	503,3
$L + V$ „	(48,1)	64,3	78,0	68,5	113,6	94,1	126,5	98,3	−0,7	7,6	−9,3	−3,3	685,7
$L : V$	−0,15	0,02	0,12	0,41	0,87	1,04	1,21	1,47	−1,06	−0,63	−1,67	−1,22	0,36
$L : (L + V)$	−0,17	0,02	0,10	0,30	0,46	0,51	0,55	0,60	18,0	−1,68	2,49	5,49	0,27
$V : (L + V)$	1,17	0,98	0,90	0,70	0,54	0,49	0,45	0,40	−17,0	2,68	−1,49	−4,49	0,73
L (cal/cm² *Monat*)	(−523)	80	505	1.240	3.240	2.920	4.190	3.520	−779	−775	−1.420	−1.120	11.078
V „	(3.520)	3.940	4.350	3.000	3.740	2.820	3.460	2.390	735	1.230	851	915	30.951
$L + V$ „	(2.997)	4.020	4.855	4.240	6.980	5.740	7.650	5.910	−44	455	−569	−205	42.029

Tabelle 14. *Verhältnis des Näherungswertes zum exakten Wert*

$\frac{c \cdot \overline{\Delta e} \cdot \sqrt{\overline{v}}}{V}$	(1,11)	1,11	1,00	0,97	1,04	1,04	1,20	1,04	1,05	1,06	0,95	1,05
$\frac{e \cdot \overline{\left(\Delta e + \frac{1}{2}\Delta T\right)} \sqrt{\overline{v}}}{L + V}$	(1,11)	1,11	1,03	0,99	1,04	1,08	1,24	1,06	−3,82	1,44	−1,46	−0,80

551.552:551.588.3:551.465 (267)

(Koninklijk Nederlands Meteorologisch Instituut, De Bilt, Nederland)

An Investigation of the Vergence Field of the Wind and Ocean Currents of the Indian Ocean

By

W. van Dijk

With 10 Figures

Summary. In order to study the effect of the differential heating on the large scale sea surface flow pattern of the atmosphere vergence charts of the horizontal wind were constructed (January and July) and compared with the isotherm charts of the surface temperatures. For January a significant relation between the temperature field and the vergence field was found and this relation was as anticipated: convergence over the relatively warmer areas and divergence over the relatively colder areas. This effect is more pronounced at lower latitudes.

The vergence chart of the ocean currents (January) shows in the region of the equatorial counter current a distribution of the vergence that is in good agreement with the scheme of the vertical circulation within the equatorial region of the Atlantic as proposed by A. Defant.

Zusammenfassung. Zur Untersuchung der Auswirkung einer unterschiedlichen Erwärmung auf die großräumigen Strömungsformen der Atmosphäre über der Meeresoberfläche wurden Vergenzkarten der horizontalen Winde für Januar und Juli konstruiert und mit den Isothermenkarten der Oberflächentemperaturen verglichen. Für Januar wurde eine signifikante Beziehung zwischen dem Temperaturfeld und dem Vergenzfeld gefunden. Es zeigte sich Konvergenz über relativ wärmeren Gebieten und Divergenz über relativ kälteren Gebieten. Dieser Zusammenhang tritt in niedrigeren Breiten deutlicher in Erscheinung. Die Vergenzkarte der Meeresströmungen (Januar) zeigt im Gebiete des äquatorialen Gegenstromes eine Vergenzverteilung, die mit dem von A. Defant angegebenen Schema der Vertikalzirkulation im äquatorialen Gebiet des Atlantiks in guter Übereinstimmung steht.

Résumé. Dans le but d'étudier l'effet d'un réchauffement inégal sur les systèmes de circulation atmosphérique à grande échelle au-dessus des océans,

l'auteur a dressé des cartes de divergence des vents horizontaux en janvier et en juillet, et les a comparées aux cartes d'isothermes de surface. En janvier il existe une relation significative entre les champs de température et de divergence; il y a convergence sur les régions relativement chaudes, et divergence sur les régions relativement froides. Cette relation est particulièrement nette aux basses latitudes. La carte de divergence des courants marins (janvier) montre dans la région du contre-courant équatorial une distribution de la divergence qui s'accorde avec le schéma de la circulation verticale donné par A. DEFANT pour la zone équatoriale de l'Atlantique.

Introduction

On various occasions [*2*, *3*] BLEEKER has shown that differential heating is an important factor in synoptic processes. In this paper an attempt is made to demonstrate the rôle of differential heating in climatological charts. The aim was to investigate whether there exists a relation between the surface temperatures and the general field of flow in the atmosphere. Representative surface temperatures can only be obtained from the oceans, and it was therefore decided to investigate the sea surface temperature field of an ocean with an extensive equatorial area and to see in how far this temperature field was related to the field of flow. The great number of ship-observations (for the greater part by Dutch ships in the Indian Ocean), collected since 1855 induced us to select the Indian Ocean as our object of study. Up to now climatologists have only studied the influence of differential heating by comparing the temperature field with the pressure distribution or with streamlines. It appeared to us that the "vergence" (i. e. the convergence or divergence) is the most desirable quantity to be related to the temperature. Especially at lower latitudes the general flow pattern of the atmosphere and derived quantities such as the vergence or the vorticity are of greater importance than the pressure distribution itself. The streamlines do indeed give a picture of the general motion of the air with confluence or difluence but they cannot be related quantitatively with a temperature field. Moreover concerning the pressure we meet with the difficulty that the accuracy of pressure determinations aboard ship is much smaller than over land. For this reason vergence charts of January and July have been constructed. The vergence charts themselves are also of importance for climatological purposes. The technique developed for the computation of the vergence made it very tempting to construct also the vergence field of the ocean currents. Up to now maps showing the values of the vergence of the movement of the surface water over large areas have not been available; they appear to be, however, of great importance. Our charts cannot be regarded as climatologically representative of the normal state everywhere, the less so in regions with few data, as we worked out the available material fairly precisely. Below we shall justify why it was necessary to work in this way in order to check the effect of differential heating.

In this contribution we shall mainly deal with the January charts.

Temperature charts

We obtained the isotherm pattern of fig. 1 (January) by analysing a chart where the mean temperature was given of every 1 × 1° square. Moreover the mean temperature of every 2 × 2° square was computed.

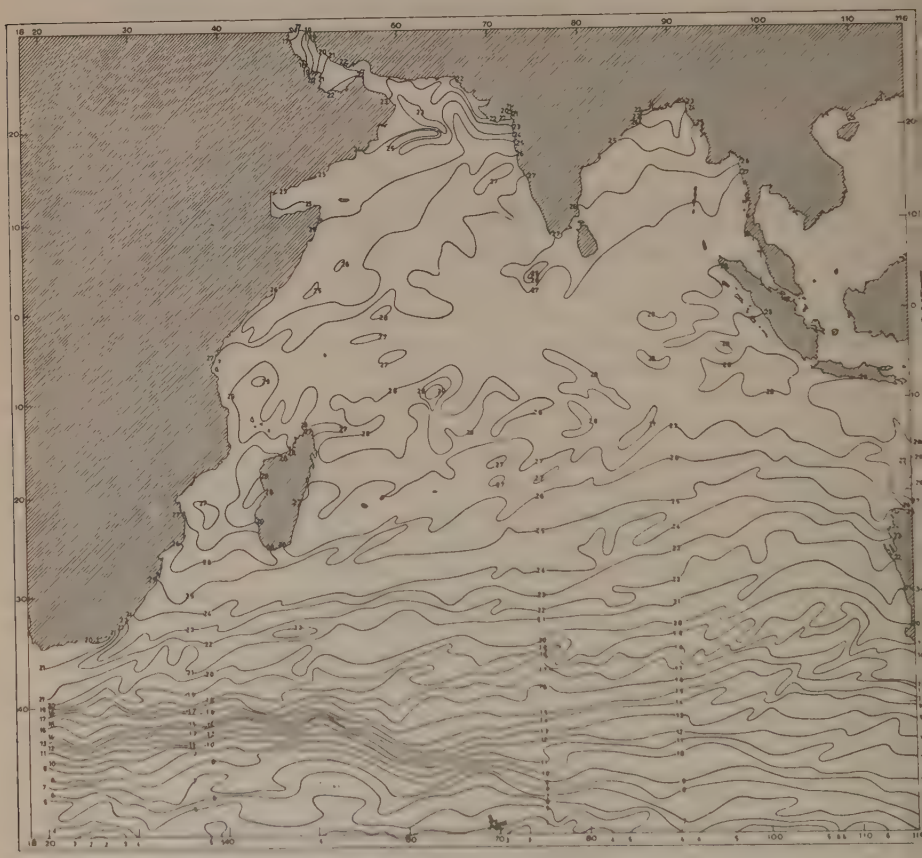


Fig. 1. Seawater isotherms (January)

Equal weight was given to every 1 × 1° square, so we did not take into account the numbers of observations of the separate 1 × 1° squares. These means seemed to be preferable to the weighted means since the greatest number of observations are to be found along the sea routes of commerce. By using weighted means too steep temperature gradients of an unreal nature would be obtained in many cases in regions with steep gradients in the number of observations i. e. along the borders of the routes. By analysing the chart thus obtained we find the isotherms of fig. 2.

Though the isotherm pattern of fig. 1 has a rather irregular appearance there are indications that in some cases the irregularities seem to be real also in a climatological sense. Thus in both charts we find e. g. waves in the isotherms to the south of 30° S. We find this wave structure more or less modified but still clearly recognizable in February, July

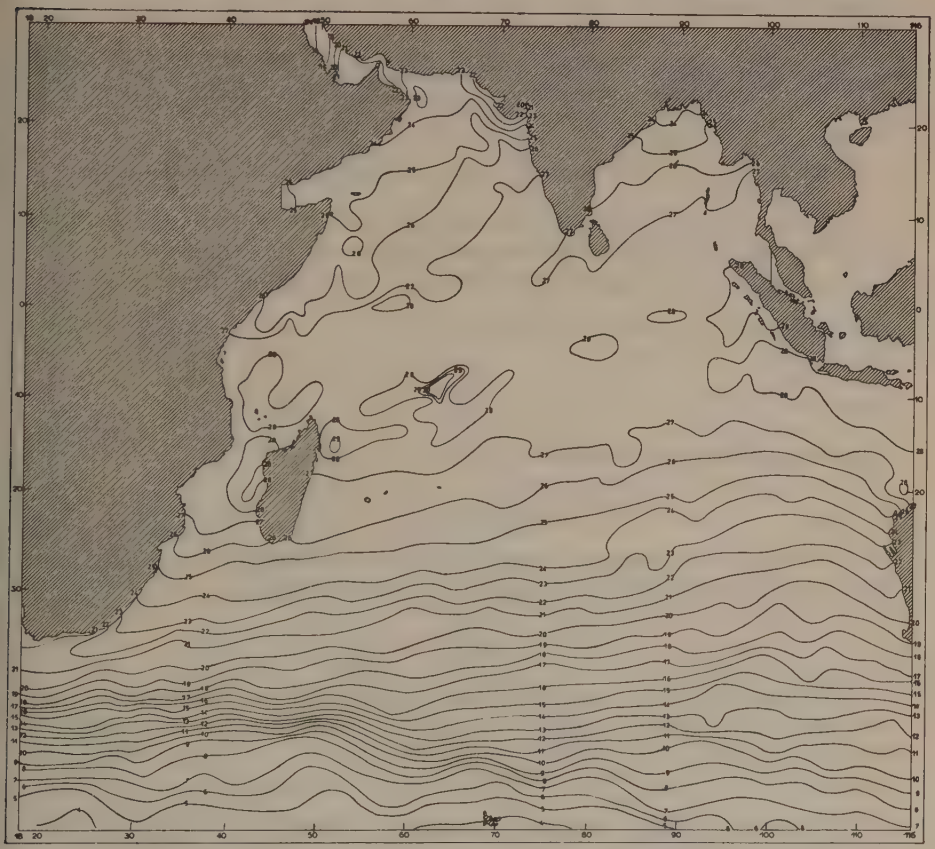


Fig. 2. Smoothed seawater isotherms (January)

and December (months which have also been studied by us). Besides, there exists a relation between this wave structure and the divergence of the surface movement of the sea water, to which we shall return later on. Many other typical points of the isotherm chart of January are to be found in February and December too.

Vergence charts of the wind

For every 1 × 1° square the E-W and the N-S component of the vector mean of the wind was computed. In this computation we assumed

a linear Beaufort scale. For both January and July component-maps were constructed and analysed. With the aid of these charts it was possible to draw reliable graphs for the E-W component along every degree latitude and for the N-S component along every degree longitude. Expressed in spherical polar co-ordinates the divergence of the wind vector $\vec{V}$ is given by

$$\nabla \cdot \vec{V} = \frac{1}{R^2 \cos \Phi} \left\{ \frac{\partial}{\partial \lambda} (V_\lambda R^2 \cos \Phi) + \frac{\partial}{\partial \Phi} (V_\Phi R^2 \cos \Phi) + \right.$$
$$\left. + \frac{\partial}{\partial R} (V_R R^2 \cos \Phi) \right\}$$

in which $V_\lambda \left(= \frac{\partial \lambda}{\partial t}\right)$, $V_\Phi \left(= \frac{\partial \Phi}{\partial t}\right)$, $V_R \left(= \frac{\partial R}{\partial t}\right)$ are the components of $\vec{V}$ in the positive directions to the east, to the north and to the zenith. λ is the longitude, Φ the latitude and R the radius of the earth.

Transforming to rectangular Cartesian co-ordinates, putting

$$R \cos \Phi \partial \lambda = \partial x, \quad R \partial \Phi = \partial y, \quad \partial R = \partial z, \quad \frac{\partial x}{\partial t} = u, \quad \frac{\partial y}{\partial t} = v, \quad \frac{\partial z}{\partial t} = w,$$

we obtain

$$\nabla \cdot \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} - v \frac{\tan \Phi}{R} + \frac{2w}{R}.$$

The divergence of the horizontal wind is given by

$$\nabla \cdot \vec{V}_H = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} - v \frac{\tan \Phi}{R}$$

Since our area does not entend farther south than 50° S we may use with a sufficient degree of accuracy the approximation

$$\nabla \cdot \vec{V}_H = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}.$$

With the aid of the graphs the contributions of the E-W and of the N-S-component of the vergence were determined for every $1 \times 1°$ square. In this way we calculated the vergence for every $1 \times 1°$ square. Figure 3 shows the vergence of the wind (January). Negative values give the convergence, positive values the divergence. The unit is $\frac{0{,}125 \text{ Beaufort}}{111 \text{ km}}$. Assuming the following linear relation between the wind velocity expressed in Beauforts (V_B) and the wind velocity in knots (V_K), $V_B = 0{,}25\ V_K$ we find $\frac{0{,}125 \text{ Beaufort}}{111 \text{ km}} = 45 \times 10^{-7} \text{ sec}^{-1}$. In order to check our method of computation we determined the vergence for $1 \times 1°$ and $2 \times 2°$ square in some chosen areas by using the following expression

$$\nabla \cdot \vec{V}_H = \frac{(u_E - u_W)}{L_1} + \frac{(v_N - v_S)}{L_2}$$

in which

u_E (u_W) is the mean W-E component over the E(W) and
v_N (v_S) is the mean S-N component over the N(S) side,

L_1 is the degree of longitude concerned (2 degrees respectively),
L_2 is the degree of latitude concerned (2 degrees respectively).

We used several ways of smoothing in which the mean components were determined. The vergences thus computed agreed satisfactorily in the regions in question with the vergences of chart 3.

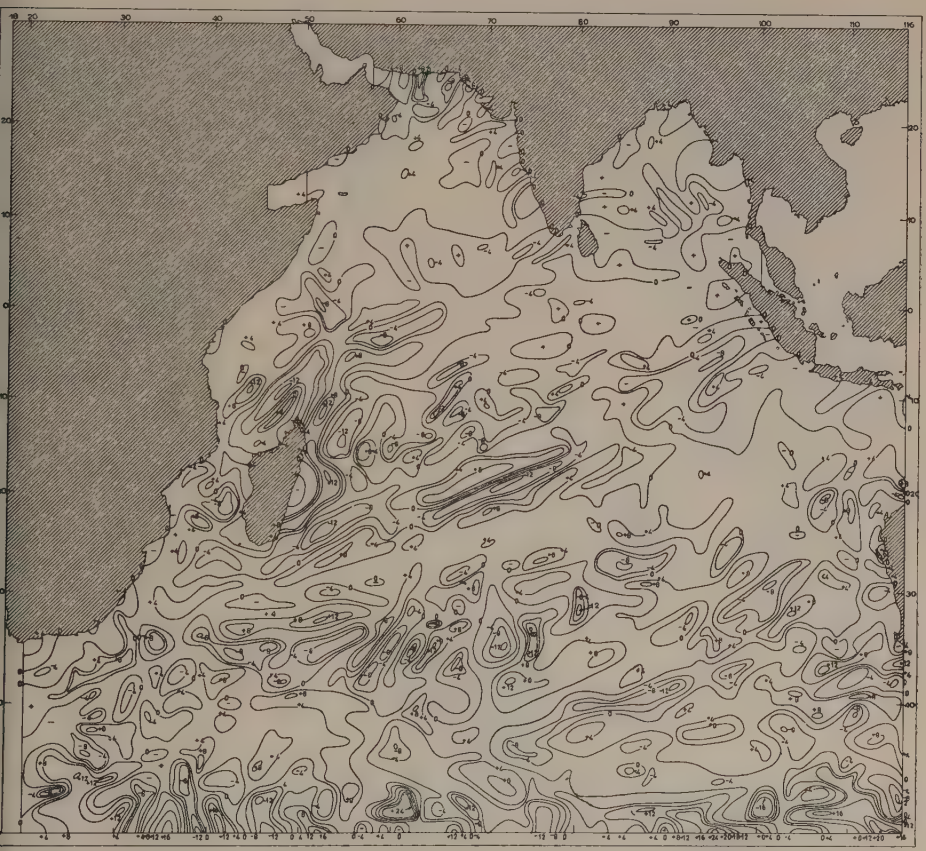


Fig. 3. Vergence of the wind $\left(\text{in } \frac{0{,}125 \text{ Beaufort}}{111 \text{ km}}\right)$. Positive values give divergence, negative values convergence (January)

Since the Beaufort scale is not linear, we realised that errors are introduced not only in computing the means but also with the differentiating of the graphs. In order to get an idea of the magnitude of these errors we chose the best fields with fair numbers of observations, computed the vergence field by converting all original wind observations to wind speed by using the common Beaufort equivalents in knots. When comparing this vergence field with that of fig. 3 we find a great similarity.

Study of the vergence field

Looking at fig. 3 we notice here also the rather complicated appearance. On closer inspection however some general features are to be recognised. There is an evident convergence between 5° N and 17° S, the doldrum area. To the north and to the south there is a general divergence. In

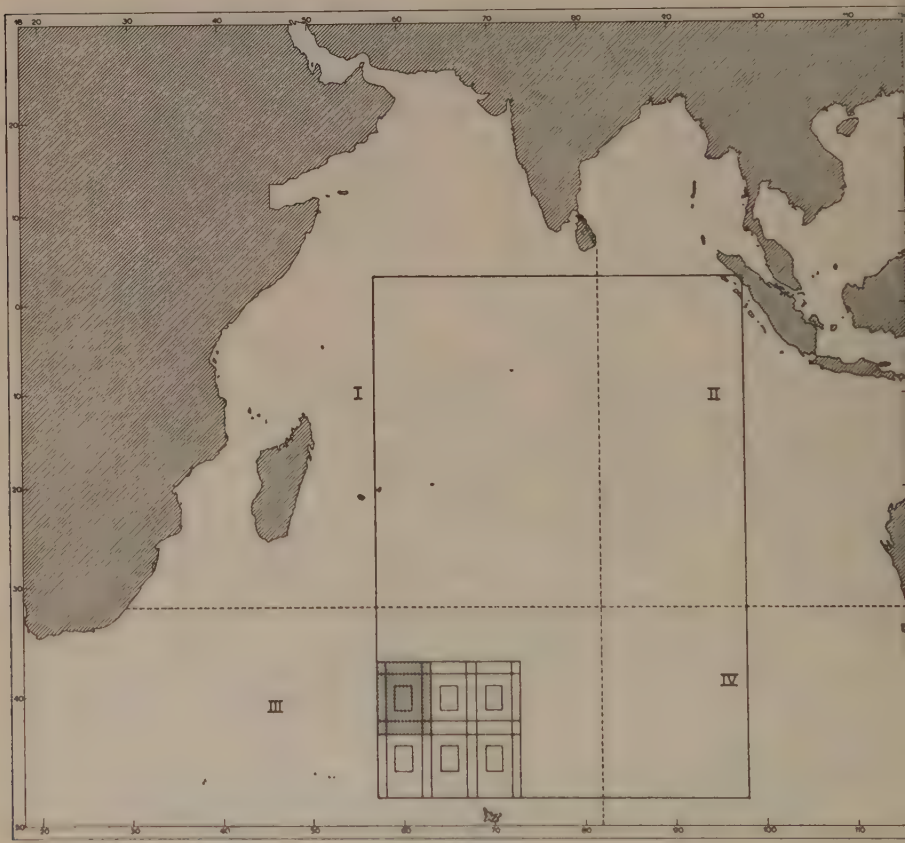


Fig. 4. See text

particular between 25° S and 37° S in the areas of the high pressure cells this divergence is strongly developed. We very often find greater convergence or smaller divergence as compared with the environment over regions with higher sea water temperatures or on the warm side of isotherm concentrations. Intenser divergence or less convergence occurs in many cases over colder areas or on the cold side of isotherm concentrations.

It is not our intention to give here an exposition of all the factors that may be responsible for the creation and the existence of the vergences.

The object of this contribution is only to demonstrate the effect of the temperature field on the vergence field. However this may be, it is wise to assume a priori that several factors determine the vergences. Unfortunately we have to deal with a very inhomogeneous field of observations and systematic and accidental errors may play a greater part in the less frequented areas rendering vague the relation we are looking for.

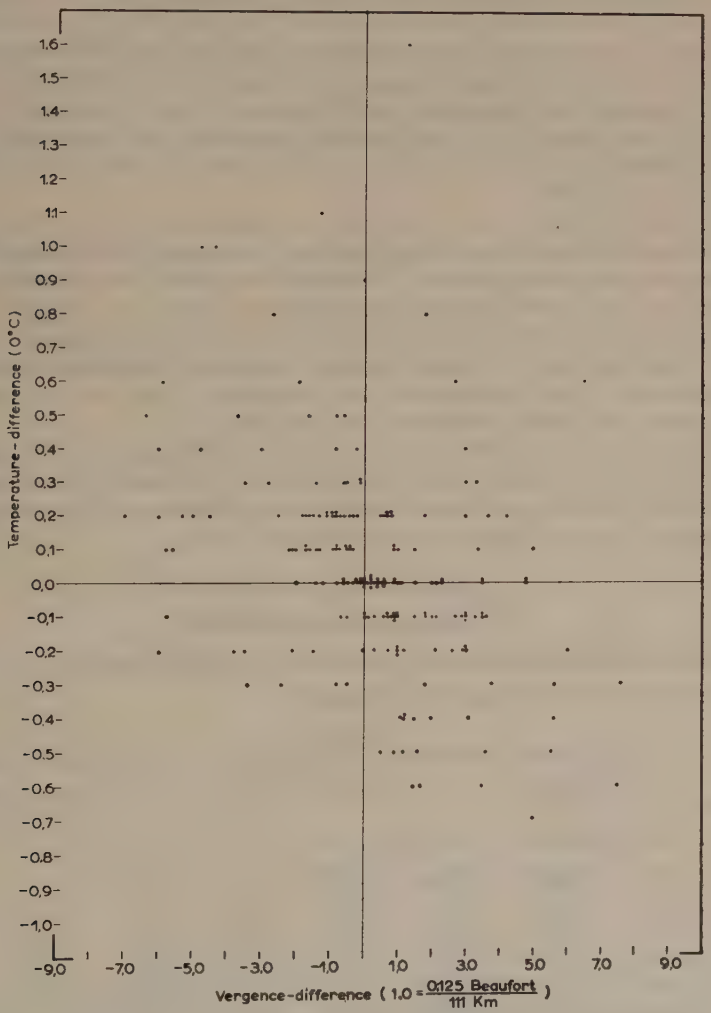


Fig. 5. Scatterdiagram. Vergence differences plotted against temperature differences

In order to examine the effect more quantitatively we chose $6 \times 6°$ squares overlapping each other with zones of 1° (see fig. 4). Differences in temperature and vergence between the central part, consisting of a

$2 \times 2°$ square, and the outermost zone of the square, consisting of the remaining part, were computed and correlation coefficients were determined. Though the $6 \times 6°$ squares are overlapping they may be treated as being independent of each other. To show this we computed the correlation coefficient between the temperature differences (between the central part and the outermost part) of the $6 \times 6°$ squares belonging to the odd columns and the temperature differences of the $6 \times 6°$ squares of the even ones overlapped by the $6 \times 6°$ squares of the odd columns in the area bordered by the drawn line of fig. 4. The computed correlation coefficient is + 0,08. Furthermore, we calculated the correlation coefficient between the temperature differences of $6 \times 6°$ squares situated in the coastal region with temperature differences of seaward $6 \times 6°$ squares overlapped by them. The value of this computed correlation coefficient is —0,103.

We used charts 1 and 3 for the computation of the temperature and vergence difference by interpolating for every $1 \times 1°$ square the temperature and the vergence. Moreover the mean temperature and vergence of the central and outermost zone of every $6 \times 6°$ square was computed by taking the mean values of the $1 \times 1°$ squares and giving equal weight to them. We also computed correlation coefficients between the differences of the temperatures and vergences of the inner and outermost zones that were determined in this way.

We shall speak of the A and B group coefficients to distinguish between the correlation coefficients calculated in the first and in the second way. For the purpose of testing the significance of the correlation coefficient we used Fisher's transformation

$$z' = \frac{1}{2}\{\log_e(1+r) - \log_e(1-r)\}$$

(r is the correlation coefficient)

which has a nearly normal distribution and a standard deviation $\frac{1}{\sqrt{N-3}}$ independent of z' (N is number of cases).

Table I

Latitude belt	Correlation coefficient A	Significance levels N	Significance levels N'	Number of cases (N)	Correlation coefficient B
25 N — 2 N	—0,569	—0,30 —0,76	—0,23 —0,79	36	—0,559
13 N — 2 S	—0,549	—0,25 —0,76	—0,18 —0,78	33	—0,267
8 N — 9 S	—0,490	—0,20 —0,71	—0,13 —0,74	38	—0,333
3 N — 13 S	—0,581	—0,33 —0,75	—0,27 —0,78	43	—0,407
2 S — 18 S	—0,580	—0,34 —0,76	—0,27 —0,78	46	—0,546
8 S — 23 S	—0,471	—0,22 —0,67	—0,17 —0,69	51	—0,361
12 S — 28 S	—0,453	—0,19 —0,65	—0,14 —0,69	49	—0,262
17 S — 33 S	—0,407	—0,16 —0,62	—0,10 —0,65	53	—0,121
22 S — 38 S	—0,435	—0,19 —0,64	—0,14 —0,66	54	—0,038
27 S — 43 S	—0,316	—0,06 —0,53	—0,00 —0,56	58	—0,140
32 S — 48 S	—0,285	—0,03 —0,51	+0,01 —0,54	60	—0,130

In table I we find the correlation coefficients valid for the various latitude belts. With the aid of Fisher's transformation we calculated the confidence limits at the 5% level for N and N' ($N' = \frac{5}{7} N$). In consequence of the overlapping of every $6 \times 6°$ square four $1 \times 1°$ squares have been taken four times, sixteen $1 \times 1°$ squares have been taken twice and sixteen $1 \times 1°$ squares once. By taking $N' = \frac{5}{7} N \approx \frac{25}{36} N$ we meet possible objections to the overlapping.

Figure 5 gives the scatter diagram for the whole Indian Ocean area and fig. 6 the meridional distribution of the correlation coefficients. The circles represent the A and the crosses the B correlation coefficients.

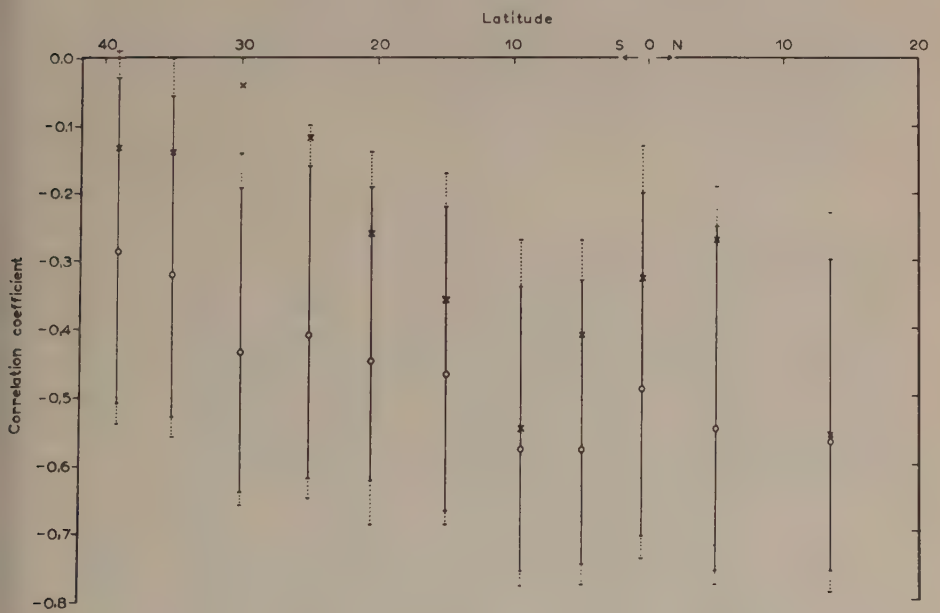


Fig. 6. Meridional distribution of the correlation coefficients

The confidence limits at the 5% level are also drawn. We also calculated correlation coefficients for the areas in which the Indian Ocean is divided by the dashed line of fig. 4. If we had taken adjoining squares entirely situated in the sea then the total number of cases would have been 205 and not 125 as in our case. We took therefore $N' = \frac{5}{8} N \approx \frac{125}{205} N$ by the finding of the confidence limits for the population value of r. In table II we tabulated the A and B correlation coefficients.

Table II

Area	Correlation coefficient A	Correlation coefficient B	Number of cases (N)
I	−0,457	−0,331	90
II	−0,468	−0,184	55
I + II	−0,452	−0,299	145
I + III	−0,390	−0,259	129
II + IV	−0,263	−0,096	76
I + II + III + IV	−0,363	−0,224	205

With $N' = \frac{5}{8}N$ we find that all the correlation coefficients are significant above the 1% level except those of the regions II and II + IV. We may expect that the correlation coefficient of II would be equalled or exceeded by chance in 5%, 28% respectively, of the cases of a population of unrelated data. The probability that the A and B correlation coefficients of II and IV are due to chance is 7%, 52% respectively.

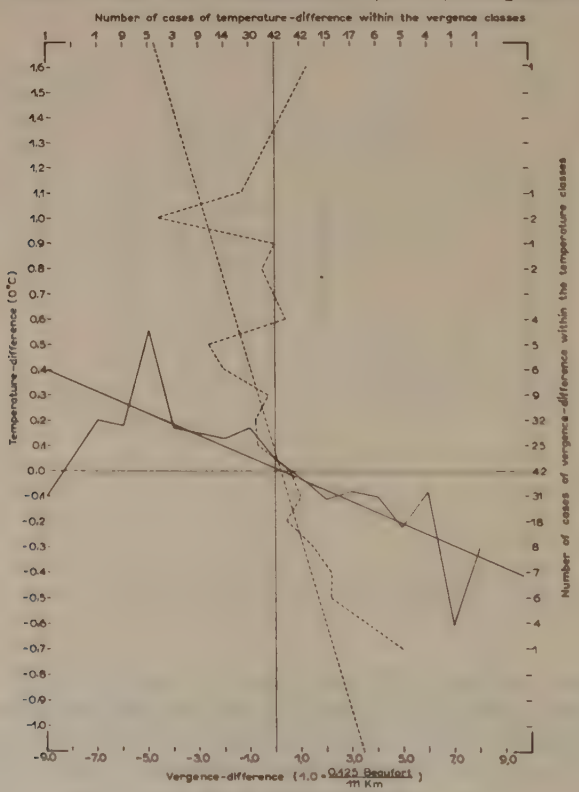

Number of cases of temperature-difference within the vergence classes
1 1 9 5 3 9 14 30 42 42 15 17 6 5 4 1 1
Temperature-difference (0°C)
Number of cases of vergence-difference within the temperature classes
Vergence-difference (1.0 = 0.425 Beaufort / 111 Km)

Fig. 7. Regression lines

In fig. 7 the dashed straight line represents for the whole Indian Ocean area the regression of the deviations of all the vergence differences

from their mean on the deviation of the temperature differences from their mean. The regression line is given by the following expression

$$E(\Delta d) = r_{td}\frac{s_d}{s_t}\Delta t = -3.04\,\Delta t$$

in which $E(\Delta d)$ = the expected value of the deviation of the vergence difference,

Δt = the deviation of the temperature difference of the mean,

r_{td} = —0,363 (correlation coefficient of the whole Indian Ocean area),

s_t = the standard deviation of the temperature differences = 0,32°C,

s_d = the standard deviation of the vergence differences = $= 2{,}60 \times \frac{0{,}125 \text{ Beaufort}}{111 \text{ km}}$.

Since the mean of the temperature difference and the mean of the vergence difference are given by 0,0°C and $0{,}21 \times \frac{0{,}125 \text{ Beaufort}}{111 \text{ km}}$, we may write $E(\Delta D) = -3{,}04\,\Delta T + 0{,}21$,

where ΔD = vergence difference.

ΔT = temperature difference.

The dashed broken line connects the means of the vergence differences within the temperature classes. The drawn straight line, expressed by $E(\Delta T) = -0{,}044\,\Delta D + 0{,}00924$ gives the regression of the deviation of the temperature differences on the deviations of the vergence differences while the drawn broken line connects the means of the temperature differences within the vergence classes. For testing on linearity we computed the correlation ratio $\eta_{dt} = \frac{s_{\bar{d}}}{s_d}$ where $s^2_{\bar{d}}$ is the weighted variance of the mean vergence differences corresponding to the temperature classes.

Table III

Temperature classes	Corresponding average vergence deviation	Number of cases	Temperature classes	Corresponding average vergence deviation	Number of cases
1,6	+1,1	1	0,4	−2,2	6
1,5	—	—	0,3	−0,5	9
1,4	—	—	0,2	−1,0	32
1,3	—	—	0,1	−0,9	25
1,2	—	—	0,0	+0,4	42
1,1	−1,5	1	−0,1	+0,8	31
1,0	−4,8	2	−0,2	+0,2	18
0,9	−0,2	1	−0,3	+1,3	8
0,8	−0,7	2	−0,4	+2,0	7
0,7	—	—	−0,5	+2,0	6
0,6	+0,2	4	−0,6	+3,4	4
0,5	−2,8	5	−0,7	+4,8	1

In table III the tabulating of these data is given

$$s_{\bar{d}} = 1{,}28 \times \frac{0{,}125 \text{ Beaufort}}{111 \text{ km}}$$

$$s_d = 2{,}60 \times \frac{0{,}125 \text{ Beaufort}}{111 \text{ km}}$$

Using Fisher's test $\chi^2 = \frac{(N-m)(\eta^2 - r^2)}{1-\eta^2}$, in wich N denotes the number of pairs of observations, m the number of temperature classes and m — 2 the number of degrees of freedom, we find

$$\chi = 26{,}0 \text{ (or } 24{,}1 \text{ by taking } N' = \frac{5}{8} N).$$

This means that by random sampling from a bivariate universe in which there is a linear relation between the vergence and temperature difference, it may be expected that in more than 20% (30% respectively) of the cases this value will be exceeded. On statistical arguments there is no reason to assume that the relation differs significantly from a linear one.

Finally we made a test with $9 \times 9°$ squares. We covered the whole area with $9 \times 9°$ squares with central zones of $3 \times 3°$ squares. The correlation coefficient thus determined is —0,29 and is significant above the 5% level.

Discussion

It is evident that there exists a significant relation between the vergence of the wind and the surface temperatures especially at lower latitudes. For the moment we only made a test for July with $9 \times 9°$ squares giving a correlation coefficient $= +0{,}02$. We established at least the fact that in July the effect of differential heating is not as pronounced as in January though we have the positive impression that in the equatorial area the correlation coefficients will be significant. It is the author's conviction that in general as a consequence of the higher mean velocity of the wind in July in the monsoon area, in the equatorial area and to the south of the subtropical high pressure cells the effect of the differential heating is greatly reduced. It does remain of local importance in certain cases as e. g. in the region of the coast of Somaliland (cf. VERPLOEGH [*13*].

Thermal explanation of pressure distributions and pressure changes are among the oldest theories in meteorology. Ideas concerning local heating and cooling have been applied frequently in explaining phenomena such as the general circulation, the monsoon circulation, sea and land breezes, mountain and valley breezes. These theories mostly deal with the effect of differences of mean temperatures over vast areas as e. g. regarding the general circulation or the monsoon circulation. In our case we are concerned with local (often small) temperature differences in open sea over relatively small distances that seem to be of importance to the behaviour of the atmosphere especially in the region of the thermal equator. After the preceding it seems justified to support WILLETT's opinion quoted by SPILHAUS [*11*]: "The tropics must contain the principal heat source of the general circulation and also constitute the zone of interaction of the two great hemispherical cyclonic vortices".

It is in general desirable to give for every mean value the confidence limits between which, by random sampling, a certain given percentage of the means of the samples drawn is to be expected, or as we may put it less accurately, between which with a certain given probability the population mean is to be found. It is to be expected that (apart from climatological changes) when in course of time the number of observations should increase, the new means to be computed should lie within the confidence intervals. Knowing these intervals is the same as knowing what accuracy is permissible in analysing the maps. Questions of this kind are also of great practical importance such as: how many observations are necessary in order that in a certain area the confidence intervals are smaller than a certain value? It is common knowledge that the sample means of a series of large samples are nearly always normally distributed with a standard deviation $\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ about the population mean M' independent of the distribution of the observations in the samples; σ is the population standard deviation and n the number of cases in each sample; σ is unknown but we can use as an approximation the sample standard deviations and take as the best estimate $\sigma_m = \frac{s}{\sqrt{n}}$ in which s is the sample standard deviation. With small samples the requency distribution of the means of the samples is mostly not normal. In these cases we can use the quotient $t = \frac{M - M'}{s/\sqrt{n}}$ (M is the sample mean) of which the distribution was found by STUDENT. In tables obtained by the integration of the frequency distribution of t, at different significance levels the value t is given corresponding to the degrees of freedom $v = n-1$. It is therefore possible to choose the confidence limits as $M \pm t \frac{s}{\sqrt{n}}$, where this value for t is substituted corresponding to the given number of freedom that will be exceeded by random sampling with a probability of e. g. 5%. As n increases, t approaches rapidly the value 2, and becomes 1,96 as $n \rightarrow \infty$. In fact, however, neither do we know the frequency distributions that are assumed to be normal nor the standard deviation and the mean of the populations. Furthermore the given samples are the $1 \times 1°$ squares and perhaps the observations of the $1 \times 1°$ squares belong to separate populations. That is the reason why we must be very prudent in drawing conclusions by this way of reasoning especially when we are concerned with small samples. If an accuracy of the unit a is required in analysing in climatological maps (that is to say if we want to draw isolines for a, $2a$, $3a$ etc.) then we find for large samples $\frac{\frac{1}{2}a}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - M)^2}} > \frac{1{,}96}{\sqrt{n(n-1)}}$ (when working above e. g. the 5% level of significance) and for small samples $\frac{\frac{1}{2}a}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - M)^2}} > \frac{t}{\sqrt{n(n-1)}}$

(x_K = value of the variable obtained in observation K). Thus n can be determined for every sample. For small samples the quotient $\frac{t}{\sqrt{n(n-1)}}$ is known and we can find at e. g. the 5% significance level the corresponding values of t and v. In the previous we assumed that we deal with independent observations. In our case the observations often certainly are dependent of each other. Furthermore the available observations are not homogeneously distributed as regards e. g. time of observation in many $1 \times 1°$ squares. Moreover systematic errors influence the standard deviations. The problems made mention of here have been considered by VERPLOEGH [*13*] and BULLIG [*5*] to whom we refer.

The field of observations is very inhomogeneous. We are badly in need of data of the less frequented areas. Increase in the number of observations, however, will for the greater part give data from the zones of the shipping routes. If we had such a multidude of data everywhere at our disposal, that in every $1 \times 1°$ square the confidence intervals would be smaller than a certain relatively small value, e. g. 0,5° C, we could analyse in a detailed way and irregularities in the isolines would be real from a climatological point of view. So it would be possible to check the relation sought without the necessity of simultaneity of temperature and wind observations. The ideal situation would have been of course the situation with so many observations that it would have been possible to draw synoptic maps. For it is not inconceivable that although being real from a synoptic point of view this relation is not so evident but has even disappeared in climatological charts (Assuming e. g. that the relation between the vergence and the surface temperatures is expressed by an equation of the type of a non-linear differential equation). A less ideal situation would present itself if synoptic data should be available, but on account of inhomogeneity of distribution or shortage of data disturbing factors would play their part rendering the irregular appearance of the isolines unreal. It would then be possible to construct average charts for, let us say, ten successive days for typical quasi stationary situations in order to cancel to a certain degree the disturbing factors and to smooth their effect. This method has been succesfully applied in the system of „Grosswetterlagen" [*1*]. The lack of a sufficient number of observations did not permit us to use the methods just described.

With our material we have been able to choose between two ways viz.: the climatological way or the precise treatment. Because of the fact that to the climatologist reliability comes first of all he will only give a detailed analysis in regions where the confidence intervals are small. In the less frequented areas his analyses will be global so that his isolines will be greatly smoothed. Only when there seems to be a physical reason for a semi-permanent irregularity he is inclined to take it into account in such cases. We have taken into consideration all irregularities; of course we disregarded the values which were too extreme and conspicuous. The graphs i. e. of the E-W and N-S components are therefore continuous lines. Many of the irregularities are a consequence of (synoptic)

real perturbing factors but many also are due to errors in observations, faulty thermometers etc. The temperature and wind observations are made simultaneously and therefore an element of synchronism has been reserved. Only in regions with many observations our own charts and climatological charts will give the same picture. But if one smooths the isolines in the many vast regions with few observations it is obvious that it will become almost impossible to find a relation between the vergence and the surface temperatures, since we were concerned with temperature differences over short distances. Because of the fact that it is not proved that in mean charts real physical relationsships are preserved and moreover considering the simultaneity of observations and bearing in mind the lack of data over vast areas there seems to be justification in using in our investigation charts prepared in the above mentioned way.

Disturbing factors which give the isolines their irregular appearance, cannot be found in climatological maps when they are random in space, or of a non-periodic nature. The eddies which are often formed at the sides of the Gulf-Stream are not found in charts showing the "normal" state. When the mentioned factors are stationary over a certain period the irregularities appear in synoptic as well in climatological charts. The waves in the isotherms to the S of 30° S in the Western part of the Indian Ocean seem to be such phenomena. We also call attention to the isotherm pattern in the N and W part of the Arabian Sea and SW of the coast of Somaliland. It seems to give a rather detailed picture with climatological significance.

The temperature and vergence charts were of course analysed independently of each other. This is sufficiently illustrated by the fact that mostly (except in one unimportant case) the A and B correlation coefficients do not show significant differences. As is well known the percentage of the variance of y due to other causes than x is $(1 - r^2_{xy})$ 100, when we are dealing with the correlation coefficient r_{xy}.

We regret that it was necessary to work in such a detailed way in order to test the relation. And though we hope that the effect of differential heating is satisfactorily demonstrated the charts produced, however, certainly cannot be quite satisfactory to the climatologists.

For the "normal" state of the isotherm pattern of January we may refer to the atlas of the Indian Ocean issued by the Royal Meteorological Institute at De Bilt [*8*]. In general we followed the standard work of Brooks and Carruthers [*4*] for the statistical questions.

Vergence charts of the surface currents of the sea water

S-N and W-E components for every $1 \times 1°$ square were computed. Because of the inhomogeneous field of observations some smoothing was necessary. The mean N-S and W-E-component were determined (giving equal weight to every $1 \times 1°$ square) for overlapping $2 \times 2°$ squares. Besides the arithmetic means of the components for overlapping $6 \times 6°$ squares were determined and plotted by the centres of

gravity of the observations of the $6 \times 6°$ squares. With the aid of the charts thus prepared it was possible to construct reliable graphs. Figure 8 gives the vergence chart of the surface currents (January). The unit of vergence is $\frac{0{,}125 \text{ n. m.}}{222 \text{ km} \cdot 24 \text{ hrs}}$.

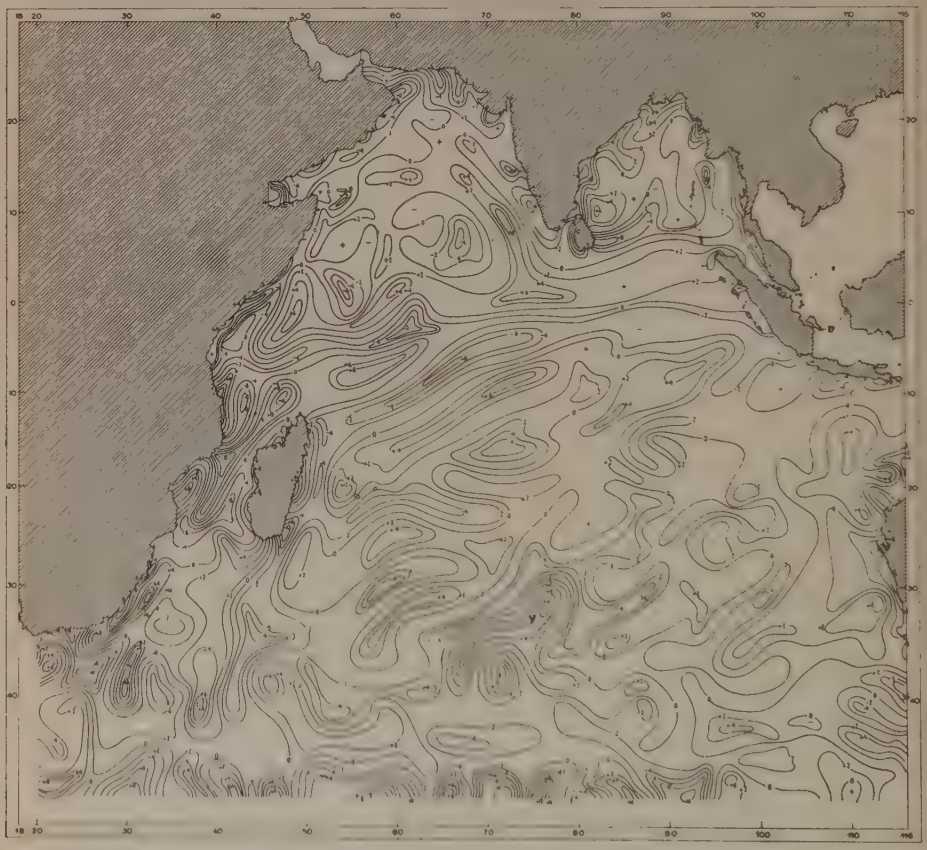


Fig. 8. Vergence of the surface movement of the seawater $\left(\text{in } \frac{0{,}125 \text{ n. m.}}{222 \text{ km} \times 24 \text{ hrs.}}\right)$ in January

Study of the vergence field

On this point we wish only to make some general remarks. In fig. 9 the circulation of the predominant surface currents (January) is given. This small map has been taken from the already mentioned atlas of the Indian Ocean [8]. The method of PRITCHARD was of great assistance in constructing the streamlines. As is well known the equatorial countercurrent in January is developed between 2° and 7° S, with its highest speed between 4° and 5° S (with velocities > 25 n. m. per 24 hours in the

Western part.) Considerable divergence is found from 4° N to 1° S and from 7° S to 10° S and between these belts there is a zone of important convergence. Generally speaking these regions of convergence and divergence are developed in a zonal direction; there are distortions however, the most important of which is a zone of convergence stretching from about 3° to 5° S — 75° E towards the N-E coast of Madagascar.

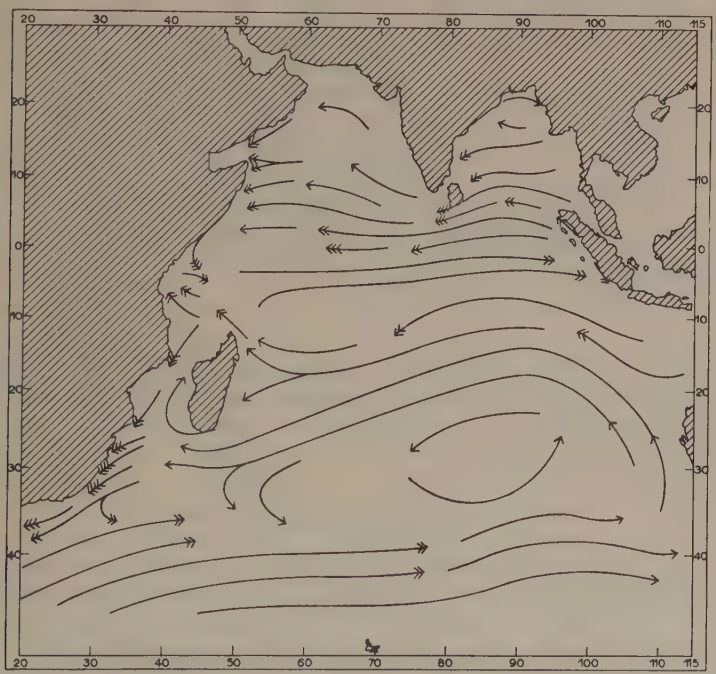


Fig. 9. Predominant circulation of the surface water in January
——→ 5—15 n. m. per 24 hrs.
——→→ 15—25 n. m. per 24 hrs.
and so on

This agrees with the circulation scheme proposed by A. DEFANT [*6*] and is confirmed by data of the "Meteor" for the Atlantic and of the "Carnegie" for the Pacific Ocean [*12*]; this schema is given in fig. 10. The letters E and W give the direction of the currents. DEFANT examined the salinity maximum in the discontinuity layer of the Atlantic. Except in two narrow bands (3° S and 11° N) this maximum is clearly present in the discontinuity layer. These narrow zones reflect themselves as the centres of divergence at the sea surface. Measurements performed on board the "Albatross" [*7*] (first half of March 1948) from 11° S to 2° N along the meridian 88° E demonstrated a relatively small salinity between 9° S and 6° S and a higher salinity ($35^0/_{00}$) between 4° S and 2° S (0—300 m).

It seems evident that the subtropical convergence is broken up into numerous cells. The axis of the subtropical high pressure area does not coincide with the subtropical convergence zone (SCHUMACHER [*10*]). WILLIMZIK [*14*] drew streamline charts and localized the subtropical convergence line where northerly and southerly currents meet[1].

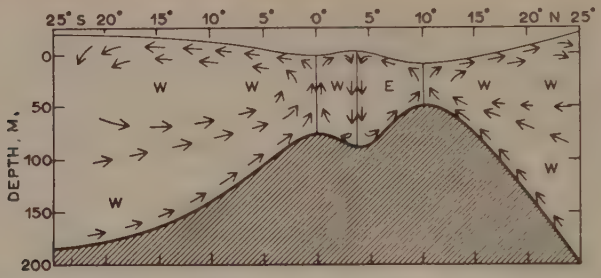


Fig. 10. Schematic representation of the vertical circulation within the equatorial region of the Atlantic (After DEFANT)

Finally we would remark that there seems to be a relation between the isotherm waves and the vergences to the south of 30° S. Often there is convergence in the northern part of the wave and divergence in the southern part. Especially in the western part of the Indian Ocean this seems obvious.

Acknowledgements

The author wishes to express his gratitude to the Director in Chief of the Royal Netherlands Meteorological Institute, Ir. C. J. WARNERS for his permission to publish this contribution. He is much indebted to Professor Dr. W. BLEEKER at whose stimulation this investigation has been undertaken, for his guidance and encouragement. Vice-Admiral J. W. TERMIJTELEN (retd.) and Mr. J. A. VAN DUIJNEN MONTIJN, director and sub-director of the section Oceanography and Maritime Meteorology (respectively) made it possible to carry out the computations. Professor Dr. P. GROEN read the text. His critical remarks have been of great value. The writer is also indebted to Dr. W. VAN DER BIJL for his stimulating interest in this work.

Without the unflagging devotion with which the seamen made their observations over such a long period, this investigation would never have been undertaken.

[1] It is not possible to determine the vergence with the aid of streamline charts though we can compute the vergence with the aid of the expression $\nabla \cdot \vec{V}_H = \frac{\partial v}{\partial L} + \frac{v}{dn}\frac{\partial dn}{\partial L}$ where ∂L is a line element in the direction of flow and ∂n the distance between two neighbouring streamlines, if the magnitude of $\vec{V}_H$ (i. e. v) is also known everywhere.

References

1. Baur, F.: Musterbeispiele europäischer Großwetterlagen. Wiesbaden, 1947.
2. Bleeker, W.: On the structure of weather systems. Centenary Proceedings of the Royal Meteorological Society, 66—80 (1950).
3. Bleeker, W.: On the influence of heating and cooling on the surface pressure-field in the Mediterranean area. Florida State University, Dept. of Met. S. Rep. no. 3 (1952).
4. Brooks, C. E. P. and N. Carruthers: Handbook of statistical methods in Meteorology. London (1953).
5. Bullig, H. J.: Atlas der Monatswerte von Wassertemperatur, Wind und Bewölkung auf dem Seeweg Europa — Südamerika. Deutscher Wetterdienst, Seewetteramt, Hamburg. Einzelveröffentlichungen Nr. 5 (1954).
6. Defant, A.: Die Troposphäre. Deutsche Atlantische Exped. Meteor., 1925—1927, Wiss. Erg., Bd. VI, Teil 1, 3. Lief., 289—411 (1936).
7. Jerlov, N. G.: Preliminary notes on the Countercurrent of the Indian Ocean. Association d'Océanographie Physique, U. G. G. I. Procès-Verbaux, No. 5, Assemblée Générale Bruxelles, p. 156 (1951).
8. Kon. Ned. Meteorol. Inst., No. 135, Indian Ocean, Oceanographic and Meteorological Data. January, Sheet A. De Bilt (1952).
9. Pritchard, D. W.: Streamlines from a discrete vectorfield: with application to Ocean currents. J. Marine Research, Sverdrup sixtieth anniversary, **VII**, 296—303 (1948).
10. Schumacher, A.: Über das subtropische Konvergenzgebiet im Süd-Atlantischen Ozean. Mecking-Festschrift, Hannover, p. 41—49 (1949).
11. Spilhaus, Athelstan F.: World weather network. Compendium of Meteorology, p. 705—711, Am. Met. Soc. Boston (1951).
12. Sverdrup, H. U., M. W. Johnson and R. U. Fleming: The Oceans, p. 711, New York (1942).
13. Verploegh, G.: Een merkwaardige gemiddelde luchtdrukverdeling voor de kust van Somaliland. Koninklijk Nederlands Meteorologisch Instituut 1854—1954, p. 403—418. 's-Gravenhage (1954).
14. Willimzik, M.: Die Strömungen im subtropischen Konvergenzgebiet des Indischen Ozeans. Berlin, Inst. f. Meereskunde, Veröff., N. F., A. Geogr. Naturwiss. Reihe, Heft 14 (1929).

Buchbesprechungen

Advances in Geophysics. Vol. 2. Herausgegeben von H. E. Landsberg. Mit 99 Textabb., X, 286 S. New York: Academic Press, Inc. Publishers. 1955. $ 7.50.

Das Buch setzt das verdienstvolle Unternehmen, fortlaufend in zusammenhängenden Berichten den Stand der neuesten Entwicklung auf einzelnen Spezialgebieten der verschiedenen Zweige der Geophysik zur Darstellung zu bringen, mit Beiträgen, die die Meteorologie, die Ozeanographie und die feste Erde betreffen, erfolgreich vor.

J. S. Marshall, W. Hitschfeld und K. L. S. Gunn berichten ausführlich und durch zahlreiche Bildbeigaben unterstützt sehr instruktiv über die Fortschritte der Radarmeteorologie, wobei auch auf die geschichtliche Entwicklung und auf die verschiedenen technischen Einzelheiten sowie auf die Leistungsfähigkeit dieser Methoden eingegangen wird. Von den Radaraufnahmen kontinuierlicher Niederschläge seien besonders die Darstellungen hervorgehoben, die zeigen, wie die Schneefälle von einzelnen Zellen ausgehen, in schrägen Streifen niederfallend sich verbreitern und dadurch die ursprüngliche Herkunft von einzelnen Zellen verwischen, und die auch den Übergang von Schnee in Regen deutlich erkennen lassen. Ferner wird über die Anwendung von Radaraufnahmen zur Feststellung der Entwicklung von Schauern, Hurrikanen und Tornados, über Radaraufnahmen von Blitzen und von verschiedenen Wolkenformen und über unerwartet festgestellte Kurzwellen-Radarechos aus niedrigen Schichten (1700 bis 2500 ft, „angels"), die vermutlich auf Diskontinuitäten in der Atmosphäre zurückzuführen sind und auch mit Seewindfronten in Zusammenhang gebracht werden, berichtet. Theoretische Ableitungen erklären das Zustandekommen der Radarbeobachtungsergebnisse und liefern Grundlagen für quantitative Bestimmungen von Niederschlagsmengen und Wolkendichte, wobei auch auf bestehende Schwierigkeiten und Unsicherheiten hingewiesen wird. Schwankungen der wetterbedingten Radarechos lassen Anwendungen zu Turbulenzuntersuchungen aussichtsreich erscheinen.

I. I. Gringorten behandelt Zweck, Grenzen der Leistungsfähigkeit und Methoden der objektiven Wettervorhersage, die die Ausschaltung oder Beschränkung von zu Widersprüchen oder Unsicherheiten führenden subjektiven Auffassungen verschiedener Prognostiker zum Ziel haben sollen. Zu diesen objektiven Methoden gehören: aus physikalischen Grundlagen abgeleitete Formeln, aus empirischen Daten gewonnene Formeln, Regressionsgleichungen, graphische Verteilungssysteme, Kontingenztabellen oder Tabulierungen historischer Daten (Mehrfach-Korrelationstabellen), die Methode der analogen Fälle und Wetterregeln. Nach einer Diskussion der Treffer-

häufigkeiten einzelner objektiver Vorhersagemethoden werden Ausblicke in die zukünftige Entwicklung dieser Arbeitsrichtung gegeben.

In einem ausführlichen Beitrag von W. J. Pierson über winderzeugte Schwerewellen werden neue theoretische Ableitungen gebracht, die eine vollständigere und genauere Beschreibung der Analyse, der Erzeugung, der Fortpflanzung und der Brechung von winderzeugten Meereswellen ermöglichen. Der Abschnitt schließt mit einer Aufzählung noch ungelöster Probleme, zu deren Lösung die neuen theoretischen Entwicklungen einen Weg weisen.

In einem weiteren Beitrag berichtet J. L. Kulp über Methoden und Ergebnisse geologischer Zeitmessung mit radioaktiven Methoden und gibt damit einen interessanten Einblick und Überblick über den neuesten Stand eines jungen Arbeitsgebietes der Geophysik. Die auf der Radioaktivität der Gesteine beruhenden Verfahren stellen die einzigen absoluten Methoden der geologischen Zeitmessung dar. Es werden folgende Methoden verwendet: Bestimmung des Verhältnisses des Gehalts an einem stabilen Isotop eines Elements zum Gehalt an einem radioaktiven Isotop eines Mutterelements, aus dem es durch Zerfall entstanden ist ($Rb^{87} \rightarrow Sr^{87}$), Messung der spezifischen Aktivität eines radioaktiven Isotops als Funktion der Zeit unter der Annahme einer bekannten ursprünglichen Aktivität (z. B. C 14-Methode), Bestimmung des Verhältnisses eines durch radioaktiven Zerfall entstandenen Isotops zu anderen Isotopen des Elements, die nicht durch radioaktiven Zerfall entstanden sind (Bleimethode) und Bestimmung des radioaktiven Zerfalls aus indirekten Wirkungen wie z. B. aus der Umbildung des Kristallgitters (Metamictmethode). Ausführlich werden die Grundlagen, Ergebnisse und Fehlermöglichkeiten folgender Methoden behandelt: Bleimethode, C 14-Methode, Strontiummethode ($Rb^{87} \rightarrow Sr^{87}$), Kaliummethode ($K^{40} \rightarrow A^{40}$, $K^{40} \rightarrow Ca^{40}$), Heliummethode und Ioniummethode.

Im letzten Abschnitt wird in einer sehr instruktiven Darstellung von H. Benioff ein ausführlicher Überblick über die neueren Entwicklungen der verschiedenen Typen von Seismographen geboten, wobei auch auf die konstruktiven Einzelheiten genauer eingegangen wird.

F. Steinhauser, Wien.

The Jet Stream. Von H. Riehl, M. A. Alaka, C. L. Jordan und R. J. Renard. (Meteorological Monographs: Vol. 2, No. 7.) Mit 97 Textabb., 100 S. Boston/Mass.: The American Meteorological Society. 1954. $ 3.50.

Eine der bedeutendsten Entdeckungen der neueren Meteorologie ist die des Jet Stream, der Strahlströmung der oberen Troposphäre, die sich nicht nur als sehr bedeutungsvoll für die Wetterentwicklung und für das Wettergeschehen erwiesen hat, sondern der meteorologischen Forschung schwierige Probleme stellt, die die Erklärung ihres Zustandekommens und die Erfassung ihrer Änderungen betreffen, und damit auch für die Wettervorhersage von Bedeutung wird. Es ist daher verständlich, daß ganze Forschungsprojekte und zahlreiche Untersuchungen einzelner Forscher sich mit der Klärung der mit dem Jet Stream zusammenhängenden Probleme beschäftigt haben, und es muß besonders begrüßt werden, daß nun eine zusammenfassende Darstellung der bisherigen Forschungsergebnisse vorgelegt wird. Die vorliegende Publikation bringt eine Wiederholung eines 1953 von Chief of the Bureau of Aeronautics der USA in beschränkter Anzahl herausgegebenen Zusammenfassung der bis zum Jahre 1951 vorgelegenen Forschungsergebnisse und erweitert diese in einem ergänzenden Abschnitt auch auf die Forschungsergebnisse der Jahre 1952 bis 1954.

Der Hauptteil beginnt mit der Geschichte der Entdeckung des Jet Stream und behandelt seine synoptische Struktur, die Klimatologie des Jet Stream u. zw. seine jahreszeitlichen Änderungen, seine Beeinflussung durch verschiedene Faktoren und seinen Einfluß auf das Klima, seine Bedeutung für die Entwicklung außertropischer Zyklonen und für die Niederschlagsverteilung und seine Verwertung in mittelfristigen Wettervorhersagen. Nach einer Darstellung der Ähnlichkeit zwischen Jet Stream und Meeresströmungen werden Mischungsprobleme, die für die zonale Windverteilung und für die meridionale Zirkulation von Bedeutung sind und mit dieser zusammenhängen, Bilanz und Transport von Momenten und ihre Bedeutung für die meridionale Zirkulation und für die zonale Strömung und schließlich auch experimentelle Analogien zu den atmosphärischen Strömungen behandelt.

Die neueren Untersuchungen aus den letzten Jahren ergaben vor allem auch mit Hilfe von Forschungsflügen quer durch den Jet Stream genaueren Aufschluß über die Struktur dieser Strahlströmung, über die Windverteilung und auch über das Vorkommen konzentrierter hoher Windgeschwindigkeiten auch in den Tropen. Die neuen Untersuchungen zur Klimatologie des Jet Stream betreffen die Subtropen von Asien und Australien. Neuere Ergebnisse zum Problem der Beziehungen zwischen Jet Stream und Zyklonen mittlerer Breiten bringen Untersuchungen über die Querwindkomponenten im Einzugs- und im Deltagebiet des Jet Stream und ihre Bedeutung für die Beziehungen zwischen Druckänderungen und Advektion und über die Verteilung von Wolken und Niederschlag im Zusammenhang mit dem Jet Stream. Zahlreiche Literaturangaben geben eine wertvolle Ergänzung.

F. Steinhauser, Wien.

Further Outlook. Von F. H. Ludlam und R. S. Scorer. Mit 25 Textabb. und 12 Bildtafeln, 174 S. London: A. Wingate Ltd. 1954. 15 s.

Das Buch wendet sich eigentlich an am Wettergeschehen und an Wettervorhersagen interessierte intelligente Laien und geht darin über sonstige populärwissenschaftliche Darstellungen wesentlich hinaus, daß nicht so sehr ein allgemeiner Überblick über die Ergebnisse der meteorologischen Wissenschaft angestrebt wird, sondern vielmehr durch eine eingehendere Beschäftigung mit den aktuellsten Problemen, mit den grundlegenden Gedankengängen und mit den wichtigsten Ergebnissen der modernen Meteorologie sowie mit den Möglichkeiten ihrer Methoden ein vertieftes Verständnis für diese vermittelt werden soll. Dies Bestreben wird durch eine sehr originelle und sehr lebendige Darstellungsweise wirkungsvoll unterstützt, wobei allerdings die betonte Originalität der Ausdrucksweise manchmal zu Übertreibungen und zu mißverständlichen Formulierungen führt, die den auf meteorologischem Gebiete nicht vorgebildeten Laien irreführen und verwirren können. Andererseits wird aber gerade der Meteorologe und Fachmann, der als kritischer Leser in der Lage ist, über diese Mängel hinwegzulesen, an der Lektüre dieses originellen Buches besonderes Vergnügen finden.

Aus dem einleitenden Abschnitt über Wetterbeobachtungen verdienen die Ausführungen über Wolken und Wolkenformen und vor allem die sehr schönen und eindrucksvollen Beigaben von Wolkenbildern hervorgehoben zu werden. Anschließend werden in einem Abschnitt über atmosphärische Prozesse Zustandekommen und Bedeutung von Wärmeumsätzen, Luftströmungen, atmosphärische Störungen, Zyklonen- und Antizyklonenbildungen erklärt und ein Bild von den modernen Ansichten über die Bildung

von Wolken und Niederschlägen entworfen. Lesenswert sind die Ausführungen über die komplizierten Erscheinungen der Turbulenz, in denen ausführlich die Entstehung und Entwicklung turbulenter Bewegungen, die Formen der in der Atmosphäre auftretenden Turbulenz und ihre grundlegende Bedeutung für alle meteorologischen Prozesse und für das Wettergeschehen und insbesondere auch für die mögliche Meßgenauigkeit geschildert und an verschiedenen typischen Beobachtungsbeispielen erläutert werden. Unter dem Gesichtspunkt der Ausnutzbarkeit atmosphärischer Vorgänge, wozu vor allem Bewegungsvorgänge gehören, werden die Entwicklung der Thermik und Vertikalkonvektion und ihre Bedeutung für den Vogelflug und für den Segelflug, die Ausnutzung des Windes für Windkraftanlagen, die Bedeutung der Leewellen für den Segelflug und für Wogenwolkenbildung und die Vorbedingungen und Möglichkeiten des dynamischen Segelfluges behandelt. Es kennzeichnet wohl nicht ganz treffend die wirklichen Verhältnisse, wenn der Abschnitt, in dem die im täglichen Wetterdienst gebräuchlichen Verfahren der Wettervorhersage und ihre Entwicklung dargestellt werden, mit „*Kunst* der Wettervorhersage", der Abschnitt, der in die Grundzüge und Methoden der numerischen Wettervorhersage einführt, aber mit „*Wissenschaft* von der Wettervorhersage" überschrieben wird, da ja auch der heutige Prognostiker nicht nur wie ein Künstler intuitiv, sondern auch mit wissenschaftlichen Methoden arbeitet. Ausführlich werden die Möglichkeiten und Erfolge der künstlichen Wetterbeeinflussung dargestellt, die einerseits Eingriffe in mikroklimatische Verhältnisse für Frostschutz, Windschutz, Nebelauflösung u. dgl. betreffen, große Bedeutung aber in der künstlichen Niederschlagsbildung durch verschiedene Methoden der Impfung von Wolken erlangt haben. Die Wirkungsweise dieser Eingriffe bei verschiedenen Wolkentypen und in verschiedenen Klimaten wird eindrucksvoll dargestellt. Besonderes Interesse verdienen dabei auch die Ausführungen über die Erfolgsaussichten der künstlichen Niederschlagsauslösung, über die dafür nötigen Vorbedingungen und über die Möglichkeit ihrer richtigen und rechtzeitigen Beurteilung. In einem mit „Aussichten" betitelten Schlußabschnitt findet man lesens- und beherzigenswerte Bemerkungen über den Sinn, über die Grenzen und über die Leistungsfähigkeit statistischer Vorhersagemethoden, über die Beurteilung der Richtigkeit von Prognosen und über die richtige Formulierung von Prognosen, über die Schwierigkeiten der Prüfung der Erfolge der Regenmacher, über die Möglichkeiten und Grenzen der Langfristvorhersagen und über die Verwendung von Mittelkarten und schließlich über die Möglichkeit der Vorhersage auf Grund der Sonnenflecken.

F. Steinhauser, Wien.

Über die Auswirkung von Schlechtwetter-Fronten im Klagenfurter Becken. Von H. Mothes. (Beihefte zu Carinthia II. Naturwissenschaftliche Beiträge zur Heimatkunde Kärntens: 1. Heft.) Mit 12 Textabb., 56 S. Klagenfurt: Naturwissenschaftlicher Verein für Kärnten. 1954.

Das Klagenfurter Becken erweist sich im Vergleich zu Frontdurchgängen im Flachland als außerordentlich eigenwillig in Bezug auf das Wettergeschehen, indem einmal Fronten ohne besonders merkliche Wetterwirksamkeit Klagenfurt überschreiten, in anderen Fällen sich dagegen als durchaus wetterwirksam zeigen. Um die Zahl der Überraschungen, welche die Fronten dem Prognostiker nicht selten bieten, möglichst einzuschränken, hat sich der Verfasser die Aufgabe gestellt, über einen längeren Zeitraum die Auswirkungen von Fronten im Klagenfurter Becken genau zu untersuchen und daraus

Erkenntnisse abzuleiten, die die Arbeit des Prognostikers möglichst zu erleichtern und zu sichern vermögen. Nach MOTHES gab es vom Januar 1942 bis Juni 1944, also in rund 900 Tagen, 252 Frontauswirkungen auf das Klagenfurter Becken. Daran waren 160 Kaltfronten, 20 Warmfronten und 72 Okklusionen beteiligt. In seiner Arbeit über die Verwertung der Höhenwetterkarte zur Beurteilung der Wetterwirksamkeit von Kaltfronten in den Südalpen (Arch. Met. Geoph. Biokl. Serie A, 1, 384) erklärte der Referent die große Zahl der Kaltfronten und die überraschend geringe Anzahl der Okklusionen damit, daß sich in Klagenfurt aus nördlichen Richtungen kommende Okklusionen im allgemeinen als Kaltfronten auswirken. Die Untersuchung über „Frontstunden" im Sinne RODEWALDS ergab, daß vor allem für Kaltfrontdurchgänge über der Zeitspanne von 13 bis 19 Uhr mit einem Gipfel bei 17 Uhr ein sehr markantes Maximum liegt. Okklusionen zeigen ebenfalls eine große Häufung in den Nachmittagsstunden, im ganzen jedoch eine mehr oder weniger große Streuung über alle Bereiche der Tagesstunden. Die Prüfung der Frage, bei welchen Wetterlagen und wie oft Frontdurchgänge auftraten, ergab, daß 17 Fronten bei Nordwetterlagen, 64 bei Nordwestwetterlagen, 99 bei Westwetterlagen, 56 bei Südwestwetterlagen und 2 bei Ostwetterlagen beobachtet werden konnten. 14 Fronten brachten dem Klagenfurter Becken Niederschläge, ohne dieses selbst zu überqueren.

MOTHES überprüfte auch die von L. KLETTER in seiner oben zitierten Arbeit gefundene Wetterregel an 59 Fronten, bei deren Durchgang durch Klagenfurt die Richtung der Höhenströmung aus der absoluten Topographie der 500 mb-Fläche eindeutig nachweisbar war. Diese Regel lautet: „Überquert eine Kaltfront die Alpen und liegt das Südalpengebiet auf der Vorderseite des Höhentroges, dann überquert die Kaltfront die Südalpen mit Schlechtwetter. Liegen die Südalpen auf der Rückseite des Höhentroges, dann wird die Kaltfront föhnig aufgelöst." Es ergab sich, daß bei allen Fronten, die bei Höhenströmungen aus einer Richtung von weniger als 270° Klagenfurt passierten, Niederschläge fielen, und zwar fast durchwegs stärkere, während bei Frontdurchgängen bei einer Höhenströmung aus einer Richtung von mehr als 270° nur 10 Fronten meßbaren Niederschlag lieferten.

Am Schlusse seiner Arbeit untersucht der Verfasser die Auswirkungen von Fronten beim Durchzug durch das Klagenfurter Becken auf den Bodenwind. Er kommt zu dem Resultat, daß sich in Klagenfurt das Nahen einer Front im allgemeinen *nicht* aus dem Verhalten des Bodenwindes ableiten läßt, da sich die orographischen Gegebenheiten meist als stärker erweisen als der präfrontale Einfluß. Aus demselben Grunde werden Windsprünge bei Frontdurchgängen selten beobachtet. Die zwei deutlich hervortretenden besonders bevorzugten Windrichtungen in Klagenfurt sind die Nordwest- und die Ostsüdostrichtung.

L. KLETTER, Wien.

Bau und Entstehung der Alpen. Von L. KOBER. Zweite, völlig neubearbeitete Auflage. Mit 100 Abb. im Text und 3 Tafeln, VIII, 379 S. Wien: F. Deuticke. 1955. S 216.—.

Ein Buch über Bau und Entstehung der Alpen muß gerade jetzt das besondere Interesse der Geophysiker finden, weil gegenwärtig auf Initiative der europäischen seismologischen Kommission der UGGI Untersuchungen über den Unterbau der Alpen im Gange sind, die mit Hilfe von Großsprengungen und Registrierungen der dadurch ausgelösten Wellen durchgeführt werden. Es liegt in der Natur der Sache, daß es über das gegenständliche

Problem verschiedene Auffassungen geben kann. Es kommt daher eine zusammenfassende Darstellung der Vorstellungen eines der besten Kenner der Geologie der Alpen, die ausführlich begründet und auch in einer kritischen Auseinandersetzung anderen Auffassungen gegenüber gestellt werden, im gegenwärtigen Zeitpunkt für die Geophysik sehr gelegen. Der Autor gründet seine Auffassung auf die Wirkung einer gravitativen Kontraktion, die auch in die Tiefe geht und durch ein Zusammenpressen der Erdrinde von Norden und von Süden her Decken gegen Norden (Alpiden) und gegen Süden (Dinariden) schiebt. Ein Baubild der Alpen im Sinne der Drifttheorie von A. Wegener wird abgelehnt. Der Bauplan des Deckenbaues der Alpen wird in Tektonogrammen in seinen wesentlichen Zügen zur Darstellung gebracht.

Als regionale Hauptprobleme in der Gesamtkonzeption vom Deckenbau der Alpen werden dann eingehend behandelt: Die Stellung der St. Bernharddecke im westalpinen Deckensystem, die komplizierten geologischen Verhältnisse an der Grenze zwischen West- und Ostalpen, der Bauplan der Westalpen und der ostalpine Bauplan. An Hand von 15 Profilen bis 10 km Tiefe wird die alpine Deckentektonik gezeigt und erläutert und in Profilen bis 70 km Tiefe wird die Verbindung mit der Tiefentektonik dargestellt. Dabei wird ein im Zentrum zwischen den von beiden Seiten zusammenpressenden Massen der Erdrinde aus der Tiefe in einem orogenen Schlot aufströmendes „Atomgas", das aus dem Zerfall schwerer Atome im Erdkern stammen und zur Gravitation des orogenen Bodens führen soll, als neue Vorstellung eingeführt.

Im weiteren werden die einzelnen Teilgebiete zum Teil auch mit Bezug auf Schwereverteilung und Seismizität eingehend behandelt. Es führt dann die Darstellung der alpinen Geosynklinalen über die der alpinen Orogenese zur alpinen Dynamik als Ausfluß tellurischer Dynamik. Für diese wird die gravitative Kontraktion als treibende Kraft der Evolution angesehen. Diese Vorstellungen werden auch auf die Entwicklung des Erdbildes in verschiedenen geologischen Epochen und in einer „kosmischen Dynamik" auch auf die kosmische Evolution angewendet. Damit bekommen die Vorstellungen, die bei der Entwicklung des Bildes von der Entstehung und vom Bau der Alpen vom Verfasser gewonnen worden sind, auch für die Geophysiker allgemeine Bedeutung und es wird eine interessante Aufgabe sein, ihre Verträglichkeit mit geophysikalischen Untersuchungsergebnissen sowohl im allgemeinen wie auch im besonderen im Bau der Alpen zu überprüfen.

F. Steinhauser, Wien.

Berichtigung

In der Arbeit, Wasserdampfschichtung über dem Meer und „Rauhigkeit" der Meeresoberfläche, von K. Brocks, Archiv für Meteorologie, Geophysik und Bioklimatologie, Serie A, Bd. 8, S. 354—383, sind folgende Berichtigungen durchzuführen:

S. 357, Zeile 14 von oben: (2) statt (5).

S. 364, Zeile 16 von unten am Ende der Zeile fehlt: als Ordinate.

S. 366, Unterschrift der Abb. 3

1. Zeile: $\Delta i = \left(\frac{\partial i}{\partial z}\right)_1 \frac{(z_1+z_0)^\beta}{1-\beta}\left[(z+z_0)^{1-\beta} - {z_0}^{1-\beta}\right]$

statt

$$\Delta i = \left(\frac{\partial i}{\partial z}\right)_1 \left(\frac{z_1+z_0}{1-\beta}\right)^\beta \left[\left(z_1+z_0\right)^{1-\beta} - {z_0}^{1-\beta}\right]$$

2. Zeile: $\frac{\partial i}{\partial z} = \left(\frac{\partial i}{\partial z}\right)_1 \left(\frac{z_1+z_0}{z+z_0}\right)^\beta$ (10) statt $\frac{\partial i}{\partial z} = \left(\frac{\partial i}{\partial z}\right)^1 \left(\frac{z_1+z_0}{z+z_0}\right)^\beta$ (10)

3. Zeile: ... $\Delta i = 1{,}5$ bei ... statt ... $\Delta i = 1{,}5$ m bei ...

S. 374, In der Anmerkung muß die Gl. 17 lauten:

$$\frac{z_0}{ln\,\frac{z_1+z_0}{z_0}} \geqq \frac{\nu}{k^2 u_1} \quad (17) \quad \text{statt} \quad \frac{z_0}{ln\,\frac{z_1+z_0}{z_0}} \geqq \frac{\nu}{k^2 n} \quad (17)$$

S. 376 Zeile 2 von unten: zwischen «Funktion» und «Γ_1» muß stehen: von.

Fortsetzung von der II. Umschlagseite

daß sie entweder unverändert verwendet oder durch Zeichner des Verlages einwandfrei neu gezeichnet werden können. Die Beschriftung, die innerhalb der Zeichnung angebracht wird, ist nur mit weichem Bleistift einzutragen.

Grundsätzlich werden nur Arbeiten aufgenommen, die vorher weder im Inland noch im Ausland veröffentlicht worden sind; der Autor verpflichtet sich, diese auch nachträglich nicht anderweitig zu veröffentlichen. Mit der Annahme und Veröffentlichung des Manuskriptes geht das ausschließliche Verlagsrecht für alle Sprachen und Länder auf den Verlag über. Es ist ferner ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlages nicht gestattet, photographische Vervielfältigungen, Mikrofilme u. ä. von Heften der Zeitschrift, einzelnen Beiträgen oder von Teilen daraus herzustellen. Die Autoren erhalten 75 Separata ihrer Arbeit kostenlos und können maximal weitere 125 Separata zum angemessenen Preis beziehen. Die Bestellung muß mit dem dem Fahnenabzug beigelegten Bestellzettel bei der Rücksendung der korrigierten Fahnen erfolgen.

Die Autoren erhalten eine erste Fahnenkorrektur, die sie nach erfolgter Durchsicht an den Verlag zu senden haben; eine Umbruchkorrektur wird den Autoren nicht zugestellt. Autorkorrekturen, d. h. nachträgliche Textänderungen, werden, soweit sie 10% der Satzkosten überschreiten, den Verfassern in Rechnung gestellt.

Manuskripte und Anfragen sind an einen der beiden unterzeichneten Herausgeber

Dozent Dr. W. Mörikofer
Physikalisch-Meteorologisches Observatorium
Davos-Platz, Schweiz

Prof. Dr. F. Steinhauser
Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik
Wien XIX, Hohe Warte 38, Österreich

zu richten; alle geschäftlichen Mitteilungen an:

Springer-Verlag, Wien I, Mölkerbastei 5
Telephon U 26 5 60 Serie. Telegrammadresse: Springerbuch Wien

Der Verlag

SPRINGER-VERLAG IN WIEN I

Archiv für Meteorologie, Geophysik und Bioklimatologie

Herausgegeben von

Dozent Dr. **W. Mörikofer** und Prof. Dr. **F. Steinhauser**

Physikalisch-Meteorologisches Observatorium Davos

Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik in Wien

Serie B: **Allgemeine und biologische Klimatologie**

Zuletzt erschien:

Band 7, Heft 1. (Abgeschlossen im November 1955.) Mit 49 Textabbildungen. 164 Seiten. 1955. S 216.–, DM 36.–, sfr. 37.–, $ 8.60

Inhaltsverzeichnis: **Dammann, W.** Vor einer Neuordnung des Beobachtungs- und Arbeitssystems der praktischen Klimatologie? — **Vowinckel, E.** Beitrag zur Witterungsklimatologie Südafrikas. — **Schneider-Carius, K.** und **O. Essenwanger.** Eigentümlichkeiten der Niederschlagsverhältnisse im Norden und Süden der Schweizer Alpen, dargestellt durch die Niederschlagswahrscheinlichkeit von Basel, St. Gotthard und Lugano. — **Essenwanger, O.** Zur Realität der Zerlegung von Häufigkeitsverteilungen in Normalkurven. — **Steinhauser, F.** Die Veränderlichkeit der Globalbeleuchtungsstärke in Wien. — **Waibel, K.** Die meteorologischen Bedingungen für Nebelfrostablagerungen an Hochspannungsleitungen im Gebirge. — **Diem, M.** Höchstlasten der Nebelfrostablagerungen an Hochspannungsleitungen im Gebirge. — **Verkholantzeff-Wegener, Antonie.** Der Umkehreffekt von Götz. Messungen des Zenithimmelslichtes mit dem Multiplier. — **Sneyers, R.** Sur l'analyse des répartitions statistiques descrètes. — **Lotmar, R.** und **J. Häfelin.** Über den Einfluß der Witterung auf den Schwefelstoffwechsel von Kaninchen. — **Boute, Carmen.** Wirkungen elektrischer Felder und Strahlungen atmosphärischen und kosmischen Ursprungs auf das Wasser. — **Buchbesprechungen.**

Zu beziehen durch jede Buchhandlung

Die wissenschaftliche und angewandte Photographie

Erneuerung und Fortführung des Hay-v. Rohrschen Handbuchs der wissenschaftlichen und angewandten Photographie

Herausgegeben von **Kurt Michel,** Aalen/Württemberg

Das von *A. Hay* begründete, später von *M. v. Rohr* weitergeführte und zum Abschluß gebrachte Handbuch der wissenschaftlichen und angewandten Photographie erfreute sich seinerzeit großen Ansehens. Der 1943 von *K. Michel* herausgegebene Ergänzungsband war rasch vergriffen. Den gegenwärtigen Bedingungen Rechnung tragend, haben sich Verlag und Herausgeber entschlossen, das Handbuch als in sich abgeschlossene, einzeln käufliche Monographien neu herauszugeben.

Soeben erschien:

Band V: **Die Technik der Negativ- und Positivverfahren.**
Von Dr. **Edwin Mutter,** Hamburg. Mit 91 Textabbildungen. XX, 396 Seiten. Gr.-8°. 1955. Ganzleinen S 396.—, DM 66.—, sfr. 67.50, $ 15.70

Erstmalig erscheint mit dem vorliegenden Band eine umfassende Darstellung der photographischen Negativ- und Positivtechnik, die sowohl dem Wissenschaftler und dem Studierenden als auch dem Praktiker gerecht wird. Der Verfasser ist nicht nur ein anerkannter Fachmann auf dem Gebiete der wissenschaftlichen Photographie, sondern verfügt auch über reiche praktische Erfahrungen, die er in exponierten Stellungen in nahezu drei Jahrzehnten gesammelt hat. Diesem Prinzip der Verbindung von Theorie und Praxis ist der Verfasser auch im vorliegenden Werk treu geblieben. Es umfaßt sowohl die Praxis der Verfahrenstechnik, von der zweckentsprechenden Vorschrift bis zur erzielten Wirkung, als auch die hiebei auftretenden Vorgänge in chemischer und physikalischer Hinsicht nach dem heutigen Stande der Forschung. Das Werk eignet sich zum Studium der einzelnen Prozesse und Verfahren wie auch als Rezept- und Nachschlagewerk. Die Rezeptsammlung berücksichtigt besonders stark die ausländische Literatur, die uns allgemein weniger zugänglich ist.

Bisher erschienen:

Band I: **Das photographische Objektiv.** Von Dr. **Johannes Flügge,** R. Winkel G. m. b. H., Optische Werke, Göttingen. Mit einem Beitrag von Physiker Leo Bierwagen, Göttingen. Mit 196 teils farbigen Textabbildungen. XIII, 373 Seiten. Gr.-8°. 1955.
Ganzleinen S 414.—, DM 69.—, sfr. 70.70, $ 16.45

Band III: **Die kinematographische Kamera.** Von Dipl.-Ing. Dr.-Ing. **Harald Weise,** Köln. Mit 521 Textabbildungen. XVI, 472 Seiten. Gr.-8°. 1955. Ganzleinen S 478.—, DM 79.80, sfr. 81.70, $ 19.—

Zu beziehen durch jede Buchhandlung